Arcos, bóvedas y cúpulas

Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica

Santiago Huerta



Instituto Juan de Herrera
Escuela Técnica Superior
de Arquitectura de Madrid

Las grandes obras de arquitectura del pasado debieron ser "calculadas" de alguna forma. Los edificios expresan una maestría que debe surgir de algún tipo de conocimiento ordenado, de una teoría. Esta teoría tradicional, distinta de la teoría científica actual, serviría para decidir la geometría y dimensiones de los elementos estructurales de las construcciones de fábrica. ¿Cuál debe ser el estribo para esta bóveda? Ésta es la pregunta que ha sido respondida en cada época para cada tipo estructural.

Un examen de las fuentes documentales que han llegado hasta nosotros (manuscritos, tratados de arquitectura y construcción, informes y peritajes, etc.) revela que los antiguos constructores emplearon reglas de proyecto esencialmente geométricas. Además, la mayor parte de estas reglas son "proporcionales", esto es, independientes del tamaño. Por ejemplo, los romanos daban al tambor de las cúpulas 1/7 del vano; para las bóvedas renacentistas y barrocas, solía darse al estribo al menos un 1/3 de la luz, etc.

Para un arquitecto o ingeniero moderno estas reglas pueden parecer "acientíficas", cuando no groseramente incorrectas. Pero usándolas se construyeron Santa Sofía, las catedrales góticas o San Pedro de Roma. Debe haber algo esencialmente correcto en el corazón de estas reglas, algo que recoja la esencia del cálculo estructural de las fábricas.

Este aspecto es, precisamente, el énfasis en la forma geométrica. Las reglas recogen, de forma condensada para su uso por maestros expertos, proporciones estables. El moderno análisis límite llega a las mismas afirmaciones de tipo geométrico. Un largo cálculo científico desemboca, finalmente, en conclusiones geométricas. En este libro se explora la estabilidad de las fábricas desde ambos puntos de vista: el tradicional y el científico. Ambos enfoques se complementan y permiten una comprensión más profunda de las obras abovedadas de fábrica.

Textos sobre Teoría e Historia de las Construcciones
Colección dirigida por Santiago Huerta

F. Bores, J. Fernández Salas, S. Huerta, E. Rabasa (Eds.). **Actas del Segundo Congreso Nacional de Historia de la Construcción.**

A. Casas, S. Huerta, E. Rabasa (Eds.). **Actas del Primer Congreso Nacional de Historia de la Construcción.**

A. Choisy. **El arte de construir en Roma.**

A. Choisy. **El arte de construir en Bizancio.**

A. Choisy. **El arte de construir en Egipto.** (en preparación)

A. Choisy. **Historia de la arquitectura.** (en preparación)

A. Graciani, S. Huerta, E. Rabasa, M. A. Tabales, (Eds.). **Actas del Tercer Congreso Nacional de Historia de la Construcción.**

R. Guastavino. **Ensayo sobre la construcción cohesiva.** (en preparación)

J. Heyman. **Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica.**

J. Heyman. **El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica.**

J. Heyman. **La ciencia de las estructuras.**

J. Heyman. **Vigas y pórticos.**

J. Heyman. **Análisis de estructuras. Un estudio histórico**

S. Huerta. **Arcos, bóvedas y cúpulas.**

S. Huerta (Ed.). **Las bóvedas de Guastavino en América.**

S. Huerta (Ed.). **Proceedings of the First International Congress on Construction History.**

J. R. Perronet. **La construcción de puentes en el siglo XVIII.** (en preparación)

H. Straub. **Historia de la ingeniería de la construcción.** (en preparación)

A. Truñó. **Construcción de bóvedas tabicadas.**

E. Viollet-le-Duc. **La construcción medieval.**

Arcos, bóvedas y cúpulas

Arcos, bóvedas y cúpulas

Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica

Santiago Huerta

INSTITUTO JUAN DE HERRERA
Escuela Técnica Superior de Arquitectura
Madrid

ISBN: 84-9728-129-2
Depósito Legal: M. 48.332–2004
Cubierta: Regla de Carlo Fontana (1694) para las cúpulas simples,
y su verificación mediante el dibujo de la correspondiente línea de empujes.

A la memoria de mi madre,
de mi padre, y de mi hermano José

Índice

	Prefacio	xi
1	Introducción: El cálculo de estructuras de fábrica	1

PRIMERA PARTE: EL CÁLCULO CIENTÍFICO

2	El material: la fábrica	11
3	Equilibrio: líneas de empujes	35
4	Análisis límite de arcos y estribos	71

SEGUNDA PARTE: EL CÁLCULO TRADICIONAL

5	La Edad Media	133
6	El Renacimiento	181
7	Rodrigo Gil de Hontañón	207
8	El siglo XVII	239
9	El siglo XVIII	287
10	Epílogo de una tradición: el siglo XIX	375

TERCERA PARTE: GEOMETRÍA Y EQUILIBRIO

11	Validez del cálculo tradicional	387
12	Conclusiones	517

Apéndice A: Historia breve de la teoría científica de arcos y bóvedas	523
Apéndice B: Fractura de estribos de fábrica	533
Notas	537
Bibliografía	563
Índice de nombres y lugares	587
Índice de temas	597

Prefacio

El ámbito de este libro es la Historia de la Construcción, disciplina que mira a las obras de arquitectura e ingeniería civil desde un punto de vista técnico. Mi interés por la Historia de la Construcción nació ya durante mis estudios en la Escuela de Madrid, y recuerdo en particular las clases del profesor Fernández Huidobro, en las que explicaba la construcción de las bóvedas romanas o bizantinas con la misma minuciosidad que la que dedicaba, por ejemplo, a la modernas estructuras tensadas. He sabido después que seguía el enfoque iniciado por Viollet-le-Duc y Choisy en la segunda mitad del XIX, que fue seguido después con entusiasmo por otros profesores como Gato y Torres Balbás.

La llegada de la arquitectura moderna barrió casi por completo el interés por las construcciones históricas, si bien en el decenio de los años 1980 podían detectarse signos de una renacida atención. Pensé, entonces, que una manera de saber si la Historia de la Construcción era una disciplina, consistía en realizar una investigación bibliográfica: si se encontraban suficientes referencias que encajaran en la idea antedicha, podría afirmarse «empíricamente» que la disciplina existía. Así sucedió en este caso, y fue una agradable sorpresa descubrir que el camino iniciado a finales del siglo XIX, fue continuado, de forma más o menos irregular después. En apenas dos años de trabajo pude recopilar más de un millar de referencias sobre diversos aspectos de la técnica constructiva histórica y

me sorprendió la diversidad de revistas y ámbitos en que aparecían estas publicaciones.

Decidí entonces escribir una tesis sobre bóvedas, que el profesor Aroca aceptó dirigir. El campo de búsqueda se estrechó, pero siguieron apareciendo numerosas referencias que confirmaron la intuición previa. El trabajo se centró en el cálculo tradicional de arcos y bóvedas. Un mejor entendimiento del problema requería el estudio del comportamiento estructural. En este tema encontré en las teorías del profesor Heyman una ayuda inestimable que, desde entonces, ha guiado mis investigaciones. Gracias al profesor Heyman, descubrí no sólo la moderna teoría del análisis límite, sino la antigua teoría científica. El estudio de la historia de la teoría de arcos y bóvedas demostró ser fundamental para una mejor comprensión de los problemas. Después, finalizada la tesis en 1990, empecé mi trabajo editorial sobre Historia de la Construcción y me impliqué en peritajes sobre edificios históricos con problemas estructurales. Ambas actividades sirvieron para sedimentar y profundizar los conocimientos adquiridos. En particular la elaboración de peritajes ha sido enormemente instructiva. Un peritaje debe responder a preguntas concretas, y encontré que el análisis límite y su principal corolario, el enfoque del equilibrio, suministraba la mejor herramienta para comprender este tipo de edificios. Por otra parte, las reglas tradicionales proporcionaban en muchos casos la primera orientación, crucial, a la hora de determinar la naturaleza de los problemas.

Este libro recoge los intereses antes citados. Las referencias bibliográficas y las citas son numerosas, si bien se ha tratado de reducirlas al mínimo. Pero me ha parecido útil, siempre que ha sido posible, dejar hablar a los maestros del pasado. La tradición de la construcción de fábrica ha desaparecido casi por completo y el arquitecto o ingeniero actual, cuando quiere comprender este tipo de edificios, se enfrenta a su propia ignorancia. La construcción de arcos y bóvedas, que fue considerada por Tosca «lo más sutil y primoroso de la arquitectura», nos es ajena. Nunca hemos visto levantar una sencilla bóveda. Carecemos del oficio y experiencia del antiguo constructor, que seleccionaba la piedra, dibujaba las plantillas para cortarla, trazaba la cimbra, dirigía el proceso de construcción y, finalmente, supervisaba el descimbrado. Tenemos mucho que aprender de los arquitectos e ingenieros del pasado. Por supuesto, estamos de acuerdo con la rotunda afirma-

ción de Mignot en el peritaje de la catedral de Milán: Ars sine scientia nihil est, la práctica no es nada sin la teoría. Pero la teoría sin la práctica está vacía de contenido. La práctica, en nuestro caso, debemos buscarla en los edificios construidos y en lo que podamos extraer de la lectura crítica de los antiguos tratados de arquitectura e ingeniería, todo ello dentro de un marco teórico adecuado.

La Historia de la Construcción ha empezado ya a perfilarse como una disciplina independiente. El presente libro pretende contribuir a la formación y difusión de esta disciplina que no sólo puede aportar datos como «ciencia auxiliar» a otros campos ya consolidados como la Teoría e Historia de la Arquitectura, la Arqueología o la Restauración y Rehabilitación de edificios, sino que merece por su propio interés y amplitud formar un ámbito específico. Los estudios pioneros de Viollet-le-Duc y Choisy deben ser continuados. El aspecto técnico no es el único ni el más importante, pero es fundamental para completar nuestra visión de las obras históricas de arquitectura e ingeniería.

AGRADECIMIENTOS: Los trabajos relacionados con este libro se extienden a lo largo de más de dos decenios. En este tiempo, multitud de personas me han prestado ayuda. A veces una fotocopia, un comentario o una referencia; otras han dedicado una parte sustancial de su tiempo. No hay espacio para agradecer individualmente a todas estas personas, pero espero que cada una de ellas, si cae en sus manos este libro, reconozca su ayuda, y sienta mi profundo agradecimiento.

No obstante, quisiera mencionar a quienes han tenido una relación más directa con esta publicación. El profesor Ricardo Aroca aceptó dirigir mi tesis doctoral que es el germen de este libro y me animó a iniciar mi actividad como editor. Siempre ha estado disponible y me ha orientado y apoyado durante todos estos años. Su insistencia en los aspectos geométricos del proyecto estructural ha marcado sin duda mis investigaciones. El ingeniero Antonio de las Casas, que fue gerente del CEHOPU durante un productivo decenio, ha insistido durante largo tiempo en esta publicación, recordándome una y otra vez esta tarea tantos años pendiente. El profesor Pedro Navascués también me animó en este sentido, y de sus clases nació, como estudiante de arquitectura, mi interés por los estudios históricos. Con el profesor Jacques Heyman tengo una deuda intelectual inmensa, que espero haya quedado patente a lo largo de todo el libro. Hace más de un de-

cenio tuve la fortuna de conocerle personalmente y, desde entonces, he mantenido un contacto regular con él. Con gran amabilidad, siempre ha estado dispuesto a discutir problemas complejos y a responder a mis, quizá demasiado numerosas, preguntas.

Este trabajo se inició con un fin completamente investigador y académico, sin pensar en su posible aplicación práctica. El profesor José Miguel Ávila y el arquitecto Manuel Manzano-Monís me hicieron darme cuenta de que estos estudios podían ser útiles en el ámbito del análisis y consolidación de edificios históricos, y me iniciaron en un campo en el que he trabajado con intensidad en el último decenio. La profesora Gema López me ha ayudado durante el largo proceso de edición y ha elaborado los detallados índices finales. Su trabajo minucioso ha eliminado numerosas incorrecciones; no obstante, soy responsable de cualquier error que haya podido permanecer.

Finalmente, me gustaría señalar que cualquier trabajo de investigación en España es, todavía hoy, como una carrera de fondo en solitario. Cuando falta el apoyo oficial, y social, el apoyo personal de la familia y los amigos adquiere un carácter crucial. Sin este apoyo no habría podido llevar a término, para bien o para mal, este libro. Mis padres y mi hermano José no han vivido para verlo terminado. Este libro está dedicado a su memoria.

1
Introducción: El cálculo de estructuras de fábrica

La construcción de fábrica (de piedra, ladrillo o adobe) surge con los primeros asentamientos permanentes, con la agricultura y las primeras ciudades, con el nacimiento de la civilización. Hay un deseo evidente de permanencia frente al paso del tiempo. Las primeras construcciones tenían muros de fábrica sobre los que apoyaban troncos de árbol para formar los suelos o techumbres. El siguiente paso consistió en cubrir el espacio también con fábrica. La manera natural de salvar un vano a base de pequeñas piedras o ladrillos es formar un arco, y el arco se inventa en Mesopotamia o Egipto hace unos 6.000 años.[1] El cómo se pudo llegar a esta idea es un misterio, pero que no es algo evidente lo demuestra que otras culturas, por ejemplo los mayas o los incas, construyeron en fábrica durante siglos sin jamás llegar a la idea del arco.

Un arco típico se construye apilando piedras unas al lado de las otras sobre una estructura auxiliar de madera o cimbra. La cimbra da la forma al arco; se empiezan a colocar las piedras a partir de los arranques y colocada la última piedra en el centro, la clave, el arco queda terminado. Al bajar la cimbra las piedras tienden a caer hacia abajo. Así, una dovela que intenta caer empuja a las dos dovelas colindantes que contrarrestan ese empuje, y los empujes se van transmitiendo, incrementados por los pesos. Si la forma del arco es correcta, y su espesor suficiente, estos empujes y contraempujes se anularán entre sí y el arco permane-

cerá en equilibrio. No obstante, las últimas piedras de los arranques del arco transmiten un empuje que debe ser contrarrestado. El arco debe estar apoyado firmemente contra algo que resista su empuje: unos machones o estribos de fábrica.

El arco empuja de forma permanente contra los estribos: «el arco nunca duerme», dice un antiguo proverbio árabe. Los estribos, las construcciones más o menos complicadas que resisten el empuje de los arcos y de las bóvedas y lo transmiten hasta el terreno, son los que dan firmeza a los edificios. Conocer el empuje de los arcos para poder dimensionar adecuadamente sus estribos ha sido el problema central de la construcción en fábrica desde sus orígenes hasta la actualidad. No es una tarea fácil, y generaciones de constructores lo consideraron el «enigma de la arquitectura» (Silberschlag 1772).

Existe un primer problema de lenguaje. Hoy día asociamos el término empuje al concepto de fuerza (medida por ejemplo en kN o toneladas). Los antiguos constructores no distinguían claramente entre el empuje y su consecuencia, el estribo. Medían el empuje de los arcos por su efecto: un arco empuja mucho si requiere grandes estribos, y poco si estos son pequeños. Por ejemplo, para Tosca (cap. 8) el cimborrio de la catedral de Valencia no «produce empuje» porque el propio espesor de la pared es suficiente, no habiendo estribos propiamente dichos.

Actualmente calculamos el empuje de los arcos basándonos en la teoría de las estructuras, esto es, aplicando las leyes de la mecánica y de la resistencia de materiales. Este tipo de cálculo, que podríamos denominar «científico» es relativamente reciente; nace a finales del siglo XVII, se desarrolla durante el siglo XVIII y su empleo sólo se generaliza a lo largo del siglo XIX. El Panteón de Roma, Santa Sofía, las catedrales góticas, en resumen, los mejores ejemplos de la construcción de fábrica son muy anteriores a este cálculo científico. Resulta evidente, sin embargo, que estas grandes obras del pasado no fueron hechas por aficionados; la sabia disposición de sus formas, su estructura interna, su construcción, manifiestan una seguridad y una maestría que sólo pueden ser el fruto de un profundo conocimiento de la mecánica de las fábricas. Antes del cálculo científico hubo otro cálculo, un cálculo tradicional fruto de otra teoría de las estructuras de fábrica.

La naturaleza de este cálculo tradicional es muy diferente de la del científico, pero su objetivo principal es idéntico: construir estructuras suficientemente seguras. El maestro medieval, o el moderno arquitecto o ingeniero, quieren lo mismo: disponer de un conjunto de procedimientos que les permita proyectar con seguridad sus estructuras. El cómo se llega a estos procedimientos concretos es un aspecto en cierto modo secundario; el constructor quiere por encima de todo levantar un edificio y que éste no se derrumbe en un plazo razonable (para nosotros del orden de un siglo; para los romanos del orden de un milenio). De hecho, entonces y ahora, quienes aplican los procedimientos de cálculo son con frecuencia incapaces de comprender el origen de la teoría que los fundamenta.

El cálculo tradicional de bóvedas y estribos estaba basado en la experiencia, era un cálculo empírico fruto de la observación atenta de ejemplos construidos y en construcción, y también de algunos hundimientos. Estas observaciones cristalizaron en una serie de preceptos aplicables a los tipos estructurales más usuales en cada momento histórico; así, los arquitectos romanos daban casi siempre al espesor del tambor que soportaba una cúpula de hormigón 1/7 de la luz y esta proporción se verifica en numerosos edificios de tamaños muy diferentes. Los maestros góticos solían dar a sus estribos alrededor de 1/4 de la luz de la nave central y, en el Renacimiento y barroco los arquitectos daban a los estribos de sus bóvedas de cañón algo más de 1/3.

El empleo de este tipo de reglas geométricas se puede rastrear desde la antigüedad clásica hasta nuestros días. Las reglas sólo recogen una pequeña parte del conjunto muy amplio de conocimientos que es preciso tener para construir un edificio abovedado. En particular, la estructura no sólo debe ser estable cuando está terminada sino también en cada una de las fases de su construcción. Por otro lado, la fábrica debe adquirir resistencia con la suficiente rapidez y para ello se emplea en cada caso el aparejo adecuado (si es preciso se colocan dispositivos auxiliares; los zunchos de las cúpulas tienen probablemente la función de estabilizar la forma durante el fraguado). Además, el proceso de descimbrado puede ser crítico en algunos casos: ¿qué se descimbra antes, el arbotante o la bóveda? ¿cuánto tiempo hay que esperar antes de proseguir la construcción de una bóveda romana de hormigón?

Las reglas tradicionales de cálculo se refieren a la geometría de tipos estructurales concretos. Son una codificación de las proporciones de estructuras esta-

bles y se aplicaban en el contexto de un conjunto de conocimientos mucho más extenso. Sólo un maestro con experiencia podía enunciarlas y aplicarlas, o apartarse de ellas cuando lo consideraba conveniente. La flexibilidad en su empleo queda demostrada por la diversidad enorme que se encuentra dentro de cada tipo; piénsese por ejemplo en las distintas combinaciones de equilibrio de la arquitectura bizantina, en la casi infinita variedad de soluciones de arbotantes en el gótico, o en la complicada experimentación espacial de las bóvedas del barroco tardío alemán.

Con frecuencia se ha considerado que estas reglas son acientíficas, por ser meramente empíricas. Pero si el método científico consiste en el enunciado de leyes —esto es, en el descubrimiento de la regularidad de ciertos fenómenos— a partir de la observación y la experimentación, los antiguos constructores siguieron un método rigurosamente científico. Cada edificio construido fue un experimento con éxito y ese experimento quedaba en pie para las sucesivas generaciones de constructores; cada ruina era también una fuente valiosa de información. Por otra parte, durante la construcción la estructura se mueve, se agrieta, y esta respuesta del edificio en construcción puede ser interpretada y, a menudo, sugiere medidas correctoras para aumentar la estabilidad de la obra. (Los primeros pilares construidos de la catedral de Palma de Mallorca son más delgados; el curso de la construcción manifestó la necesidad de un cierto regruesamiento.)

La clave para distinguir entre el cálculo tradicional y el científico hay que buscarla, de nuevo, en los objetivos. El cálculo tradicional busca una teoría para ciertas bóvedas; es, por su propia naturaleza, particular y las reglas del gótico no sirven para las bóvedas renacentistas. El cálculo científico busca una teoría de bóvedas que se pueda aplicar a cualquier bóveda y esa teoría debe ser una parte de otra teoría general que engloba a todas las estructuras, sean éstas de fábrica o no. Como se ha dicho, ambos tienen el mismo objetivo final: deducir un procedimiento seguro de cálculo. Pero el camino que se sigue es muy diferente, y su elección depende de una cierta visión del mundo, del ambiente social e intelectual en que trabaja el constructor.

Para un arquitecto romano o gótico el manejar una serie de «recetas» que conducían a buenos resultados era un procedimiento no sólo correcto sino habitual; también había recetas para curar ciertas enfermedades, teñir los tejidos o cortar

los árboles: el conocimiento técnico se codificaba de esta manera. A partir de la Revolución Científica este enfoque se vuelve inaceptable para cualquier persona culta. La «irracionalidad» de las reglas tradicionales, su falta aparente de fundamento, hace que los científicos (filósofos de la naturaleza, geómetras, matemáticos), arquitectos e ingenieros ya a principios del siglo XVIII las rechacen con vehemencia o las ignoren por completo. Philippe de La Hire, uno de los fundadores de la teoría científica de las bóvedas afirmaba en 1712: «Los arquitectos emplean algunas reglas para hallar el espesor que se les debe dar [a los estribos de las bóvedas], pero como éstas no están basadas en ninguna demostración geométrica, no se puede decir que estén demostradas». El desarrollo de la teoría científica de las bóvedas va unido a un juicio cada vez más negativo de las reglas tradicionales de cálculo. El argumento de La Hire, la falta de «demostración geométrica», esto es, de fundamento racional, se repite una y otra vez. Sin embargo, las reglas tradicionales, que no recogen otra cosa que las proporciones de edificios construidos, son el referente, consciente o inconsciente, para la prueba de las distintas teorías científicas. El error fue separar las reglas del contexto en el que nacieron: la experiencia práctica de la construcción de bóvedas, la observación crítica de edificios ya construidos.

La actitud de La Hire ha llegado hasta nuestros días. Existe un consenso a la hora de considerar el cálculo tradicional como acientífico e incorrecto. Se insiste en la imposibilidad de realizar ningún cálculo válido sin las ciencias de la mecánica y la resistencia de materiales. Así, por ejemplo, el ingeniero americano Parsons (1939), cuando escribe sobre los conocimientos estructurales de los arquitectos e ingenieros del Renacimiento afirma: «No había medios para ensayar los materiales . . . [y] por consiguiente el proyectista no podía estimar la resistencia de los distintos elementos; tampoco disponía de una teoría que le permitiera calcular el esfuerzo que dichos elementos debían resistir. Había, por tanto, un círculo vicioso de ignorancia que permaneció cerrado hasta que Galileo lo cortó.»

La opinión de Mainstone (1983), que ha publicado numerosas contribuciones sobre la historia del diseño y análisis de estructuras, abunda en el mismo sentido: «. . .[el cálculo de estructuras] hubiera sido prácticamente imposible hasta la última parte del siglo XVIII, pues sólo entonces se llegó a conceptos claros sobre sistemas de fuerzas actuando en cualquier dirección y su composición mediante el paralelo-

gramo de fuerzas.» Se infiere, claro está, que antes del siglo XVIII no había un cálculo de estructuras. En muchos casos se muestra el asombro de que a pesar de emplear reglas básicamente incorrectas los resultados fueran tan buenos. Por ejemplo Dorn (1970): «Una muestra de la habilidad de los arquitectos del Renacimiento es que empleando una mezcla de analogías antropomórficas, generalizaciones cualitativas, proporciones aritméticas tradicionales, reglas empíricas y una intuitiva (e incorrecta) teoría de arcos, consiguieran construir edificios magistrales y duraderos.»

Esta actitud negativa no debería admitirse sin más. Hay una contradicción evidente que podríamos resumir así: 1) Los antiguos constructores usaban una teoría de estructuras, expresada en reglas, que era esencialmente acientífica e incorrecta; 2) usando esta teoría construyeron obras de una audacia y perfección nunca superadas.

Para explicar este hecho se han barajado desde antiguo una serie de explicaciones. La primera de ellas alude a la intuición estructural, a una suerte de instinto muy desarrollado que guiaba las decisiones de los constructores. En este caso habría que preguntarse cuál es el conocimiento en que se basaba esta intuición. La intuición correcta que no se basa en algún tipo de conocimiento es, simplemente, buena suerte y, en esta hipótesis, habría que concluir que los antiguos constructores fueron muy afortunados. Otra explicación consiste en imaginar que el progreso del proyecto de estructuras estuvo guiado por un empirismo ciego, por un sistemático trabajo de prueba y error. Se construía un edificio; unas veces se derrumbaba y otras no. Los constructores se inspiraron en los edificios supervivientes; de ahí el progreso. El proceso se asemeja a la selección natural propuesta por Darwin, sólo sobreviven los más aptos. Es cierto que ha habido hundimientos a lo largo de la historia, pero su número es pequeño en comparación con el número de éxitos. Además, en determinadas épocas se detectan cambios repentinos, mutaciones bruscas en las formas y procesos constructivos, que no se explican por el mecanismo costoso de la selección ciega. La construcción abovedada de hormigón en Roma o las catedrales góticas tuvieron un desarrollo muy rápido (se ha comparado con el surgimiento de los rascacielos en Chicago) que no se puede explicar con la hipótesis anterior.

Finalmente, un gran edificio de fábrica se empieza por los cimientos y a continuación se levantan los muros y estribos; las bóvedas se terminan muchas veces

al cabo de decenios, o siglos. ¿Realmente se puede pensar que el resultado del descimbramiento era una incógnita? ¿No manifiestan los edificios una seguridad desde sus arranques? ¿Podía en la Edad Media, por ejemplo, una ciudad destinar durante, digamos un siglo, la práctica totalidad de sus recursos a la construcción de una catedral que posiblemente se hundiría? Cualquier estudioso de la arquitectura o la ingeniería de la construcción debe descartar esta hipótesis, como lo haría sin dudar cualquier constructor experimentado.

La solución la ha apuntado el profesor Heyman desde el marco de la moderna teoría de estructuras. Las reglas estructurales, la teoría tradicional de las estructuras, en definitiva, el énfasis en la geometría, es esencialmente correcto. En efecto, como se demuestra rigurosamente dentro del marco del moderno análisis límite de estructuras de fábrica, la seguridad de una estructura de fábrica depende de su forma geométrica independientemente de su tamaño y, en este sentido, las reglas que han llegado hasta nosotros son del tipo correcto. Esto no significa que lo sean sino que su énfasis en aspectos geométricos es acertado y refleja un conocimiento de los parámetros esenciales de proyecto.

Lo más importante es que este marco teórico permite dar a la investigación sobre el cálculo tradicional un nuevo giro. Como ha señalado el profesor Heyman, del Teorema Fundamental de la Seguridad se deduce el «enfoque del equilibrio», que nos da el marco teórico más correcto y adecuado para entender el funcionamiento de las estructuras de fábrica.

En efecto, el enfoque del equilibrio nos permite salvar una dificultad clave. Nuestro propósito es entender la teoría tradicional de estructuras de fábrica, pero no podemos, sin embargo, pensar como un ingeniero romano o un arquitecto medieval: se puede sumar pero no restar al conocimiento, y la interpretación de la antigua teoría pasa, necesariamente, por un conocimiento de la moderna teoría de las estructuras de fábrica. El lenguaje del equilibrio es universal; en el caso de las fábricas tradicionales, se expresa en formas y masas. La moderna teoría permite analizar y cuantificar, lo que nuestros predecesores registraban como un catálogo de formas. Ambas cosas son equivalentes: un complejo análisis moderno de una estructura de fábrica conduce en último término a afirmaciones geométricas.

* * *

En este libro se realiza, creo que por primera vez, un estudio específico y detallado sobre la naturaleza de la teoría tradicional de estructuras de fábrica, y sobre la validez de sus reglas. En particular, se estudia en detalle la información que se puede encontrar en documentos escritos: tratados de arquitectura, construcción e ingeniería, informes y peritajes, condiciones de obra, etc. Como punto de partida, se ha supuesto que la teoría tradicional de estructuras es correcta; que la información que nos han transmitido los antiguos constructores en sus escritos y edificios es interesante, y abunda en aspectos de crucial importancia sobre el proyecto de estructuras de fábrica; que leyendo a Rodrigo Gil de Hontañón, a Palladio o a Perronet, podemos aprender sobre estructuras; que la prosa imprecisa y desordenada de los tratados medievales enmascara un entendimiento magistral de la mecánica de las estructuras de fábrica. Se trata de sacar a la luz un pensamiento que ha permanecido ignorado, quizá por el juicio negativo que merecía la propia teoría.

Por tanto la investigación no está motivada por un afán meramente erudito; no se trata de sacar a la luz los restos enterrados de la antigua teoría. Creo firmemente que se puede aprender y éste ha sido el motor de la investigación. He pensado que cualquier afirmación de un gran constructor del pasado debe ser estudiada con cuidado y respeto.

En la primera parte del libro se expone un resumen de la teoría del arco de fábrica. Se trata de suministrar la parte fundamental del marco teórico necesario para entender, desde nuestro moderno punto de vista, las estructuras de fábrica. Se hacen numerosas referencias históricas a su desarrollo, pues estoy convencido de que el desarrollo histórico de una teoría es fundamental a la hora de comprender mejor la esencia de los problemas a que se dirige. La segunda parte recoge la teoría tradicional de estructuras a partir de los documentos escritos, principalmente entre 1400 (primeras fuentes escritas) y 1800 (inicio de la consolidación del cálculo científico). No es una recopilación exhaustiva pero sí suficientemente amplia como para obtener una idea precisa de la naturaleza del cálculo tradicional. Finalmente, en la tercera parte se analiza la validez de la teoría tradicional y de sus reglas estructurales. Se aplica la teoría del análisis límite al estudio de la estabilidad de los tipos más usuales de bóvedas y sus estribos (así como las torres), comparando los resultados con las reglas empíricas.

PRIMERA PARTE

El cálculo científico

2
El material: la fábrica

Una «fábrica» es cualquier construcción o parte de ella hecha con piedra o ladrillo y argamasa.[1] Así, hablamos de la fábrica de El Escorial refiriéndonos al edificio, y de una fábrica de sillería al tratar de alguno de sus muros. El material fábrica es, en sí mismo, una «estructura» y este término se deriva del latín *struere* que significa amontonar, apilar. Una fábrica se construye apilando o amontonando piedras de forma ordenada, disponiendo en general piedras más pequeñas y argamasa o mortero para llenar las juntas. En cualquier edificio de fábrica hay muchas fábricas distintas y en los dibujos de la figura 2.1 pueden distinguirse varias de ellas. Por otra parte, un elemento de un edificio puede estar compuesto de una combinación de fábricas diversas. Así, en el edificio representado en la citada figura, los muros presentan dos paramentos de sillería y un relleno de mampostería.

La fábrica es, pues, un material esencialmente discontinuo y anisótropo. No parece que se pueda caracterizar de la misma forma que los materiales habituales hoy día (el acero, la madera y el hormigón armado) como un material homogéneo e isótropo con ciertas constantes elásticas (módulos de Young y de Poisson). Sin duda esto requiere un esfuerzo, pues la formación estructural del arquitecto o ingeniero moderno está profundamente impregnada por las ideas elásticas. Pero, además, el enfoque elástico es un enfoque de resistencia, esto es, considera que de los tres requisitos estructurales de resistencia, rigidez y estabilidad es el pri-

mero el que rige el proyecto de una estructura. Cualquier análisis estructural elástico (o por el método de los elementos finitos) trata de conocer la tensión en cada punto de la estructura para luego compararla con las tensiones admisibles obtenidas en ensayos de laboratorio. El que la resistencia, o las propiedades elásticas, puedan no tener importancia es una idea que se nos antoja hoy absurda. Sin embargo, en el caso de las estructuras de fábrica el requisito de la resistencia juega un papel secundario y las afirmaciones sobre el material no consideran las deformaciones elásticas.

Este capítulo está dedicado a estudiar las propiedades mecánicas de las fábricas y de sus componentes. Se trata de liberarse del corsé del enfoque elástico, lo que el profesor Heyman (1999b) ha denominado «la camisa de fuerza de Navier», para encontrar un marco más adecuado para comprender las fábricas. Se trata de establecer un modelo del material que considere sus características esenciales. Primero se estudiarán las propiedades de los elementos que componen la fábrica (piedras o ladrillos y morteros) y después el material fábrica resultado de su aparejo.

Los elementos de la fábrica

Piedra

En la construcción de edificios y obras públicas se han empleado, en general, todo tipo de piedras salvo las más disgregables. La elección de la piedra depende de muchos factores: resistencia, durabilidad, facilidad de labra, etc. La cercanía de la cantera era asimismo importante. Por otra parte, si la piedra va al exterior, formando un paramento externo, debe ser capaz de resistir las inclemencias del tiempo: lluvia, heladas, cambios de temperatura. El fenómeno es muy complejo y Vitruvio (II, 7) recomendaba para verificar la calidad de una cantera nueva dejar unas piedras expuestas al aire libre durante dos años. Transcurrido este tiempo, aquellas que estén sanas, «aprobadas por la Naturaleza», dice Vitruvio, «se podrán utilizar y resistirán en la construcción de paredes exteriores».

Las propiedades mecánicas de las piedras sólo se empezaron a estudiar de forma científica a partir de mediados del siglo XVIII. Hasta entonces los construc-

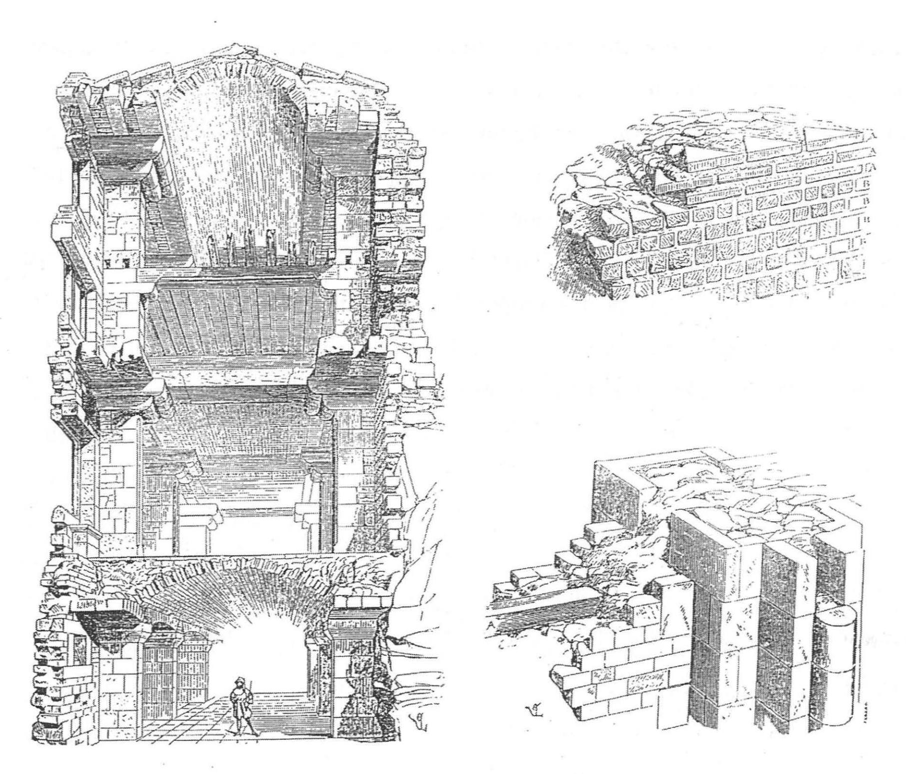


Figura 2.1
Sección constructiva de un edificio medieval y de dos tipos de muro: romano (arriba) y medieval. (Viollet-le-Duc 1854) Nótese la heterogeneidad y anisotropía inherentes al material de fábrica y a las construcciones de fábrica.

tores habían recurrido a la observación de ejemplos construidos: si esta piedra o fábrica ha subsistido durante varias generaciones, eso demuestra que es buena. Hacia 1750 Perronet y Soufflot realizaron los primeros ensayos sistemáticos y en 1774 Gauthey publica los primeros resultados y compila extensas tablas de ensayos que fueron incluidas en su póstumo *Traité des ponts* de 1809. Durante todo el siglo XIX se acumula una gran cantidad de datos sobre resistencia de las piedras.[2]

En general, los ensayos se realizaron sobre probetas de forma cúbica. No obstante, la forma y el tamaño de la probeta influyen en la carga de rotura (Gauthey realizó ensayos sobre probetas con la forma de los pilares del Panteón de París),

INDICATION DES MATÉRIAUX.	Poids du décimètre cube.	Charge d'écrasement par centimètre carré.	Hauteur représentative de la charge d'écrasement (1).	OBSERVATIONS.
Pierres volcaniques.	kilogr.	kilogr.	mètres.	
Basalte de Suède.	3,06	1912	6248	Rondelet.
Basalte d'Auvergne.	2,88	2078	7215	*Id.*
Lave du Vésuve, dite *Piperno.* . .	2,60	563	2165	*Id.*
Lave grise des environs de Rome.	1,97	228	1157	*Id.*
Tuf de Rome.	1,22	58	478	*Id.*
Granits.				
Granit d'Aberdeen bleu.	2,62	767	2927	G. Rennie.
Granit vert des Vosges..	2,85	620	2175	Rondelet.
Granit gris de Bretagne.	2,74	654	2383	*Id.*
Granit de Normandie, Gatmos. . .	2,66	702	2639	*Id.*
Granit gris des Vosges.	2,64	423	1603	*Id.*
Grès.				
Grès très-dur.	2,52	813	3226	*Id.*
Grès blanc.	2.48	923	3713	*Id.*
Grès bigarré des Vosges.	2,17	400	1843	Conservatoire des arts et métiers.
Pierres calcaires.				
Marbre noir de Flandre..	2,72	789	2901	Rondelet.
Marbre blanc veiné.	2,70	298	1104	*Id.*
Marbre rouge du Devonshire. . . .	2,70	522	1933	Rennie.
Calcaire de Portland..	2,42	262	1083	*Id.*
Pierre de Caserte, près Naples. . .	2,72	595	2191	Rondelet.
Pierre noire de St-Fortunat (Lyon)	2,65	627	2366	*Id.*
Liais de Bagneux, près Paris. . .	2,44	445	1824	*Id.*
Travertino de Rome.	2,36	298	1262	*Id.*
Roche de Châtillon, près Paris. . .	2,29	174	760	*Id.*
Roche douce de Châtillon.	2,08	134	644	*Id.*
Roche d'Arcueil, près Paris. . . .	2,30	253	1100	*Id.*
Pierre de Saillancourt, 1re qualité.	2,41	141	585	*Id.*
Briques.				
Brique dure très-cuite.	1,55	150	962	
Brique rouge.	2,17	57	262	
Brique rouge pâle.	2,08	39	187	
Mortiers.				
Mortier de chaux et de sable de rivière.	1,63	31	»	Rondelet.
Mortier de ciment de tuileau. . .	1,46	48	»	*Id.*
Mortier de pouzzolanes de Naples et de Rome mêlées.	1,46	37	»	*Id.*
Mortier avec chaux éminemment hydraulique.	»	144	»	Vicat.

(1) Cette colonne indique la hauteur du prisme droit de la matière considérée dont le poids serait suffisant pour écraser sa propre base (§ 25).

Figura 2.2

Tabla de resistencias a compresión de las piedras (en kg/cm²; 1 kg/cm² = 0,1 N/mm²) tomada de un manual de ingeniería de la segunda mitad del siglo XIX. (Collignon 1885) La segunda columna por la derecha representa la altura máxima (en metros) de una torre o columna de sección constante sometida a su propio peso.

Como puede verse el rozamiento entre piedras es muy alto. Para los puentes de fábrica se suele tomar en casi todos los manuales $\mu = 0,5$ ($\Phi = 27$), valor que incluye un cierto coeficiente de seguridad.[7]

Ladrillo

El término ladrillo se refiere a una piedra artificial fabricada principalmente a partir de arcilla. Los primeros ladrillos se remontan a unos ocho milenios antes de nuestra era en Mesopotamia (Sauvage 1998). Desde entonces, ha habido considerables variaciones de forma, tamaño y fabricación. Desde el punto de vista de sus propiedades mecánicas la distinción principal está entre ladrillos crudos o adobes, secados al sol, y ladrillos cocidos en hornos de tejar. A partir de la época romana se generalizó el empleo de los ladrillos cocidos en las obras monumentales, quedando relegados los adobes a las construcciones más modestas.

Los ladrillos cocidos presentan una resistencia a compresión muy superior a los adobes, pero en general, inferior a la de las piedras más usuales. Los ladrillos cocidos de la época romana o bizantina tienen resistencias a compresión similares a los actuales, esto es, entre 7–30 N/mm^2. Por ejemplo, Thode (1975) realizó diversas experiencias sobre los ladrillos de Santa Sofía y San Vitale, ambas construidas en el siglo VI d.C. y obtuvo resistencias de 18 N/mm^2 en Santa Sofía y de 32–33 N/mm^2 en San Vitale. Los primeros ensayos se realizan en el siglo XIX; por ejemplo, Navier (1826) toma entre 5–15 N/mm^2 para la resistencia a compresión de los ladrillos.

La resistencia a tracción de los ladrillos es muy baja, alrededor del 3% de la resistencia a compresión, mucho menor, en comparación, que la de las piedras. Las mismas consideraciones en cuanto al carácter frágil del material son de aplicación y, en consecuencia, no se suele considerar esta resistencia en el análisis.

El módulo de Young es muy variable. Delbecq (1983) da valores comprendidos entre los 5.000 y los 25.000 N/mm^2. Como en el caso de las piedras varía con la tensión de trabajo y el contenido de humedad.

Mortero

Se llama mortero o argamasa al elemento que se dispone entre las piedras o ladrillos, tratando de proporcionar un mejor asiento y dar cohesión a la fábrica. La naturaleza de los morteros es muy variable. En un principio la propia tierra arcillosa se empleó como mortero, pero, en general, los morteros tradicionales son los morteros de cal, hechos mezclando cal apagada, arena y agua. Los romanos llegaron a fabricar morteros de gran calidad e inventaron el mortero hidráulico (añadiendo polvo de puzolana o cerámica machacada) que fragua en ausencia de aire. La calidad de los morteros romanos sólo fue igualada en el siglo XIX. También se han empleado tradicionalmente morteros de yeso, principalmente en la construcción tabicada. A veces se mezclaba el yeso con la cal para acelerar el fraguado. Los morteros actuales son a base de cemento.

La resistencia de los morteros tradicionales empleados en las antiguas edificaciones es difícil de precisar. Sólo hay datos de ensayos sobre morteros tradicionales de cal y puzolana en el siglo XIX. La figura 2.3 da una tabla que recoge los resultados de las principales experiencias. Como puede verse, las resistencias a compresión están comprendidas entre 2 y 15 N/mm^2; en general, son menores que las de la piedra y ladrillo. Para edificaciones más antiguas es preciso extraer probetas y realizar ensayos.

La resistencia a tracción de los morteros es todavía más baja que la de los ladrillos; Vicat, por ejemplo, da valores comprendidos entre 0,1 y 1,0 N/mm^2 para los casos más habituales (Navier 1826; Marvá 1902) recomienda no tomar más de 1/20 de la resistencia a compresión. El Módulo de Young es muy variable dependiendo del tipo de mortero.

Una propiedad significativa del mortero es la adherencia; ésta debe ser suficientemente alta como para que éste no se desprenda de la piedra o del ladrillo. Algunos autores han querido dar una importancia mecánica a la adherencia, pensando que de esta forma se podría transmitir esfuerzos de tracción entre los elementos. La resistencia a tracción por adherencia es, sencillamente, despreciable a todos los efectos. Según los ensayos realizados por Boistard, Rondelet y otros a principios del siglo XIX (Marvá 1902), la adherencia entre mortero de cal y piedra oscila entre 0,07 y 0,2 N/mm^2. Entre mortero de yeso y ladrillo puede alcanzar 1 N/mm^2 (Marvá 1902).

AUTORES	MATERIALES		Coeficiente de fractura por compresión en kilogramos por cm².
Vicat.......	Mortero ordinario de cal y arena.........		19
Rondelet....	Idem, íd.............................		35
	Morteros de puzolana de Nápoles y de Roma		37
	Enlucido de unas minas romanas		76
	Mortero de las ruinas de la Bastilla......		55
Vicat.......	Idem de cal hidráulica ordinaria..		74
	Idem de íd. eminentemente hidráulica....		144
Datos coleccionados por Résal.	Mortero de cal hidráulica:		
	285 kgs. de cal por m³ de arena.....	de 5 á 10 días......	2,7
		de 11 á 15.........	4,3
	300 á 360 kilogramos de cal por m³ de arena........	de 5 á 21 íd........	5 á 5,5
		á los 45 íd.........	9,8
		á los 3 meses.......	16,3
		á los 6 íd..........	23,7 á 41
		á un año..........	39,5
	500 kgs. de cal por m³ de arena.....	á los 6 meses.......	70 á 74
Rondelet....	Yeso amasado con agua.................		50
	Idem íd. con lechada...		73
Vicat.	Idem íd. espeso........................		90
	Idem íd. claro...............		42

Figura 2.3
Tabla de resistencias de los morteros tradicionales, con indicación de la procedencia de los ensayos. (Marvá 1902)

Las fábricas: propiedades mecánicas

El material fábrica es un material compuesto resultado de la combinación de los elementos antes citados: piedra o ladrillo y mortero. A lo largo de la historia de la construcción de fábrica se han empleado todo tipo de fábricas y en la figura 2.4 aparecen dibujadas sólo algunas de ellas. Se pueden distinguir en principio dos grandes grupos: las fábricas de piedra y de ladrillo. A éstos se pueden añadir dos tipos particulares, los hormigones y la tapia o tapial.

El hormigón fue inventado por los romanos y consiste en disponer tongadas sucesivas de mortero y piedras pequeñas. Al fraguar el mortero se forma una

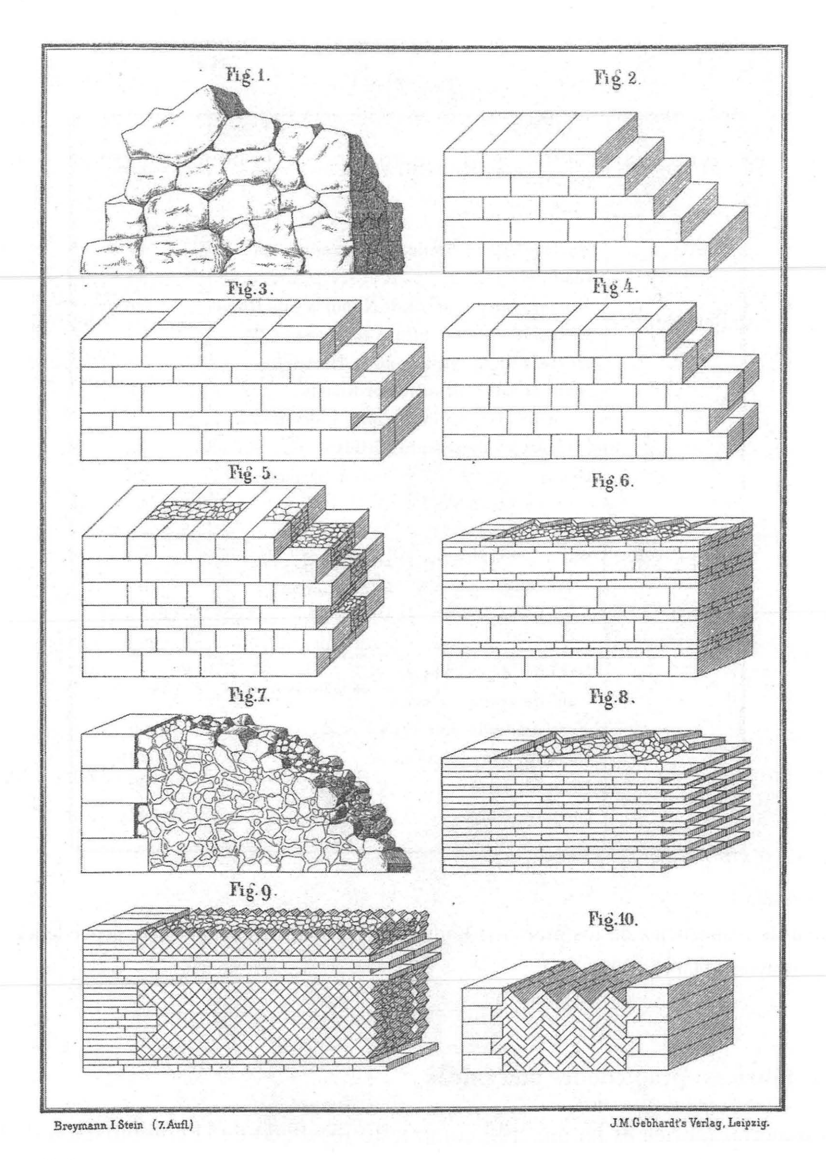


Figura 2.4
Selección de aparejos de fábrica. La combinación de piedras y/o ladrillos de distintos tamaños con o sin argamasa ha dado lugar a lo largo de la historia a una infinita variedad de fábricas: 1) mampostería concertada; 2–4) distintos tipos de sillería; 5) muro compuesto de paramentos de sillería atados con perpiaños y núcleo de mampostería u hormigón; 6) muro romano de núcleo de hormigón y revestimiento de piedra y ladrillo; 7) muro de paramentos de mampostería irregular, con núcleo de cascote, y rematado con una cadena de sillería; 8–10) distintos tipos de muros romanos, algunos muy idealizados. (Warth 1903)

suerte de piedra artificial de gran resistencia que los romanos emplearon tanto para hacer muros como bóvedas. La tapia o tapial se obtiene mezclando tierra con piedras o cascotes y, en ocasiones, cal.

Existen también fábricas mixtas que combinan uno o varios de los tipos anteriores. Un muro medieval, por ejemplo, está formado por dos paramentos de sillería y núcleo de mampostería. Los muros romanos constan de un núcleo de hormigón recubierto por un delgado paramento de sillería, pequeños mampuestos triangulares o ladrillo. Los tapiales se ejecutan normalmente entre cadenas de ladrillo o piedra. Los muros de mampostería irregular van siempre rematados por un encadenado de sillería de mayor y menor. Así, pues, las fábricas mixtas, lejos de ser una excepción, son casi la norma.

La pregunta es cómo podemos caracterizar desde un punto de vista mecánico el material fábrica, de manera que las propiedades que le atribuyamos sean comunes a todas las fábricas, paso previo a la elaboración de una teoría de las estructuras de fábrica. Como se ha dicho, la tendencia actual es a caracterizar un material en primer lugar por su resistencia (a esfuerzos de compresión, tracción y cortadura), atribuyéndole, además, unas propiedades constitutivas (en general, unas constantes elásticas) que permitan su análisis estructural, muy probablemente empleando un programa de ordenador.

Quizá fuera posible hacer esto para cada elemento de una fábrica: para un tipo de piedra, ladrillo o mortero en concreto podemos, mediante ensayos, conocer estas propiedades. La pregunta es qué hacer con una fábrica como la de la *Fig.* 7 en la figura 2.4. ¿Qué parte de la fábrica caracterizaremos: el paramento exterior de mampostería irregular, el núcleo de cascote o la cadena de sillería; o, quizá, las respectivas zonas de contacto donde la mampostería exterior se enjarja en el núcleo o con la sillería? Ciertamente es un problema difícil.

Resistencia a compresión de las fábricas de piedra

A lo largo del siglo XIX se realizaron algunos ensayos tratando de caracterizar las propiedades mecánicas de las fábricas. La mayor parte de las investigaciones se dirigieron a tratar de obtener la resistencia de la fábrica en función de la de los elementos que la componen, que se suponía conocida. Los primeros ensayos con probetas de fábrica fueron realizados, al parecer, por Rondelet hacia 1800. Ron-

delet ensayó, para distintos tipos de piedra, primero un cubo; luego dos cubos uno encima de otro, y, finalmente, tres cubos superpuestos. La probeta de dos cubos resistía menos que la simple, y la de tres cubos menos que la de dos. La conclusión era evidente: las juntas introducían una debilidad en la fábrica que disminuía la resistencia.

Tourtay en 1885 realizó unos ensayos tratando de estimar la influencia del espesor de las juntas de mortero sobre la resistencia de las fábricas. Las experiencias consistieron en ensayos a rotura de bloques de piedra de distintos tipos, intercalando juntas de espesor y composición variables. Las probetas estaban compuestas por dos semibloques paralepipédicos de 10 cm de lado y 5 cm de altura; la junta se disponía entre ambos. Se ensayó asimismo un bloque cúbico de 10 cm de lado y bloques cúbicos de mortero de 6 cm de lado. Las conclusiones de Tourtay son de gran importancia y las citamos a continuación:

- El agotamiento del mortero en las juntas de las fábricas se produce a tensiones muy superiores a la resistencia intrínseca del mortero, pero muy inferiores a la resistencia de la piedra.
- La tensión que produce la disgregación del mortero está en razón inversa del espesor de la junta, manteniendo constantes los otros factores.
- Las fábricas formadas por piedras colocadas sin juntas de mortero (a hueso) dan resistencias inferiores a las de la piedra, pero superiores a las de la fábrica con juntas de mortero.
- Las piedras unidas por una simple lechada de cemento parecen funcionar monolíticamente y dan resistencias semejantes a las de las piedras, y muy superiores a las de las fábricas con juntas de mortero.

Así, pues, el aumento del espesor de las juntas disminuye la resistencia de la fábrica. Delbecq (1983) ha explicado este fenómeno: dado que el módulo de elasticidad del mortero es mucho menor que el de la piedra, el mortero presenta una tendencia a expandirse lateralmente. En razón de la adherencia y del rozamiento entre el mortero y la piedra, esta expansión induce en la piedra un estado de tracción lateral y en el mortero un estado de compresión lateral, de donde resulta que la piedra rompe por tracción en los bordes. La construcción de sillería a

hueso, al estilo romano, o con finas juntas de mortero (o de un metal maleable como el plomo) permite aproximarse a la resistencia de la piedra. En los elementos más cargados y esbeltos se recurre, pues, al empleo de sillería con juntas finas o a bloques monolíticos. Pero quizá el resultado más interesante sea el hecho de que el mortero puede trabajar confortablemente en una fábrica a tensiones superiores a la de rotura. La resistencia de la fábrica no viene determinada por la del más débil de sus elementos.

Tensiones admisibles de compresión

Los ensayos de Tourtay son muy reveladores, pero persiste el problema de cómo predecir la resistencia de una fábrica a partir de las resistencias de sus elementos y del aparejo. La pregunta práctica, dentro del enfoque de resistencia, es cómo calcular la tensión admisible a compresión para una fábrica dada.

Los ingenieros del siglo XIX emplearon una regla simple: la resistencia de la fábrica es 1/10 de la resistencia de rotura a compresión de la piedra que la compone. El coeficiente tiene en cuenta la considerable reducción de resistencia que producen las juntas de mortero y la heterogeneidad del aparejo. Así, una fábrica construida con una piedra caliza con una resistencia de, por ejemplo, 30 N/mm^2, podría trabajar hasta una tensión de 3 N/mm^2.

Este coeficiente del décimo dio lugar a considerable confusión en cuanto a su interpretación. Así, muchos autores consideraron que se debía aplicar, no a la resistencia de la piedra, sino a la del elemento más débil de la fábrica, el mortero, ignorando los resultados de Tourtay. Si para el caso anterior de la fábrica de piedra caliza, el mortero de cal empleado presentara una resistencia típica de, digamos, 3 N/mm^2, la tensión máxima que podría alcanzar la fábrica sería de 0,3 N/mm^2. Es evidente que esta resistencia se corresponde más con la de un terreno que con la de una fábrica de buena piedra caliza. No obstante, valores de la resistencia de las fábricas de este orden pueden encontrarse en muchos manuales de construcción e ingeniería de finales del siglo XIX.[8]

Cualquier tabla realista de resistencias a compresión de las fábricas debe dar valores sin duda inferiores a la resistencia de la piedra, pero muy superiores a la del mortero. Por supuesto, cuando los ingenieros acometían obras de gran tamaño, como por ejemplo los grandes viaductos de piedra de más de 50 m de luz, no

aplicaban esta versión tan restrictiva de la regla del décimo. Por ejemplo, Engesser (1907) propuso la siguiente fórmula:

$$\sigma_f = \frac{1}{3}\,\sigma_p + \frac{2}{3}\,\sigma_m$$

donde σ_f es la resistencia de rotura a compresión de la fábrica, siendo σ_p y σ_m las resistencias de rotura a compresión de la piedra y el mortero, respectivamente. Aplicando esta fórmula al ejemplo anterior se obtiene 12 N/mm^2. Engesser recomienda, después, aplicar un coeficiente de seguridad entre 4 y 8, de manera que las tensiones admisibles estarían comprendidas entre 3 y 1,5 N/mm^2. (Aplicando el coeficiente del décimo a σ_f se obtiene 1,2 N/mm^2.)

Los estudios más recientes sobre las propiedades mecánicas de las fábricas se han dedicado casi exclusivamente al caso de las fábricas de ladrillo y de bloques de hormigón. El CIB publicó en los años 1980 una tabla de resistencia de las fábricas en función de la resistencia de la piedra y del mortero, tabla 2.3.[9] Las resistencias de rotura de la fábrica están por encima de 1/3 de la resistencia de rotura de la piedra, como ocurre con la fórmula de Engesser. A los valores de la tabla habría que aplicar después el correspondiente coeficiente de seguridad.

Resistencia de las fábricas de ladrillo, hormigones y tapiales

Las resistencias de las fábricas de ladrillo tradicionales dependen del tipo de ladrillo y de mortero, y del espesor de las juntas. A lo largo de la historia se han empleado ladrillos de tipos y tamaños muy diversos, aparejados de muchas formas. Casi la única ley común a todos los aparejos es la necesidad de matar las juntas. En general, el espesor de las juntas es una fracción del espesor del ladrillo, pero en ocasiones puede ser del mismo orden, o incluso mayor, como sucede por ejemplo en numerosos aparejos bizantinos. Dado que los ladrillos antiguos presentan resistencias de compresión análogas a los modernos, la resistencia de las fábricas de ladrillo debe ser del mismo orden, esto es, entre 2 y 10 N/mm^2. Marvá (1902) recoge ensayos realizados en Londres sobre pilares de ladrillo de 1,83 m de altura y 0,458 m de lado; los valores están comprendidos entre 0,6 y 11 N/mm^2.

Resistencia característica a compresión simple de las piedras (N/mm²)	*Resistencia característica a compresión simple de la fabrica en función del tipo de mortero* (N/mm²)			
	M4	M3	M2	M1
2	1,3	1,4	1,4	1,4
5	2,9	3,3	3,4	3,5
7	3,5	4,1	4,5	4,9
10	4,1	4,7	5,3	6,2
15	5,1	5,9	6,7	8,2
20	6,1	6,9	8,0	9,7
30	7,2	8,6	10,2	12,0
40	8,1	10,4	12,0	14,3
60	–	–	16,0	18,8

Tipo de mortero	*Resistencia media a los 28 días* (N/mm²)	*Composición aproximada en volumen*		
		cemento	*cal*	*arena*
M1	20	1	0 – ¼	2¼
M2	10	1	¼ – ½	2¼
M3	5	1	½ – 1¼	2¼
M4	2,5	1	1¼– 2½	2¼

Tabla 2.3
Resistencia de las fábricas de piedra en función de la resistencia de la piedra y del mortero. Se trata de una tabla moderna en cuanto que el mortero es una mezcla de cal y cemento, pero sirve para poner de manifiesto que la resistencia de una fábrica es inferior a la de la piedra pero superior a la del mortero. (Delbeq 1983)

En cuanto a los hormigones, los ensayos realizados sobre hormigones romanos demuestran que éstos alcanzaban resistencias comparables a los hormigones modernos de cemento. Lamprecht (1987) ha realizado ensayos sobre 44 probetas distintas de hormigones romanos obteniendo resistencias de rotura comprendidas entre 6 y 46 N/mm², los valores más habituales entre 10 y 20 N/mm².

La tapia o tapial es un material mucho menos resistente que se empleó en la fabricación de muros. De nuevo, los valores dependerán mucho de su constitución. Marvá (1902) da un valor de 1,1 N/mm^2 en una de sus tablas.

Resistencia a tracción y cortadura

La resistencia a tracción de las fábricas depende, principalmente, de la adherencia entre el mortero y la piedra o ladrillo. Como se ha visto, la fuerza de adherencia es prácticamente despreciable y, en general, se ha considerado siempre que la resistencia a tracción de las fábricas es nula.

Algunas fábricas, por su aparejo, presentan una resistencia a tracción apreciable en los ensayos de laboratorio. Este es el caso de los hormigones romanos y de las fábricas tabicadas. Para estas últimas, Guastavino (1893) obtuvo resistencias de rotura a tracción de unos 2 N/mm^2. La resistencia a tracción de un buen hormigón romano puede ser del mismo orden. No obstante, aún en estos casos se ha despreciado la resistencia a tracción de la fábrica que, debido a su carácter frágil, sería muy poco fiable. Por otro lado, como se discutirá en el capítulo 4 más adelante, la formación de grietas en las estructuras de fábrica es casi inevitable.

La resistencia a esfuerzos de cortadura de una junta de mortero depende del esfuerzo de compresión, de la resistencia a cortante del mortero y del ángulo de rozamiento de la piedra o ladrillo. La relación entre la resistencia a cortante y la tensión de compresión puede expresarse por la fórmula:

$$\tau = \tau_0 + \sigma \tan \Phi$$

donde τ_0 es la resistencia a cortante para $\sigma = 0$ (cohesión) y Φ es el ángulo de rozamiento interno. Esta expresión recibe el nombre de «criterio de rozamiento seco de Coulomb».[10] Para los morteros tradicionales el valor de la cohesión es muy bajo (unos 0,6 N/mm^2) y suele despreciarse. Por tanto, lo que evita el fallo por cortante o deslizamiento en la junta es el rozamiento entre los elementos. Los elevados coeficientes de rozamiento de las piedras hacen que este fallo sea muy improbable en las construcciones de fábrica.

Módulo de Young

El concepto de módulo de Young lleva implícito un material homogéneo e isótropo. Con referencia a cualquiera de las fábricas de la figura 2.4, es evidente que no tiene sentido alguno hablar de módulo de Young, pues en cada punto y dirección tendría un valor distinto, si es que fuera viable medirlo. No obstante, cuando se ensayan estructuras es posible medir las deformaciones y relacionarlas con las cargas. De esta manera puede obtenerse un «módulo de Young» para la estructura cargada de una cierta manera. A título indicativo incluimos los resultados de algunos ensayos realizados por la Asociación de Ingenieros y Arquitectos Austríacos en 1895. Estos ensayos se realizaron sobre bóvedas de 23 m de luz y 4,6 m de flecha, construidas en mampostería, ladrillo y hormigón en masa. Los módulos de elasticidad se obtuvieron a partir del descenso medido en la clave,[11] y se han recogido en la tabla 2.4; a la derecha figura el módulo de elasticidad de los materiales de la bóveda, obtenido en laboratorio sobre probetas. Nótese la enorme disparidad entre los valores del módulo elástico del material y de la estructura.

Tipo	*Bóveda*	*Materiales de la bóveda*
Bóveda de piedra ordinaria	6,04	13,7 – 27,1
Bóveda de ladrillo	2,78	4,5 – 16,2
Bóveda de hormigón en masa	24,60	–

Tabla 2.4
Módulo de elasticidad de bóvedas de piedra, ladrillo y hormigón (kN/mm^2). Los módulos de elasticidad de las bóvedas se obtuvieron en base a las deformaciones observadas para la carga de ensayo; los módulos de los materiales en ensayos sobre probetas, en laboratorio. Nótese la enorme disparidad entre ambos. (Oesterr. Ingenieur- und Architekten-Verein 1895)

Tensiones en fábricas existentes

Hasta aquí se ha repasado brevemente el estudio científico de la resistencia de las fábricas a partir de la teoría convencional de resistencia de materiales y de los re-

sultados de los ensayos de laboratorio. Se ha visto que los datos de los ensayos sobre los elementos de la fábrica no resultan demasiado útiles a la hora de determinar la resistencia (o el módulo de Young) de la combinación de elementos que forma un cierto macizo de fábrica. De hecho, la irregularidad de incluso las fábricas más cuidadas pone en cuestión cualquier coeficiente de resistencia o elasticidad, salvo los más conservadores, que, de esta manera, se vuelven inútiles.

El problema se puede enfocar de otra manera. Se pueden estudiar las tensiones de trabajo de ciertas fábricas, en edificios construidos que llevan en pie siglos, y concluir que estos valores de la tensión de trabajo son valores admisibles. Éste fue, precisamente, el enfoque aplicado por Perronet a mediados del siglo XVIII (véase el capítulo 9), antes de iniciar sus primeros ensayos sistemáticos de rotura. Rondelet compiló una primera tabla de tensiones en grandes edificios de fábrica que fue reproducida y ampliada en muchos manuales y tratados de construcción del siglo XIX.[12] La tabla 2.5 se ha elaborado a partir de la de Rondelet, añadiendo algunos edificios y la parte de puentes.[13] Si se comparan estas tensiones con los valores de resistencia de la tabla 2.3 o los que resultan de aplicar la fórmula de Engesser, podrá verse que las tensiones son bajas incluso para fábricas de calidad media o baja.

Sin duda se trata de un resultado inesperado (aunque quizá se podría haber previsto en base a las alturas límite de la tabla de la figura 2.2). Por ejemplo, los pilares de la nave central de la catedral de Beauvais, que soportan las bóvedas más altas del gótico, están trabajando sólo a 1,3 N/mm^2 y el autor del estudio del que se ha tomado el dato, Benouville (1891), manifestó su sorpresa ante este hecho. Las tensiones más altas se encuentran, como es natural, en los grandes puentes de fábrica de fines del siglo XIX y principios del XX. Pero, incluso aquí los coeficientes de seguridad son muy elevados. Así, en el viaducto de Salcano (Jaussner 1910), donde la tensión máxima es de 5,1 N/mm^2,la tensión de rotura de la fábrica se estimó en 57 N/mm^2, con un coeficiente de seguridad de 11; esto es, las tensiones máximas de trabajo están un orden de magnitud por debajo de las de rotura. En el Panteón de Roma, la tensión media de 0,6 N/mm^2 en la base del tambor, calculada por Terenzio (1933), está dos órdenes de magnitud por debajo de las resistencias habituales de los hormigones romanos. Si las tensiones de trabajo son muy bajas para las más grandes cons-

Tensión de trabajo	N/mm^2
EDIFICIOS	
Columnas de la iglesia de Toussaint d'Angers	4,4
Pilares de la cúpula de S. Genoveva en París	2,9
Pilares de la iglesia de Santa Sofía en Constantinopla	2,2
Pilares de la catedral de Palma de Mallorca	2,2
Columnas de la iglesia de S. Pablo extramuros en Roma	2,0
Pilares de la cúpula de S. Pablo en Londres	1,9
Pilares de la cúpula de S. Pedro en Roma	1,7
Pilares de la cúpula de los Inválidos en París	1,4
Pilares de la catedral de Beauvais	1,3
Base del tambor del Panteón de Roma	0,6
PUENTES	
Puente de Morbegno (L = 70 m)	7,0
Puente de Plauen (L = 90 m)	6,9
Puente de Villeneuve (L = 96 m)	5,7
Viaducto de Salcano en Göritz (L = 85 m)	5,1
Puente sobre el Rocky River (L = 85 m)	4,4
Puente de Luxemburgo (L = 85 m)	4,8

Tabla 2.5
Tensiones de trabajo en grandes estructuras de fábrica. Nótese que estos valores pueden ser resistidos por fábricas de calidad media. La resistencia no es un factor determinante en el proyecto de las fábricas.

trucciones, hemos de concluir que lo serán todavía más para edificaciones de tamaños usuales.

Este hecho, el bajo nivel tensional existente en las construcciones de fábrica resuelve el problema de encontrar la resistencia de las fábricas: la resistencia no es una característica estructural relevante en el análisis estructural de las fábricas. Los intentos de cuantificar la resistencia de las fábricas realizados durante el siglo XIX y principios del XX (y que se están repitiendo hoy día, siguiendo el mismo enfoque elástico-resistente de Navier), van dirigidos a resolver un problema que no es significativo. Se podría argüir, por seguir el enfoque resistente, que las tensiones son bajas porque en los edificios se han regruesado innecesariamente los elementos, que, si se hubieran calculado adecuadamente, serían mucho más esbeltos. De hecho, como se verá en los capítulos siguientes las di-

mensiones de los macizos de fábrica responden no a requisitos de resistencia, sino de estabilidad.

Por otra parte, aunque las tensiones sean bajas esto no significa que sea indiferente el tipo de fábrica empleado. El constructor debe conocer cuáles son las partes más cargadas en una estructura, y disponer allí las fábricas mejores; no es sólo un problema de seguridad es, también, un problema de economía, de empleo racional de los recursos materiales y humanos. Así, en las esbeltas columnas monolíticas de las arquerías inferiores de las iglesias románicas o bizantinas se empleaba, por supuesto, mármol de la mejor calidad. En una bóveda gótica, los nervios son de buena piedra, mientras que en la plementería se emplea piedra de mucha peor calidad. La fábrica de los muros, es, en general, de peor calidad que la de los pilares y estribos. Y así sucesivamente.

El material fábrica: Principios del análisis límite

Si la resistencia mecánica no es importante, debemos preguntarnos qué afirmaciones se pueden hacer que caractericen el comportamiento mecánico del material fábrica. En general, se pueden realizar las siguientes afirmaciones:

- las estructuras de fábrica resisten bien los esfuerzos de compresión.
- las tensiones de trabajo de las fábricas son bajas y suelen estar un orden de magnitud o dos por debajo de las resistencias de rotura a compresión. Los fallos de resistencia observados son muy raros.
- las estructuras de fabrica resisten muy mal las tracciones. Los constructores nunca han contado con esta débil resistencia a tracción.
- el fallo por deslizamiento está impedido por los altos coeficientes de rozamiento entre las piedras, y por las disposiciones constructivas habituales. Los casos observados de fallo por deslizamiento son muy raros.

Estas observaciones fueron seguidas, implícita o explícitamente, en el proyecto científico de arcos y bóvedas en los siglos XVIII y XIX.

Principios del análisis límite de estructuras de fábrica

El profesor Heyman (1966, 1999a) ha sistematizado estas afirmaciones para incluir la teoría de las estructuras de fábrica dentro del análisis límite. Las siguientes afirmaciones forman los Principios del análisis límite de las fábricas:

– la fábrica tiene una resistencia a compresión infinita.
– la fábrica no tiene resistencia a tracción.
– el fallo por deslizamiento es imposible.

La primera afirmación tiene en cuenta que las tensiones son bajas en las fábricas. En algún caso puede ser necesario verificar que, efectivamente, las tensiones no superan los límites de rotura. La segunda afirmación va a favor de seguridad, pues siempre existe una cierta adherencia entre los elementos. La tercera afirmación presupone un coeficiente de rozamiento infinito. Esto no es cierto, pero los valores son tan altos que los fallos por deslizamiento son extremadamente raros en las fábricas usuales.

La imagen que surge de estas tres afirmaciones coincide con la expuesta al principio del capítulo: la fábrica es un apilamiento de piedras o ladrillos que forman una estructura estable. Las cargas se transmiten mediante esfuerzos de compresión entre las piedras, sin tracciones. Por otra parte, el peso propio de los elementos genera esfuerzos de rozamiento, que son suficientemente elevados, para evitar deslizamientos locales. De esta manera, la fábrica mantiene su forma y transmite las cargas hasta el terreno.

Fallo de una sección: superficie de cedencia

Si el material es infinitamente resistente y no hay posibilidad de deslizamiento, cabría preguntarse cómo puede fallar un macizo de fábrica. La cuestión ha sido estudiada en detalle, dentro del marco del análisis límite, por Heyman (1971, 1982). La clave está en la incapacidad para resistir tracciones. Consideremos, idealmente, un elemento de fábrica compuesto por una serie de piedras o dovelas, figura 2.5 (a). Sea una junta mM entre dos dovelas. Las resultantes de tensiones en dicha junta vendrán dadas por la posición, magnitud y dirección del esfuerzo *F* (la resultante de las fuerzas a la izquierda, o a la derecha, del plano definido por la

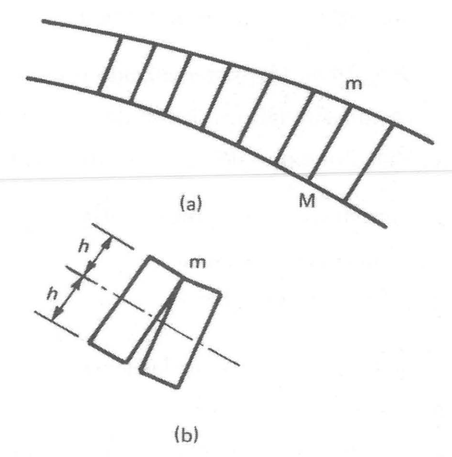


Figura 2.5
(a) Elemento de fábrica formado por bloques o dovelas. (b) Cuando en una junta mM el esfuerzo toca el borde de la fábrica, se forma una articulación. (Heyman 1982)

junta mM), figura 2.6. Dado que el deslizamiento es imposible, sólo nos interesa la componente normal a la junta N. Si llamamos e a la distancia del punto de aplicación de N al centro de la sección, existe un momento flector $M = eN$. Las resultantes de tensiones N, M definen el estado tensional en la junta (se supone una distribución uniforme de tensiones de compresión).

Si el material tiene una resistencia a compresión limitada σ_0 se debe verificar:

$$N = 2\,(h - e)\sigma_0$$
$$M = Ne$$

estas dos ecuaciones son las ecuaciones paramétricas de la superficie de cedencia de la figura 2.7 (a). Para que se cumpla la condición de cedencia cualquier par de valores (N, M) deberá estar contenido dentro de la superficie de cedencia, delimitada por los dos arcos de parábola. Si la resistencia es infinita el esfuerzo puede llegar al mismo borde de la fábrica, formándose una articulación en dicho borde, figura 2.5 (b). La superficie de cedencia viene definida ahora por las rectas $M = \pm hN$ (que son precisamente las tangentes a las ramas parabólicas en el origen): cualquier par de

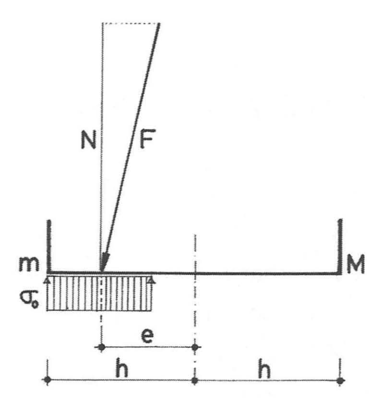


Figura 2.6
Sección mM de la figura 2.5. Distribución de tensiones correspondiente a la posición del esfuerzo *F*.

valores *N*, *M* dentro del dominio OAB en la figura 2.7 (b) cumple la condición de cedencia del material. Los puntos situados sobre las rectas OA y OB corresponden a esfuerzos en los bordes de la junta, esto es, a la formación de articulaciones.

Heyman ha demostrado, además, que es posible considerar una resistencia limitada, simplemente reduciendo hipotéticamente la sección de la fábrica. Así, si se considera que la tensión máxima en la fábrica debe ser, por ejemplo, la décima

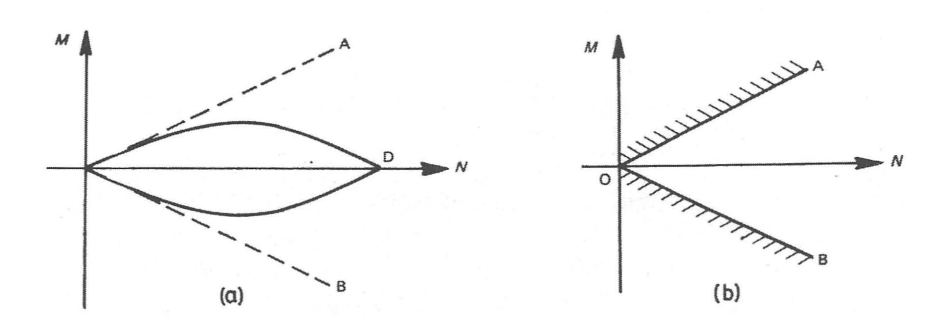


Figura 2.7
(a) Superficie de cedencia de un material sin resistencia a tracción y con resistencia a compresión limitada; (b) Superficie de cedencia de un material sin resistencia a tracción y resistencia a compresión infinita. (Heyman 1982)

parte de la tensión de rotura, esto equivale a reducir la sección en un 10%. Los cálculos se realizarían para esta estructura de sección ligeramente menor. No obstante, salvo en casos excepcionales, no resulta necesario hacer este tipo de consideraciones.

Los Principios del Análisis Límite antes enunciados permiten aplicar las ideas del Análisis Límite al caso de estructuras de fábrica. La consideración de un material infinitamente resistente a compresión, sin resistencia a tracción, y sin posibilidad de fallo por deslizamiento, lleva a una superficie de cedencia formada por dos rectas. Para cumplir la condición de cedencia basta, pues, con que los esfuerzos no se salgan de los límites de la fábrica. Esta conclusión, aparentemente trivial, es de enorme importancia, pues de su cumplimiento depende la validez de los Teoremas Fundamentales del Análisis Límite, como se verá en el capítulo 4, más adelante.

3
Equilibrio: líneas de empujes

En el capítulo anterior se ha caracterizado el material fábrica. Se trata de un material «unilateral» que resiste bien las compresiones pero que no resiste las tracciones. Por tanto, el esfuerzo (resultante de tensiones) que se transmite a través de cualquier junta de un arco o estribo debe estar contenido dentro de la fábrica. Ésta es la condición de cedencia o límite del material. El presente capítulo estudia el equilibrio de arcos y estribos, cumpliendo la citada condición básica del material. Por supuesto, en general, no habrá una sino infinitas situaciones posibles de equilibrio: las ecuaciones del material y del equilibrio estático no bastan para determinar los esfuerzos en una estructura. Es preciso, para avanzar más, hacer consideraciones sobre la forma en que está apoyada la estructura y sobre la relación entre sus elementos (afirmaciones de compatibilidad). La discusión de este problema central de la teoría de estructuras se abordará en el capítulo siguiente.

El objetivo es, pues, estudiar las distintas aproximaciones al estudio del equilibrio de las estructuras de fábrica, con vistas a obtener una buena comprensión de su funcionamiento. Como ocurre, por ejemplo, al dibujar un objeto, hay que cambiar el punto de vista, mirar desde ángulos distintos, para alcanzar una comprensión cabal de un problema. Aunque las ecuaciones de equilibrio son únicas, hay muchas formas posibles de estudiarlas. Desde el enfoque puramente analítico,

hasta los métodos puramente gráficos, hay un abanico muy extenso de posibilidades. No obstante, hay una idea que ha demostrado ser enormemente fértil y que está en el mismo origen de la teoría científica de los arcos: el concepto de «línea de empujes». Las líneas de empujes permiten «ver» la transmisión de esfuerzos dentro de la fábrica. Cada línea de empujes representa una posible situación de equilibrio; de hecho, como se verá, una línea de empujes no es sino una representación gráfica de las ecuaciones de equilibrio. Este capítulo está dedicado al estudio del equilibrio de las estructuras de fábrica empleando líneas de empujes.

Definición de línea de empujes

La *línea de empujes* es el lugar geométrico del punto de paso de los esfuerzos por un sistema de planos de corte dados. El concepto de línea de empujes fue intuido ya por Hooke (ca. 1670) en su analogía con los cables, pero su formulación rigurosa se produce en el decenio 1830–40, de forma independiente en Inglaterra (Moseley 1835) y Francia (Méry 1840).[1] La exposición de Moseley es más rigurosa, es la de un matemático; Méry tiene un enfoque más práctico, es la exposición de un ingeniero. Veamos a continuación la exposición de Moseley.

Sea un macizo de fábrica MNLK, figura 3.1, compuesto por un apilamiento de piedras recibidas sin mortero y de cualquier forma. Consideremos ahora un plano 1a2 que corta a la estructura y llamemos *A* a la resultante (empuje) de todas las fuerzas situadas por encima de dicho plano (A' y A'' en este caso). Supongamos que esta superficie de corte cambia de forma y posición de manera que coincida con todas las superficies de contacto 3b4, 5c6, 7d8, . . . , de los sólidos que componen la estructura, y sean *B, C*, *D*, *E*, . . . , las resultantes, obtenidas en forma análoga a la *A,* correspondientes a los distintos planos de intersección. Para cada una de las superficies consideradas la resultante tendrá un punto de aplicación que deberá estar situado dentro de la masa de la estructura. Llamaremos a este punto *centro de empuje*, los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, etc.

Imaginemos ahora la estructura seccionada por una infinidad de planos (que pueden seguir una ley determinada, por ejemplo ser normales a una determinada curva) y consideremos las intersecciones de cada una de las resultantes con su plano, es decir, los centros de empujes correspondientes a cada uno de los pla-

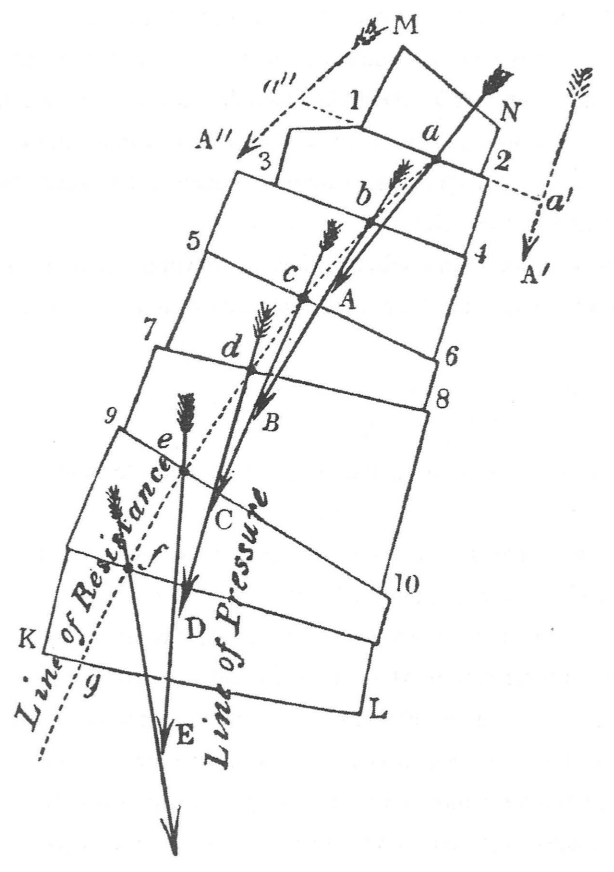


Figura 3.1
Líneas de empujes en un macizo de fábrica. La línea de empujes (línea de puntos) es el lugar geometrico del punto de paso de la resultante por un sistema de planos de corte dados. Estos planos de sección pueden corresponder a juntas reales o imaginadas. Moseley llamó a esta curva «line of resistance» (línea de reacciones) y a su envolvente, que define la dirección de los empujes, «line of pressure» (línea de presiones). (Moseley 1843)

nos; el lugar geométrico de estos puntos forma la *línea de empujes*.[2] Nótese que los empujes no tienen por qué ser tangentes a esta curva (Moseley ha exagerado deliberadamente esta propiedad en el dibujo).

De la anterior definición se deduce fácilmente que la línea de empujes depende de la forma y sistema de cargas de la estructura y, también, de la familia

de planos de sección elegidos. Dada una estructura de cualquier forma geométrica, sometida a un determinado sistema de cargas y cuyas partes están en contacto según una serie de superficies definidas geométricamente, los métodos del análisis matemático permiten escribir su ecuación. También puede procederse a la inversa: dada una línea de empujes, podemos deducir la forma geométrica de una estructura compatible con ella.

En el dibujo aparece otra segunda línea: la envolvente de las direcciones de los empujes, que podríamos llamar *línea de inclinaciones* (Moseley la denominó «line of pressure»). Esta curva, como la anterior, se puede estudiar aplicando los métodos del análisis matemático, y, una vez conocida, podríamos saber la dirección del empuje para cada punto de la línea de empujes. Dado que, en general, no se considera la posibilidad de deslizamiento, su estudio tiene un interés puramente teórico.

El estudio de la teoría matemática de las líneas de empujes se sale del ámbito de este capítulo, en el que sólo se quieren exponer las ideas centrales en relación con el equilibrio de arcos y estribos. No obstante, el conocer la definición rigurosa de esta curva y, en particular, saber la dependencia de su forma con la familia de planos de corte, es muy importante a la hora de valorar la aplicación de los distintos métodos. En lo que sigue el tratamiento será, principalmente, gráfico. Para los interesados en un enfoque matemático riguroso la mejor exposición sobre la teoría matemática de las líneas de empujes se encuentra en Milankovitch (1907), para arcos, y Milankovitch (1910), para estribos.

Líneas de empujes en arcos

La idea de línea de empujes puede aplicarse a arcos de dovelas (en este caso se suele tomar como planos de corte las juntas) o a arcos de ladrillo u hormigón en masa, en cuyo caso hay que elegir un sistema de planos de corte (que equivale a imaginar unas juntas en la fábrica). Consideremos un sencillo arco de dovelas como el arco etrusco de la figura 3.2 (a). Las piedras se labran primero y, luego, se montan sobre una cimbra. Tras asentar la última piedra (la clave) se procede al descimbramiento. Ahora, las piedras tienden a caer hacia abajo, impulsadas por la fuerza de la gravedad. Sin embargo, el arco se sostiene y cada una de las dove-

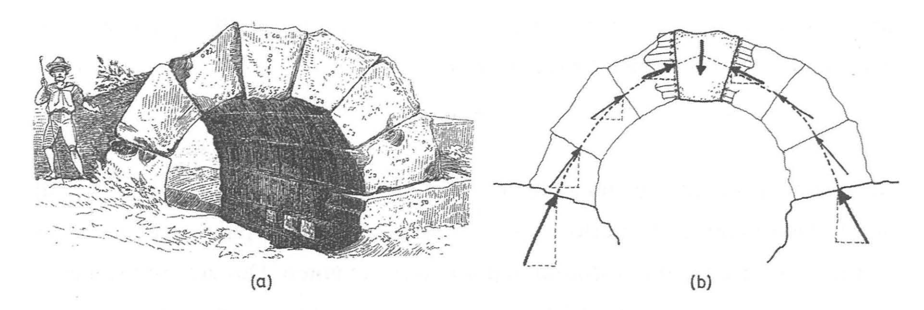


Figura 3.2
Arco etrusco de dovelas de piedra. (Durm 1885) Las dovelas se montan sobre una cimbra y al descimbrar, tienden a caer hacia abajo. Cada dovela está «en el aire» con los empujes (resultantes de tensiones de compresión) producidos por las dovelas adyacentes. Estos empujes se transmiten hacia los apoyos; la trayectoria es la línea de empujes. Nótese que, dado que las fuerzas son verticales, la componente horizontal de los empujes es constante.

las está en equilibrio mediante esfuerzos trasmitidos a través de las juntas, producidos por las piedras adyacentes.

En la figura 3.2 (b), se ha imaginado la clave en el aire sometida a la acción de estos empujes (resultantes de una cierta distribución de tensiones). Considerando ahora una de las piedras laterales, ésta estará en equilibrio bajo la acción del empuje de la clave, su peso y otro empuje procedente de la piedra inmediatemente inferior. Los puntos de aplicación de los citados empujes forman parte de una cierta línea de empujes que representa un estado de equilibrio posible a compresión para el arco, que se ha dibujado a puntos en la figura. Es evidente que si fijamos otros empujes para sujetar la clave, quizá con otros puntos de aplicación, sería posible dibujar otras líneas de empujes y que la condición de equilibrio, más la del material (trabajo a compresión), no bastan para determinar los esfuerzos internos. Por supuesto, los empujes deben estar contenidos dentro de la fábrica, en cada una de las juntas.

Este sencillo análisis cualitativo permite poner de manifiesto un hecho fundamental. Los empujes deben ser inclinados y, dado que las cargas (los pesos de las dovelas) son verticales, los empujes deben tener la misma componente horizontal en todo el arco. Esta componente horizontal, que se va transmitiendo hasta los arranques es lo que se suele denominar *empuje del arco*. Las últimas dovelas de

los arranques empujan contra la cimentación o contra un estribo, que debe tener unas dimensiones suficientes para resistirlo.

Arco simétrico

Consideremos la mitad de un arco sometido a su propio peso. Para que se sostenga, es preciso aplicar un cierto empuje en su clave. Este empuje puede ser suministrado por un apeo, por ejemplo, o por el otro semiarco. Dos semiarcos que intentan caerse, se sostienen, y Leonardo da Vinci decía que «un arco no es otra cosa que una fortaleza formada por dos debilidades».[3] En el semiarco de la figura 3.3, tomado de Snell (1846), se ha aplicado la noción de línea de empujes para investigar el equilibrio. Los valores de los empujes y pesos están representados sobre el mismo dibujo por segmentos a una cierta escala de fuerzas.

En la junta de la clave actúa un cierto empuje horizontal (la condición de simetría fija la dirección horizontal del empuje en la clave). Es preciso componer este empuje con el peso de la primera dovela, aplicado en su centro de gravedad. Para componer ambas fuerzas se prolongan sus líneas de acción; la diagonal del paralelogramo resultante es el empuje que se transmite a la segunda dovela. El centro de empuje es el punto de corte con la junta 1. A continuación se compone esta fuerza con el peso de la segunda dovela y, así sucesivamente, se van calculando los empujes para cada junta.

Los empujes forman un polígono en cuyos vértices están aplicados los pesos. Podemos imaginarlo como un sistema de barras articuladas en los vértices que tiene la forma justa para resistir las cargas. Nótese que la línea de empujes no coincide con este polígono de empujes: resulta de unir los centros de empujes, que son los puntos en que el polígono corta a los planos de junta. Los pesos y sus centros de gravedad dependen, a su vez, de las juntas elegidas, y variando las juntas obtendríamos una línea de empujes de forma ligeramente distinta. (En el caso de los arcos, las variaciones de la forma de la línea de empujes para distintos planos de corte son muy pequeñas.)

Por supuesto, cada paralelogramo tiene un lado común con el siguiente y todas las fuerzas podrían haberse representado en el polígono de fuerzas que se ha añadido a la derecha (fig. 3.3). De hecho, el proceso de dibujo del polígono de empujes se simplifica si se dibuja primero el polígono de fuerzas.

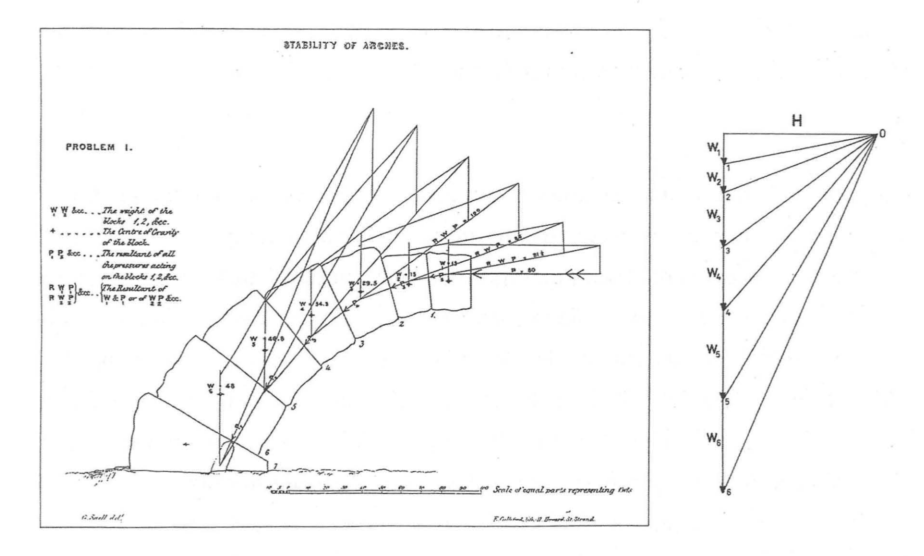


Figura 3.3
Equilibrio de un arco simétrico. (Snell 1846) La condición de simetría equivale a suponer el empuje horizontal en la clave. Se supone un cierto empuje aplicado y, luego, se van componiendo sobre el propio dibujo las fuerzas a partir de la clave. Los puntos de la línea de empujes son el resultado de la intersección de las resultantes con los planos de junta. La composición de fuerzas se podría haber realizado en un diagrama aparte, el polígono de fuerzas que se ha añadido a la derecha.

A partir del centro de empuje elegido en la clave se traza una paralela al empuje horizontal H hasta que corta a la vertical que pasa por el centro de gravedad de la primera dovela de peso W_1. Para que haya equilibrio precisamos de una fuerza igual y de sentido contrario. La dirección y magnitud de dicha fuerza la tenemos ya en el polígono de fuerzas: el segmento O1. Por el principio de acción y reacción, la primera dovela empuja con una fuerza igual y contraria a la segunda dovela. Se prolonga la recta paralela a O1 hasta que corta al peso W_2 de la segunda dovela. Se realiza la composición de fuerzas de forma análoga, y así se va dibujando el polígono de empujes que es, simplemente, un polígono antifunicular de los pesos de las dovelas concentrados en sus centros de gravedad.

La línea de empujes obtenida es sólo una de las infinitas que se podrían haber dibujado. En efecto, como puede verse en la figura 3.4, manteniendo el mismo

centro de empuje en la clave, si aumentamos el empuje, la línea de empujes se hace más tendida y si lo disminuimos, más peraltada. Como se ha dicho, el arco es una estructura hiperestática y no es posible obtener los esfuerzos internos de manera unívoca sólo a partir de las consideraciones de equilibrio. El material impone la condición de que las líneas estén dentro de la fábrica, pero esto tampoco basta para determinar los esfuerzos internos en la estructura.

Para definir una línea de empujes tenemos, pues, que fijar tres condiciones, que se corresponden con el grado hiperestático del arco. En este caso de un arco simétrico, la simetría nos da una condición. Otra condición puede ser, por ejemplo, el punto de aplicación del empuje en la clave. Finalmente, podemos fijar la magnitud del empuje en la clave. La elección de las dos condiciones (para un arco simétrico) que determinan el equilibrio puede ser distinta: podríamos, por ejemplo, fijar los centros de empuje en la clave y los arranques, o fijar el punto de aplicación del empuje y su dirección en los arranques, etc. Para realizar tanteos de este tipo, resulta útil trabajar con el peso y el centro de gravedad del semiarco: para que haya equilibrio global las direcciones de los empujes en clave y arranques deben cortarse sobre la línea de acción del peso, como puede verse en la figura 3.4.

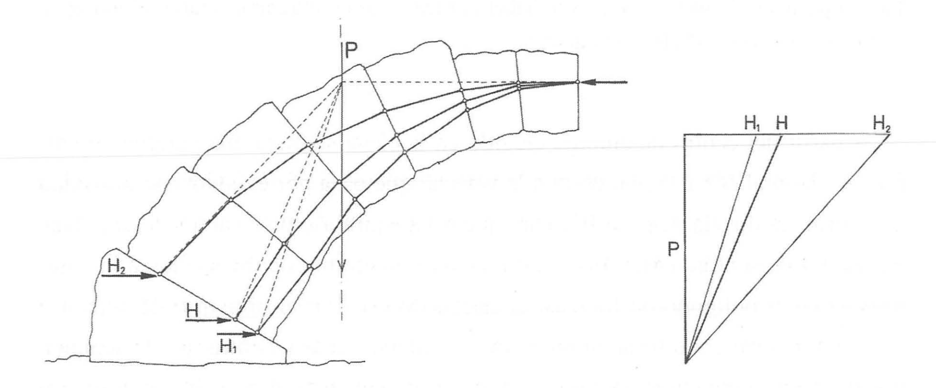


Figura 3.4
Posibles líneas de empujes en el arco de la figura 3.3. Nótese que, para cada centro de empuje elegido en la clave, es posible dibujar infinitas líneas de empujes dentro de la fábrica. Además, para que haya equilibrio global las líneas de acción de los empujes en clave y arranques se deben cortar sobre la línea de acción del peso total del semiarco, aplicado en su centro de gravedad.

Arco cualquiera con cargas verticales

Para un arco cualquiera sometido a su propio peso, una vez elegidos los planos de corte o juntas, el problema de trazar posibles líneas de empujes se reduce básicamente al de trazar polígonos antifuniculares en equilibrio con los pesos verticales de las dovelas formadas por los planos de corte. Basta después unir los puntos de intersección del polígono con las juntas o planos correspondientes, para obtener la línea de empujes.

Resulta útil conocer las propiedades de los polígonos antifuniculares y de fuerzas. Siguiendo a Heyman (1982), en la figura 3.5 (a) se ha dibujado un polígono antifunicular que transmite las cargas W_1, W_2 W_3, a los arranques A y B. En el polígono de fuerzas correspondiente, se puede medir el valor del empuje horizontal H y de las reacciones verticales R_1 y R_2.

En la figura 3.5 (b) se ha dibujado, superpuesto, otro polígono antifunicular correspondiente a un empuje horizontal menor H', definido por el nuevo polo O′. Como puede verse, al disminuir el empuje, el polígono funicular se peralta, y no resulta difícil deducir que existe una relación entre las ordenadas verticales del polígono y los empujes correspondientes:

$$\frac{P'p}{Pp} = \frac{Q'q}{Qp} = \ldots = \frac{H}{H'}$$

El empuje aumenta si se rebaja el polígono antifunicular, y disminuye si se peralta.

Por supuesto, para dibujar el polígono de fuerzas es preciso conocer antes el valor de las reacciones verticales R_1 y R_2. Esto se puede hacer analíticamente, pero el problema puede resolverse también gráficamente. Así, en la figura 3.5 (c) se ha tomado un polo O arbitrario y se ha dibujado el polígono antifunicular correspondiente a partir del punto de arranque A, y puede verse que el punto S no coincide con el B. Podemos ahora hacer que los arranques estén a nivel realizando un «esviaje»: se traza la línea de cierre AS y cada una de las distancias verticales entre el polígono y la línea de cierre se trazan a partir de la nueva línea de cierre AB, obteniéndose el nuevo polígono antifunicular AP′Q′R′B. Se deduce fácilmente que el polo correspondiente se obtiene trazando una paralela a AS

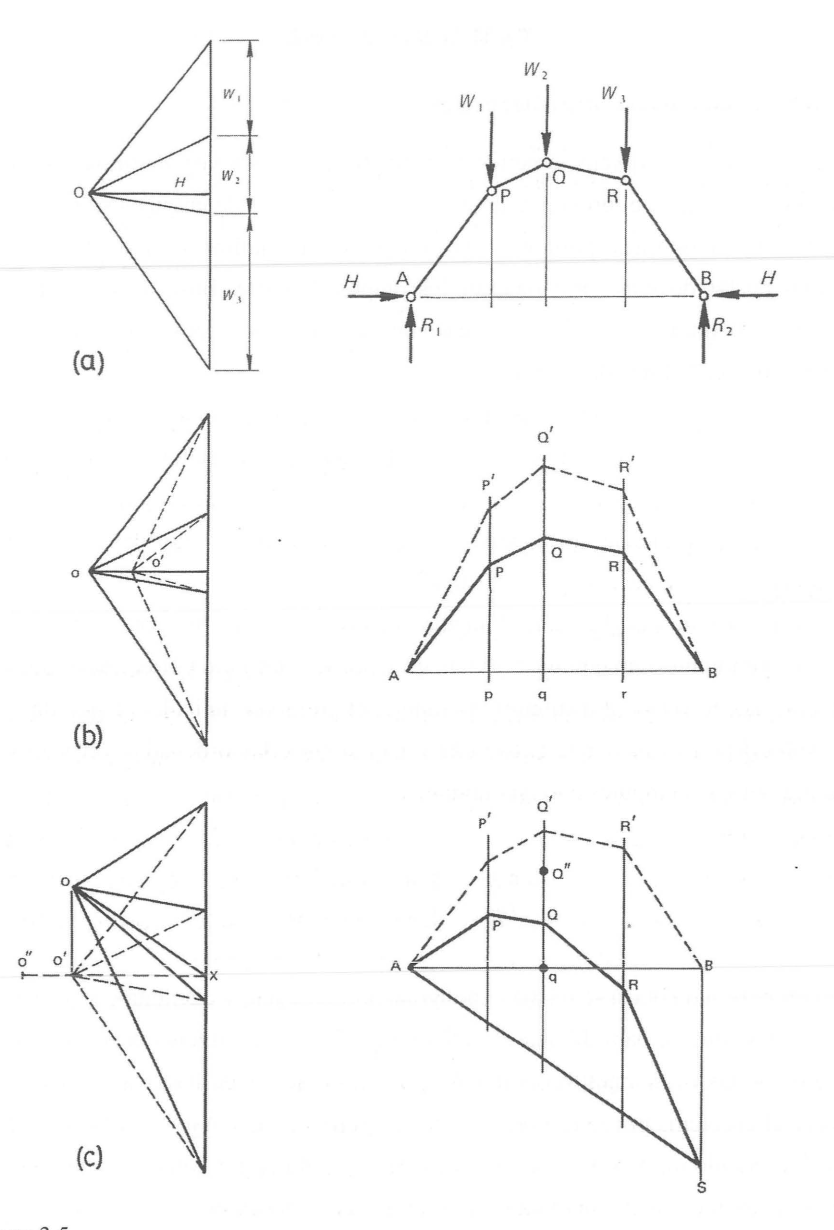


Figura 3.5

Polígonos antifuniculares para un sistema de cargas verticales. (Heyman 1982) Los polígonos antifuniculares son una excelente herramienta para estudiar las trayectorias de empujes en arcos de fábrica. Existe una relación entre polígono de fuerzas y polígono antifunicular. Moviendo el polo del polígono de fuerzas en horizontal y en vertical se pueden obtener polígonos, en equilibrio con las cargas, que cumplan determinadas condiciones.

desde O que corta en X. El nuevo polo O′ resulta de proyectar en vertical el polo O sobre la línea horizontal que pasa por X.

Ahora podemos ajustar la altura del polígono funicular aplicando la fórmula anterior. Así, si queremos que pase por el punto Q″, se debe verificar:

$$\frac{Q'q}{Q''q} = \frac{O''X}{O'X}$$

La combinación de los procedimientos de las figuras 3.5 (b) y 3.5 (c), nos da un método general para trazar un polígono antifunicular que pase por tres puntos, y la técnica puede emplearse con ventaja para estudiar posibles líneas de empujes en un arco de fábrica de forma cualquiera, sometido a cargas verticales. Hay otras técnicas para el trazado de polígonos funiculares, que pueden consultarse en cualquier manual de estática gráfica.[4]

Las transformaciones que se han visto, contracción o estiramiento y esviaje, son en realidad transformaciones afines. Por tanto, para un cierto sistema de cargas verticales todos los infinitos polígonos antifuniculares en equilibrio son figuras afines entre sí que pueden obtenerse mediante transformaciones de ejes y coordenadas (que equivalen a proyecciones sobre determinados planos). Los métodos particulares de trazado aprovechan normalmente las propiedades de afinidad. En la tercera parte de este libro, se verá con más detalle la relación entre afinidad geométrica y estabilidad, en arcos y estructuras de fábrica.

Empuje máximo y mínimo

Las ecuaciones de equilibrio no permiten fijar la línea de empujes. No obstante, la condición del material permite acotar su valor. Consideremos de nuevo un arco simétrico, sometido a cargas verticales, figura 3.6 (a). Como se ha visto, el empuje disminuye a medida que se peralta la línea de empujes: el empuje mínimo será el correspondiente a la línea de mayor altura contenida dentro del arco. Análogamente, el empuje máximo es el de la línea de empujes más rebajada dentro del arco, figura 3.6 (b). En el polígono de fuerzas pueden medirse ambos valores. El empuje de cualquier otra línea, por ejemplo la dibujada a puntos, tendrá un valor comprendido entre ambas cantidades.

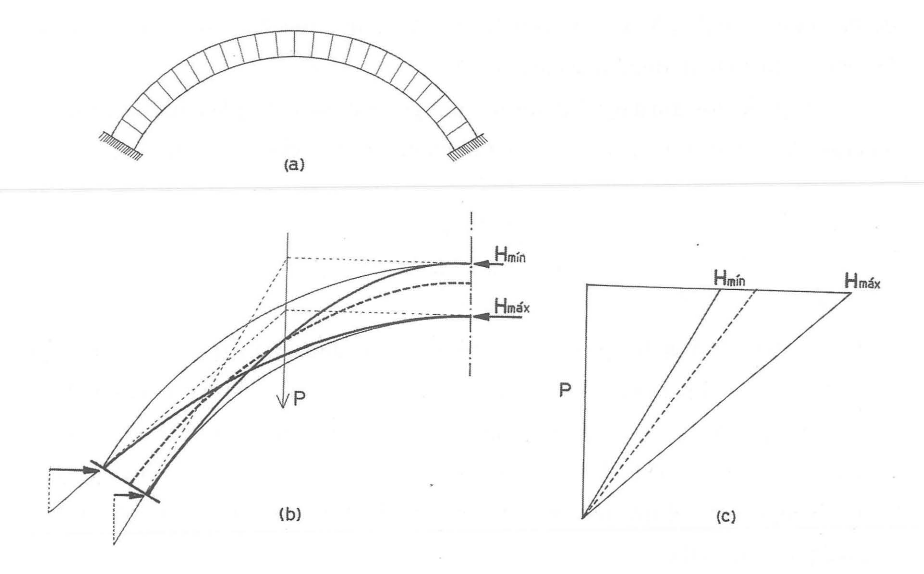


Figura 3.6
Empujes máximo y mínimo en un arco de fábrica. El empuje mínimo corresponde a la línea de máximo peralte contenida dentro del arco; el empuje máximo a la de mínimo peralte. Aunque la condición del material, que obliga a que la línea de empujes esté contenida dentro del arco, no determina la posición de la línea de empujes y, por tanto, el valor del empuje, sí permite acotar su valor.

En el arco rebajado de la figura 3.6, los empujes mínimo y máximo están aplicados respectivamente en el punto más alto y más bajo de la clave, siendo a la inversa en los arranques. En general, la posición de las líneas de empuje máximo y mínimo, sus puntos de tangencia con los límites de la fábrica, dependen de las cargas y de la forma del arco, y en la figura 3.7 se han dibujado algunos casos (línea de empuje mínimo a la izquierda; de empuje máximo, a la derecha). En el arco escarzano rebajado de la figura 3.7 (a), el modelo de contacto es el mismo que en la figura 3.6. Pero en el de la figura 3.7 (b), la línea de empuje mínimo aunque parte del mismo punto, se hace tangente en un punto U de los riñones, antes de los arranques. La línea de empuje máximo parte de un punto algo más alto del borde inferior en la clave, se hace tangente en los riñones, y lle-

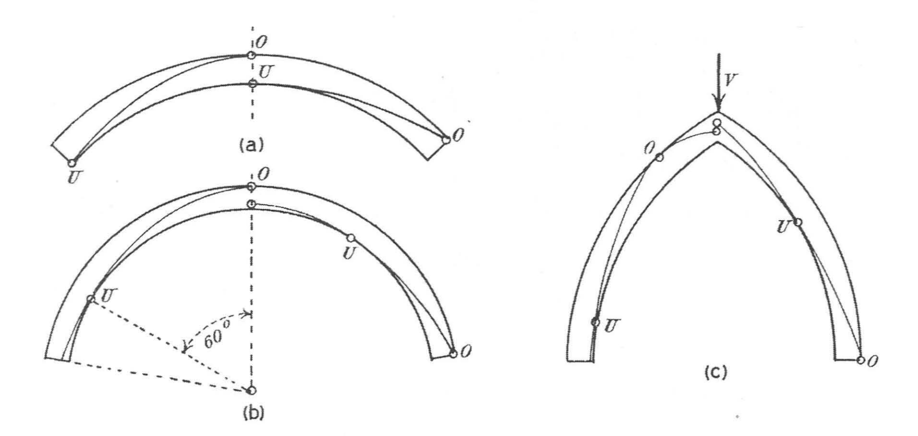


Figura 3.7
Líneas de empuje máximo y mínimo para distintos tipos de arcos. El perfil del arco condiciona la forma de tangencia en ambos casos. (Mehrtens 1903)

ga al extremo superior del arranque. En los arcos apuntados, figura 3.7 (c), la forma de contacto es diferente. El quiebro superior impide que la línea de empuje mínimo alcance el borde superior de la clave; el contacto se produce a una cierta distancia. A la derecha, se ha dibujado la línea de empuje máximo para el arco soportando una carga puntual *V* en la clave.

Método de Fuller

El problema de hallar gráficamente las líneas de empuje máximo y mínimo, requiere, en general, realizar varios tanteos. Para ello se pueden aprovechar las propiedades proyectivas de los funiculares, que se han mencionado en el apartado anterior. En 1861 un autor anónimo propuso un método extremadamente ingenioso para dibujar líneas de empujes dentro de un arco, entre ellas la de mínimo empuje. El método fue empleado más tarde por Fuller (1875) como parte de un proceso gráfico-analítico de cálculo de arcos elásticos. Autores posteriores, por ejemplo Morley (1950), se dieron cuenta de las ventajas de la construcción para tantear líneas de empujes, atribuyendo la autoría del método a Fuller, por ello se le conoce por el método de Fuller.

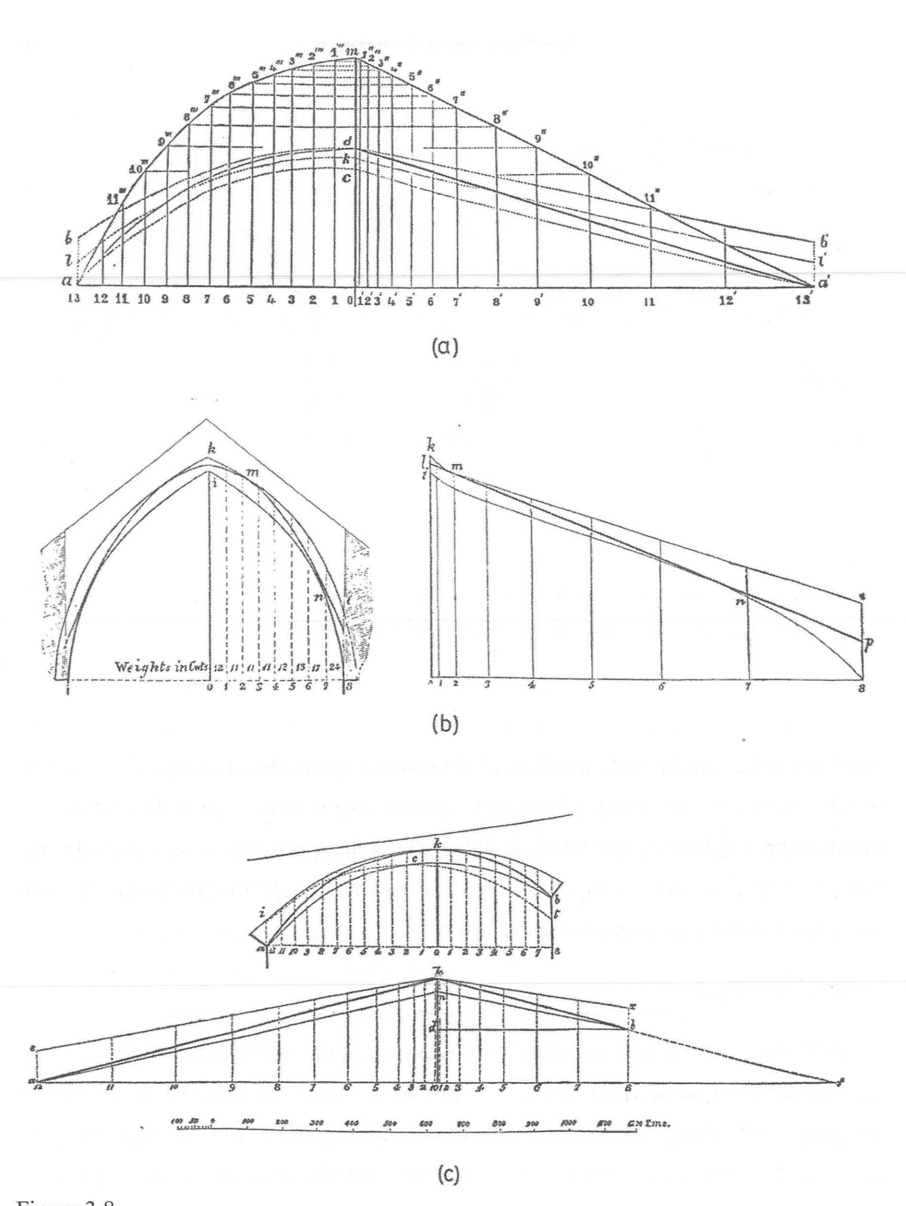


Figura 3.8

Método de transformación geométrica para el dibujo de líneas de empujes. El método fue propuesto por un autor anónimo en 1861. Dibujado un polígono antifunicular cualquiera (lado izquierdo de las figuras a y b), se separan las líneas de acción de los pesos de manera que aquél degenere en una recta (lado derecho). Cualquier recta en el plano transformado representa un posible polígono antifunicular en equilibrio con las cargas. Transformando también el arco es sencillo tantear distintas líneas de empujes. (*Statics of bridges* 1861)

Explicaremos el método empleando las figuras de la memoria original de 1861. En la figura 3.8 (a), a la izquierda, se ha dibujado el arco *abcd*. Se ha dividido en una serie de dovelas, cuyos pesos y centros de gravedad han sido calculados, y se han trazado las rectas verticales 1, 2, 3, . . . 12, por los citados centros de gravedad. Despues, se ha dibujado un antifunicular cualquiera cuyas ordenadas son los puntos 1^m , 2^m, 3^m, etc. En el lado derecho, los lados del polígono se han estirado o contraído de manera que el polígono ha degenerado en una recta, la *m*-13′. Ahora, trazando líneas horizontales por los vértices del antifunicular del lado izquierdo, se obtienen los puntos homólogos, por los que se trazan rectas verticales que cortan en la línea base en los puntos 1′, 2′, 3′, etc. Cualquier recta dibujada en el lado derecho, representa un polígono funicular en el izquierdo, en equilibrio con las cargas dadas, que puede obtenerse siguiendo el camino inverso al anterior. También se puede hallar la forma transformada del arco en el lado derecho. Las infinitas líneas de empujes dentro del arco del lado izquierdo, equivalen a las rectas contenidas dentro del arco transformado del lado derecho *a′b′cd*. Por supuesto, la recta de mayor inclinación posible dará el polígono de empuje mínimo. En el dibujo es la recta *d–a′*, cuyo polígono funicular se obtiene simplemente trazando horizontales por los puntos de corte con las líneas de acción (1′–13′) de las fuerzas. La línea de máximo empuje, que no se ha dibujado, correspondería a la recta *cb′* que es la de menor inclinación dentro del arco transformado. En este caso los puntos de paso de las líneas de empuje máximo y mínimo están en los bordes de la fábrica en la clave y los arranques, y se podían haber dibujado directamente ambas líneas como en el arco de la figura 3.6.

En la figura 3.8 (b) se ha aplicado el procedimiento para hallar la línea de empuje mínimo de un arco apuntado que soporta un muro de trasdós quebrado. En este tipo de arcos es difícil saber los puntos de tangencia de la línea de empuje mínimo. Por otro lado, al ser el arco bastante esbelto pudiera ocurrir que fuera imposible dibujar una línea de empujes en su interior. A la derecha se ha dibujado el arco transformado siguiendo el método anterior y puede verse inmediatamente que es posible trazar rectas en su interior: el arco proyectado es, por tanto, estable. La línea de empuje mínimo corresponde a la recta de mayor inclinación, que se ha trazado en la figura. Como señala el autor anónimo de la memoria, la forma del arco transformado sugiere cómo habría que cargar el arco orginal para

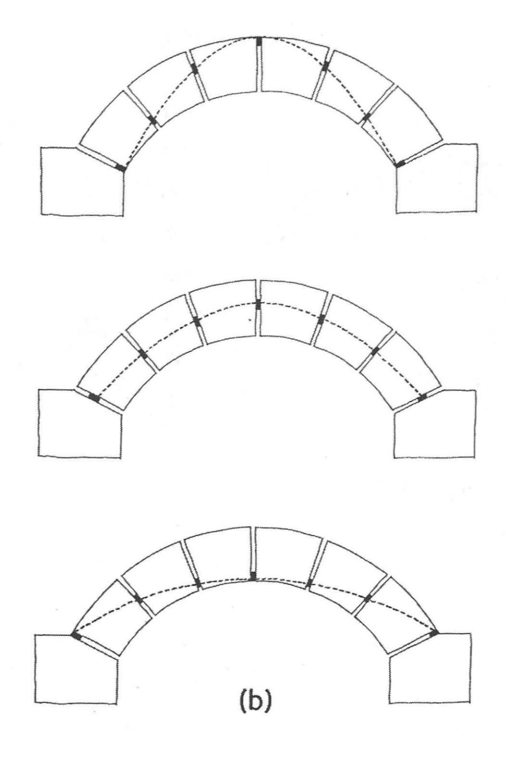
mejorar su estabilidad. En efecto, la adición de una carga en la clave suavizaría o eliminaría el pico de la clave en el arco transformado. Por otra parte, la curvatura hacia abajo del intradós en la zona de los riñones y arranques indica que sería bueno aumentar ahí la carga también.

Finalmente, el método se puede aplicar a arcos asimétricos con carga asimétrica, como puede verse en la figura 3.8 (c). Como se verá en el capítulo 4, también se puede aplicar la misma construcción geométrica al cálculo del espesor límite de los arcos de fábrica (método de Fuller/Heyman).

Ensayos de Barlow

Las ideas sobre líneas de empujes pueden parecer quizá obvias hoy día, cuando en los estudios de estructuras se manejan todavía conceptos y herramientas de estática gráfica. No lo fueron cuando este concepto se difundió, hacia 1840. En efecto, mientras que en los métodos de rotura (de Coulomb) las juntas de rotura tenían una realidad física, que podía verificarse en los ensayos de colapso de arcos, las líneas de empujes no se pueden ver (aunque esta afirmación se matizará en el capítulo siguiente, en el contexto de los movimientos de los arcos). Con razón Young, hacia 1816, decía que era una «curva imaginaria» en el mismo sentido que el «centro de gravedad es un punto imaginario».

En 1846 el ingeniero inglés W. H. Barlow publicó una serie de ensayos en un artículo titulado «Sobre la existencia (en la práctica) de la línea de empuje horizontal constante en los arcos . . .». Barlow quería demostrar mediante experimentos las ideas de Moseley. Entre los modelos que propone hay uno particularmente útil para comprender el concepto de línea de empujes y algunas de sus propiedades fundamentales. En la figura 3.9 (a) se ha reproducido el dibujo original de Barlow. Se trata de un arco de seis dovelas separadas por juntas compuestas por tablillas de madera. Barlow dibuja primero, mediante un método gráfico, tres posibles líneas de empujes: la de empuje mínimo *abc*, la de empuje máximo *df* y una tercera, que se aproxima a la línea media del arco, *ghi*. Después, elegida una cierta línea, retira las tablillas a las que no corta, y observa que el equilibrio se mantiene. Realiza la misma operación para las otras líneas, con el mismo resultado. Las tablillas marcan, necesariamente, la trayectoria de los empujes. La apariencia del arco en cada una de las tres situaciones sería la de la figura 3.9 (b).[5] Barlow



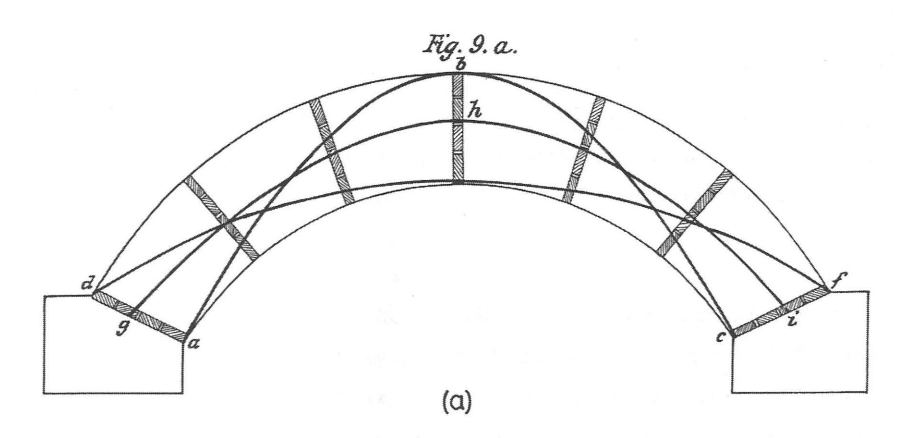


Figura 3.9
Ensayo para «demostrar la existencia en la práctica de la línea de empujes» propuesto por Barlow en 1846. (a) El modelo del arco está compuesto por dovelas separadas por juntas de tablillas; Barlow ha dibujado tres posibles líneas de empujes. (b) Considerada una cierta línea de empujes, se pueden retirar las tablillas a las que no corta, quedando dibujada físicamente la trayectoria de los empujes.

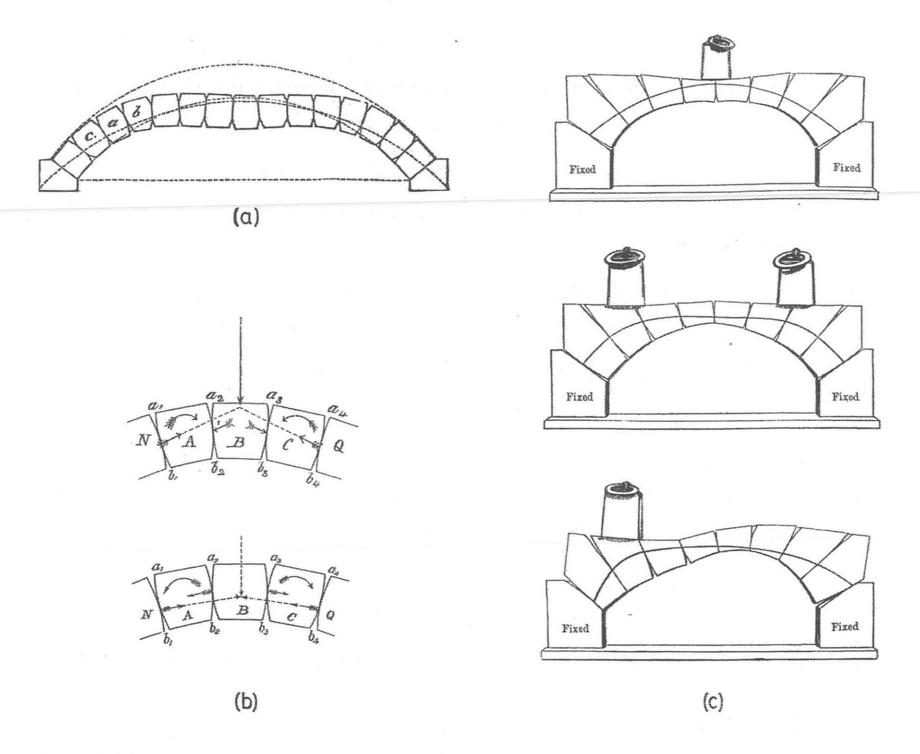


Figura 3.10
Modelos de arcos con dovelas de juntas convexas. (Barlow 1846 y Jenkin 1876) El punto de contacto de las dovelas dibuja la línea de empujes. (a) El modelo cambia su forma al descimbrar dada la no coincidencia entre el perfil y la línea de empujes, como se explica en (b); (c) al cambiar las cargas, cambia la forma de la línea de empujes.

comprueba, además, que si las tablillas de separación no están dispuestas siguiendo la forma de una cierta línea de empujes, el equilibrio es imposible.

Otro modelo ideado por Barlow iba dirigido específicamente a ver, directamente, la forma de la línea de empujes, figura 3.10 (a). Se trata de un arco en el que las juntas de las dovelas, en vez de ser planas, presentan una cierta convexidad. De esta forma, el contacto tiene que producirse en un punto, y el lugar geométrico de dichos puntos es la línea de empujes. Barlow, tras descimbrar el modelo, observa que cambia de forma, debido a los giros de las dovelas, e interpreta, correctamente, que esto se debe a la diferente forma del arco y de la línea

de empujes. En efecto, si ambas formas hubieran coincidido no hubiera habido movimiento alguno. Una excentricidad del empuje respecto al punto de contacto, hace girar las dovelas y el arco modifica su forma, de manera que la línea de empujes pase por los puntos de contacto en el arco distorsionado. Barlow advierte que el modelo puede servir para ver las variaciones de la línea de empujes al variar la carga sobre el arco.

Esta última idea de Barlow fue recogida, sin ser citado, por Jenkin en el artículo «Bridge» para la 9ª edición de la Enciclopedia Británica (1876), figuras 3.10 (b) y (c). Los dibujos de Jenkin fueron incluidos en un conocido libro de Ewing (1899), y a partir de entonces se le ha atribuido la idea. Jenkin dedica algo más de una página a discutir las consecuencias del modelo, en un apartado con el expresivo título «Demostración experimental de que el equilibrio de una serie de dovelas es estable si puede dibujarse una línea de empujes que cumpla las condiciones enunciadas antes» (que esté contenida dentro del arco). Este enunciado, como se verá en el capítulo siguiente, es el del Teorema de la Seguridad, y resulta muy interesante la consideración del ensayo desde este punto de vista.

Planos de corte verticales: la analogía del cable colgante de Hooke

Si el arco soporta sólo cargas verticales y, además, los planos de corte se consideran también verticales, entonces, la forma de la línea de empujes coincide exactamente con la del antifunicular de las cargas. En este caso, los empujes son tangentes a la línea de empujes. El problema del equilibrio de los arcos se puede asimilar entonces directamente al del equilibrio de los cables.

La idea de asimilar el funcionamiento de los arcos al de cables invertidos está en el mismo origen de la teoría de arcos. En el decenio 1670–80 Robert Hooke emplea esta analogía para resolver el problema del arco, que él planteó a la Royal Society en forma de pregunta: cuál es la forma ideal de un arco y cuánto empuja un arco contra sus estribos. Hooke resume su solución en una frase: «Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido». En efecto, un cable pesante toma una cierta forma, la misma que una cadena colgante, que recibe el nombre de «catenaria». Si invertimos esta catenaria obtenemos un arco; las ecuaciones de equilibrio no varían, únicamente lo que era tracción, pasa a ser compresión y la fuerza que en el ca-

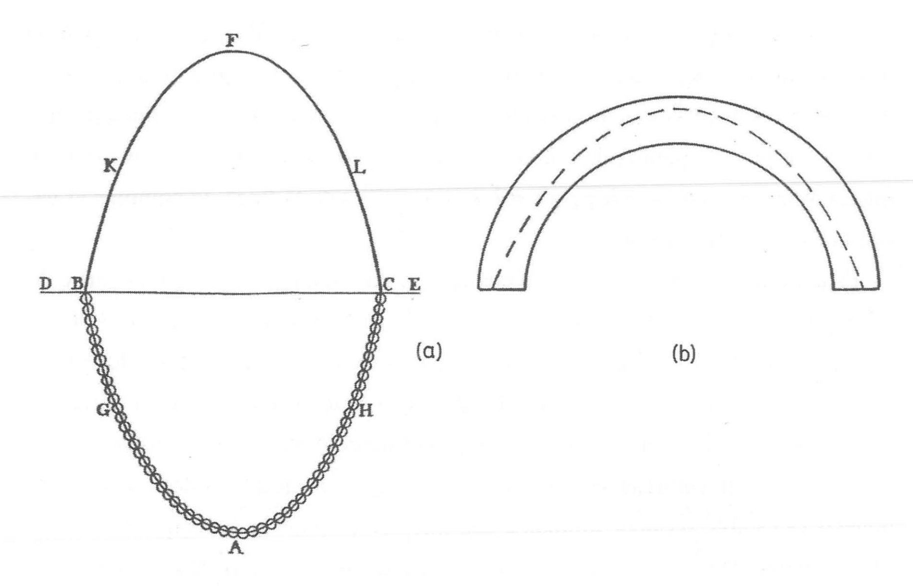
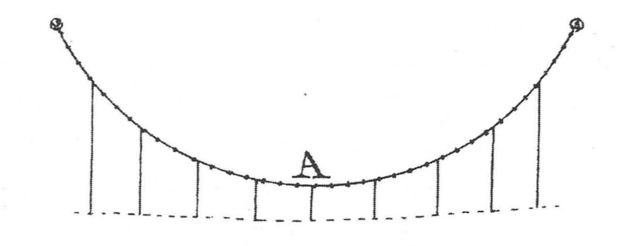


Figura 3.11
(a) Analogía de la cadena de Hooke para el análisis de arcos. Un cable trabaja siempre a tracción; si se invierte, las tracciones se convierten en compresiones, y la catenaria invertida es, según Hooke, la figura de un arco perfecto. (Poleni 1748). (b) Arco de fábrica en equilibrio con una catenaria en su interior. (Heyman 1999a)

ble trata de unir los apoyos, en el arco catenario los empuja tratando de separarlos, figura 3.11 (a).

Se trata de una de las ideas más fecundas de la historia de la teoría de estructuras. Hooke fue incapaz de hallar la ecuación matemática de la curva, y algunos autores como Truesdell, afirman por ello que no resolvió el problema del arco. El profesor Heyman defiende que Hooke, aunque no resolvió el problema matemático, sí resolvió el problema técnico: el saber cómo funciona un arco, y un arco funciona como un cable invertido.[6]

Pocos años más tarde, otro inglés, Gregory (1697), en los corolarios de un artículo sobre la catenaria, repite la afirmación de Hooke y la amplía: el arco ideal es el que tiene forma de catenaria invertida, y «si arcos de otras formas se sostienen es porque hay una catenaria en su interior». En efecto, en el arco de la figura 3.11 (b) se ha podido dibujar una catenaria invertida y esto demuestra que existe una



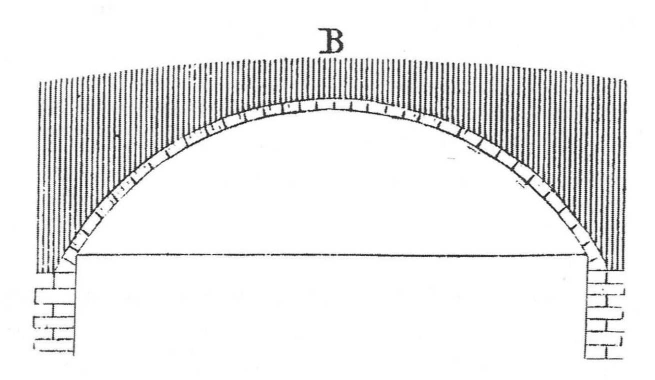


Figura 3.12
Empleo de modelos colgantes para el proyecto de puentes de fábrica. Los cables verticales que cuelgan de la cadena principal representan el peso del relleno; su longitud se puede variar hasta que su línea de trasdós tome la forma adecuada, en general una línea horizontal. Después se miden las ordenadas que definen el perfil del arco. (Young 1807)

solución posible de transmisión de los esfuerzos a compresión. Por supuesto, como se ha visto, la forma de la catenaria no coincide exactamente con la línea de empujes de un arco de dovelas, pero la diferencia, que preocuparía enormemente a un matemático, es irrelevante para un técnico. La analogía de Hooke permite pensar en los problemas de estabilidad de los arcos con enorme profundidad.

Los ingenieros ingleses de finales del siglo XVIII estaban familiarizados con la idea de Hooke y, por ejemplo, Young (1807) describe a principios del siglo XIX la técnica a emplear para analizar puentes de fábrica en su lección sobre «Arquitectura y carpintería» de sus Cursos sobre Filosofía Natural, figura 3.12. En este caso, no

todos los eslabones de la cadena son iguales, ya que el arco está cargado de forma desigual debido al relleno, pero esto se soluciona colgando pesos proporcionales en las distintas partes de la cadena. Pueden emplearse, dice Young, cables cuya longitud (esto es su peso) puede irse ajustando hasta que sus extremos inferiores formen la curva de trasdós buscada en el proyecto. La forma del arco se hace coincidir con la de la cadena, que representa la línea de empujes. Matemáticamente, es la forma que toma un cable con cargas proporcionales a las distancias verticales a una cierta línea de trasdós. Esta curva es distinta de la catenaria sencilla y Rankine (1858), la llamó «catenaria transformada». Como señala Young, la forma no se puede hallar de forma directa mediante ensayo, como en el caso de la catenaria sencilla; es preciso realizar tanteos. Gaudí, por ejemplo, empleo modelos de este tipo para calcular la forma de los arcos diafragma de las buhardillas de la casa Milá (Huerta 2003).

Una carga puntual que pasase por encima del puente estaría representada por un peso añadido a la cadena, que se deformaría asimétricamente. La deformación de la cadena depende de la magnitud de la carga y de su posición. Si se considera la carga máxima que puede atravesar el puente como un dato, el espesor de la rosca del arco debe ser suficiente para acomodar todas esas cadenas, esto es, todas las líneas de empujes en equilibrio para cada posición de la carga. Young es explícito sobre este particular y, por primera vez, se tiene en cuenta la influencia del paso de las cargas móviles en puentes. La consideración del problema tiene que ver, sin duda, con la capacidad de pensar sobre él, y ésta es, como se ha dicho, una de las mayores virtudes de la analogía de Hooke.

En la figura 3.12 resulta evidente que el relleno sobre el arco de dovelas se ha imaginado dividido en tiras o elementos obtenidos cortando por planos verticales, que actúan sobre el trasdós del arco. En este caso, es habitual prolongar el plano de corte hasta cortar la rosca del arco. Así, las juntas reales del arco, normales al intradós, se sustituyen por juntas verticales, a la hora de calcular la línea de empujes, figura 3.13 (a). Esto, evidentemente, simplifica mucho los cálculos, gráficos o analíticos, de la línea de empujes. Por otra parte, no resulta difícil calcular el empuje para una cierta junta inclinada EF, figura 3.13 (b), si se conoce la línea de empujes S-S′ para planos de corte vertical. Sea R el empuje de esta línea en el punto A en que corta a la junta EF. Al considerar dicha junta, habría que sumar el peso del trapecio AEDC y restar el peso del triángulo AFB. Sea G la resultante

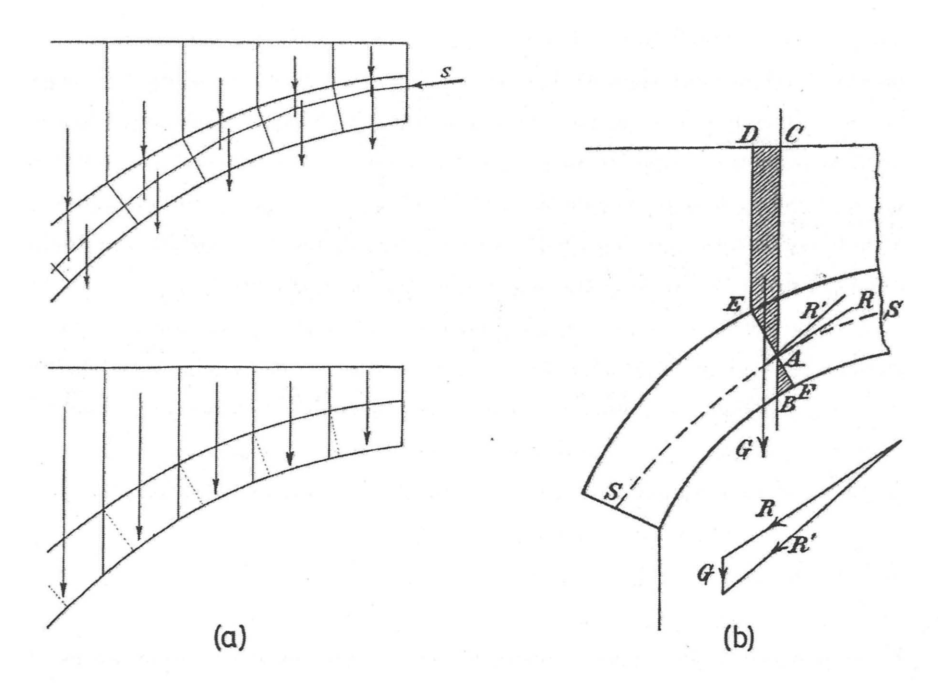


Figura 3.13
Arco trasdosado con un relleno. (a) Dos sistemas de planos de corte. El sistema de planos de corte verticales para arco y relleno simplifica notablemente los cálculos. (b) Cálculo del empuje en una cierta junta normal al intradós, a partir del empuje para planos de corte verticales. (Föppl 1903)

de esta operación, al componer G y R obtenemos R' que es el empuje buscado. La magnitud de G depende del espesor del arco y de la inclinación de la junta, pero en general es pequeña y la variación del empuje puede despreciarse. El razonamiento (Föppl 1903) sirve también para demostrar que la consideración de juntas no verticales lleva a empujes que no son tangentes a la línea de empujes.

Como alternativa a los modelos colgantes de cables, se pueden considerar modelos colgantes de bloques. Así, podemos imaginar invertidos los modelos de Barlow de la figura 3.9 (b). Bastaría con sustituir las tablillas de las juntas por algún tipo de gancho y las dovelas del arco colgarían ejerciendo ahora unas tracciones de la misma magnitud de los empujes. De hecho, Thomas Young, hacia 1816 (Young 1855), ya sugirió un modelo de este tipo para verificar la estabili-

dad del proyecto de Telford y Douglass para un puente de hierro fundido de 600 pies (180 m) sobre el Támesis. El modelo colgante estaría formado por bloques unidos entre sí por unos enganches que permitirían cierto giro y que podrían desplazarse una cierta distancia «dentro de los límites que se consideraran permitidos». La posición de los enganches se calcularía previamente de forma analítica. Si la curva formada por los enganches no sufría alteración al colgar el modelo esto era prueba suficiente de que los cálculos habían sido correctos.

Los modelos colgantes para proyectar y calcular arcos cayeron en desuso cuando el cálculo alcanzó un nivel de desarrollo suficiente. Graefe (1986) ha estudiado con detalle su empleo a lo largo de la historia. Gaudí retomó el empleo de modelos colgantes para resolver un problema que nunca antes se había atacado, quizá por su complejidad: obtener formas equilibradas no ya para arcos o puentes, sino para edificios completos.

Líneas de carga

En el apartado anterior se ha considerado el problema de la forma que toma un cable o un arco sometido a unas ciertas cargas verticales. El problema se puede plantear a la inversa. Cuáles deben ser las cargas para que el cable o arco tome una cierta forma. Para cada forma de intradós y espesor en la clave hay una línea de carga, que representa el espesor variable que debería tener el arco para que fuera posible trazar una línea de empujes que coincidiera con dicha curva de intradós. Los ingenieros ingleses del siglo XVIII estudiaron con interés estas curvas ya que, eligiendo adecuadamente las cargas, se podían obtener «arcos equilibrados» (Hutton 1772, 1812). A partir de 1850, la idea volvió a resurgir en el contexto, distinto, del proyecto de arcos de formas catenarias, tratando así de obviar el problema de la indeterminación de la posición de la línea de empujes. En la figura 3.14 aparecen dibujadas las familias de líneas de cargas para distintas formas de intradós. Lo más significativo es que la carga crece según el ángulo que forma la tangente de la sección considerada del intradós, de manera que para arranques verticales se hace infinita. Nótese finalmente que, si bien para cada espesor en la clave hay una línea de carga que corresponde a una línea de empujes con la forma del intradós, es posible dibujar infinitas líneas de empujes dentro del arco de fábrica, de espesor finito, así definido.

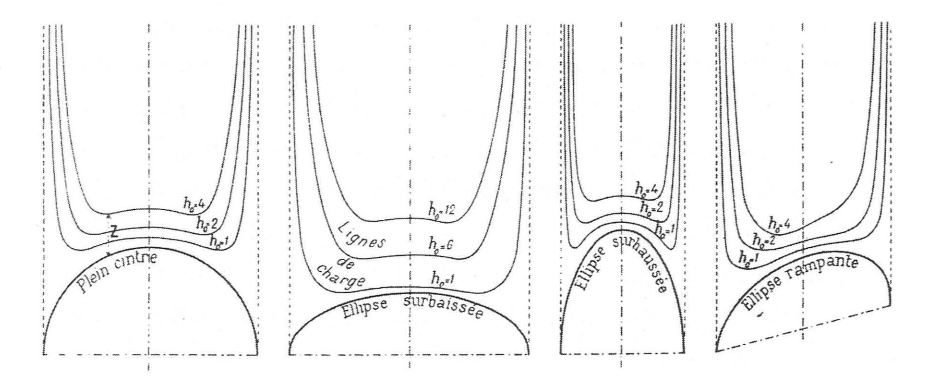


Figura 3.14
Líneas de carga para arcos de distintas formas. (Sejourné 1913-16) La línea define la forma de la carga distribuida que hay que aplicar sobre el intradós considerado, para que exista una línea de empujes con esa forma.

Acción del relleno

Hasta ahora se ha supuesto que el relleno actúa verticalmente sobre el arco o bóveda. Pero es evidente que un relleno de tierra puede producir ciertos empujes activos, cuya dirección depende del ángulo de rozamiento y de la inclinación de la superficie considerada, entre otros factores. Además, si existe un cierto nivel freático (por ejemplo, en el caso de las bóvedas de los túneles) hay una presión hidrostática en algunas zonas. El relleno de un puente, entre los muros de acompañamiento, tambien puede acumular gran cantidad de agua cuando no está bien drenado. No es éste el lugar para discutir un problema que es particular de cada caso concreto, pero sí es pertinente llamar la atención sobre el hecho de que la forma de las posibles líneas de empujes, puede variar sustancialmente según se haga una consideración u otra.

Las principales hipótesis adoptadas sobre la forma de acción del relleno son:

- Acción vertical: Se supone que la acción del relleno se ejerce verticalmente sobre la parte de trasdós situada inmediatamente debajo. Esto parece evidente en las zonas de poca inclinación, pero superado el ángulo de rozamiento entre el relleno y la piedra no parece una hipótesis muy plausible.

- Acción hidrostática: Se asimila el relleno a un líquido que tiene el mismo peso específico y la misma forma que la fábrica que está sobre los riñones. La acción del relleno se traduce en una presión que es, en cada punto, normal a la superficie del trasdós y cuya magnitud es igual a la que se produciría en la base de una columna de material de altura igual a la distancia vertical entre dicho punto y el plano superior que delimita el relleno. El primero en plantear esta hipótesis fue Bossut en el siglo XVIII, y, posteriormente, los estudios de Yvon Villarceau y Saint Guilhem en el siglo XIX partían también de esta suposición.
- Acción geostática de Rankine: En este caso se tiene en cuenta el empuje del terreno y la variación de éste con la profundidad y la inclinación de la curva del trasdós.

La hipótesis habitual siempre ha sido la de acción vertical, pues, en general, el despreciar las componentes horizontales de la presión del terreno o hidrostática, suele ir a favor de seguridad. Pero el que esto sea así, depende de las formas posibles de colapso de la estructura, como se verá en el capítulo siguiente.

El desarrollo teórico más completo y general hasta la fecha sobre la influencia de la acción del terreno sobre la estabilidad de los arcos corresponde a Rankine. En su *Manual of Applied Mechanics* (1858) realiza una discusión completa del problema con relación a la forma de las líneas de empujes de los arcos. El punto de partida de su trabajo es el estudio de los «arcos hidrostáticos», a partir de los cuales y mediante transformaciones geométricas deduce la forma de las líneas de empujes para los «arcos geostáticos», aquellos en los que la presión sobre el trasdós es la del terreno. La teoría de Rankine, como en muchos casos en relación con su obra, no tuvo apenas influencia posterior. El tema de la acción del relleno ha vuelto a despertar el interés de los ingenieros, en el contexto del peritaje de puentes de fábrica. Por ejemplo, Harvey (1987) ha estudiado la influencia de la acción del relleno sobre la forma de las líneas de empujes, figura 3.15.

Los primeros análisis de bóvedas con consideración de presiones horizontales se hicieron para cloacas y túneles. Así, Scheffler (1857) empleó líneas de

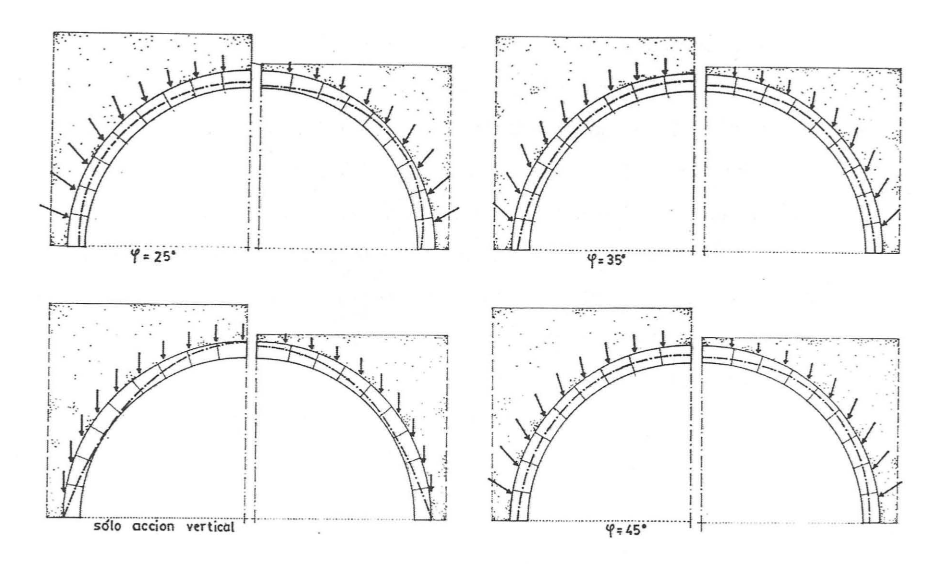


Figura 3.15
Consideración del empuje activo del relleno a la hora de dibujar las líneas de empujes en puentes de fábrica. (Harvey 1987, redibujado)

empujes para estudiar la forma más racional de los conductos enterrados. Gaudí empleó un método gráfico análogo al de Snell para obtener la forma de los pórticos de contención del parque Güell, figura 3.16. De nuevo hay que enfatizar la claridad y sencillez del enfoque gráfico que permite no sólo «ver» las distintas situaciones posibles de equilibrio, sino que además permite modificar la forma y las cargas sobre el propio dibujo, buscando una geometría equilibrada (entre las infinitas posibles) que satisfaga las intenciones del proyecto arquitectónico.

Líneas de empujes en estribos

El estribo es el machón de fábrica que debe resistir el empuje del arco o bóveda que soporta. En realidad, la distinción entre arco y estribo supone ya un primer análisis de la estructura, que se considera dividida en dos partes. Éste es el enfoque tradicional y desde la antigüedad arquitectos e ingenieros han distinguido siempre entre bóvedas y estribos. También puede considerarse el conjunto como

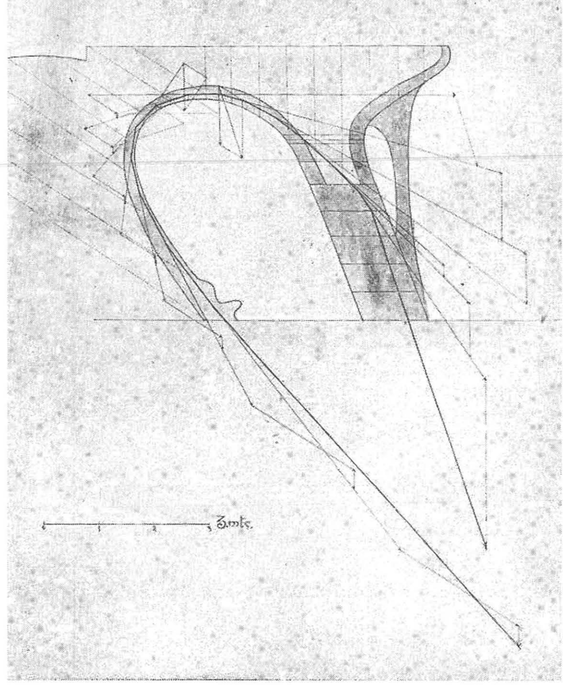


Figura 3.16

Bóvedas del pórtico del parque Güell. Gaudí proyectó la bóveda, que debía soportar el empuje del terreno, con la forma de la línea de empujes. La construcción gráfica le permitía actuar sobre la forma y las cargas, de manera iterativa. (Rubió y Bellver 1913)

un único arco, y aplicar las mismas ideas y técnicas a las que se ha aludido antes. Así, la línea de empujes puede prolongarse sin solución de continuidad en los estribos y esta idea (que ya fue sugerida por Gregory en 1697) fue aplicada, por ejemplo, por Gertsner (1831), en el contexto del nacimiento de la idea de línea de empujes, figura 3.17, y aparece también, como se ha visto, en Gaudí, figura 3.16.

No obstante, el análisis que distingue entre arco y estribo resulta más conveniente en la mayoría de las ocasiones, y fue seguido en todo el desarrollo del cálculo científico en los siglos XVIII y XIX.[7] El problema era calcular el empuje del arco o bóveda en posición, magnitud y dirección; después, la verificación de la estabilidad del estribo se consideraba un sencillo problema de estática, pues la mayor parte de las veces se suponía que el estribo era un bloque monolítico. El

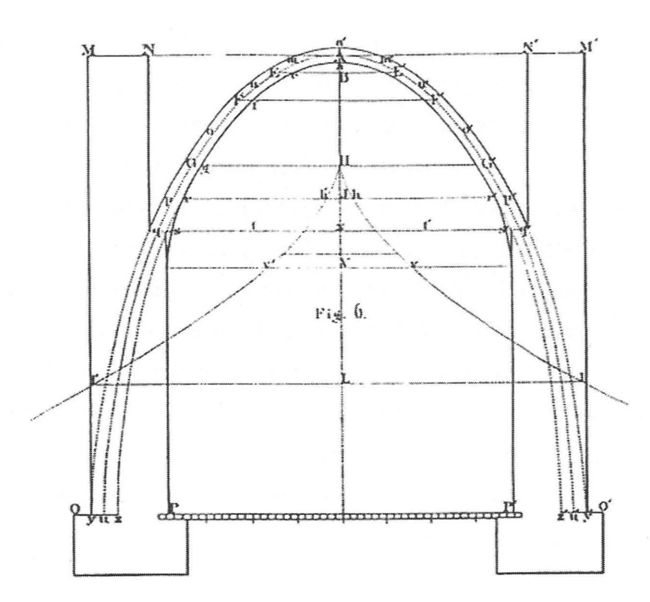


Figura 3.17
Análisis de una bóveda de cañón sobre estribos. (Gertsner 1831) En este análisis se estudia el conjunto como si fuera un único arco peraltado.

cálculo científico de estribos fue contemplado, pues, como un problema secundario y apenas existen publicaciones dedicadas a estudiar de forma específica la estabilidad de los estribos de fábrica.[8]

El considerar el estribo como un bloque rígido y monolítico puede ir en contra de seguridad. Los estribos de fábrica se construyen normalmente por hiladas horizontales de sillería o mampostería y la posibilidad de que se produzca un fallo por fractura del estribo, debe ser considerada; de hecho, las dimensiones y disposiciones constructivas en los estribos van encaminadas en primer lugar a evitar esta fractura. Para estudiar estos posibles fallos, de nuevo las ideas de líneas de empujes suministran información relevante.

En el presente apartado se estudiará el caso de un estribo aislado que recibe un empuje concentrado en su parte superior. Este es el caso de un arco sobre apoyos aislados (o de su equivalente, una bóveda de cañón que apoya sobre muros continuos); pero quizá el ejemplo más típico sea el del estribo exterior o botarel gótico que recibe el empuje de la bóveda a través de los arbotantes. Los sistemas de es-

tribo son, en general, mucho más complejos (por ejemplo, el muro continuo de estribo de una bóveda de cañón suele ir reforzado con contrafuertes; con frecuencia las bóvedas de las naves laterales estriban la de la central, etc.); la forma de analizar estos estribos complejos se tratará en la tercera parte de este libro.

Ciertamente, si se considera conocido el empuje de la bóveda, la estabilidad del estribo es un problema estáticamente determinado: para un sistema dado de planos de corte puede dibujarse la línea de empujes y Moseley precisamente empleó un estribo para explicar el concepto de línea de empujes (figura 3.1 más arriba). La línea de empujes debe estar contenida dentro del estribo, y para que no se produzca fallo por deslizamiento, las inclinaciones de los empujes no deben superar el ángulo de rozamiento correspondiente.

Como se ha visto, en el caso de arcos y bóvedas normales, con espesores pequeños en relación con las dimensiones generales, la forma de la línea de empujes varía poco en función del sistema de planos de corte, que se solía elegir a conveniencia. En el caso de los estribos las variaciones pueden ser muy notables. Moseley (1837) ya estudió matemáticamente este problema, pero el primero en señalar sus consecuencias fue Dupuit (1870). Dupuit propuso como ejemplo el caso más sencillo de un estribo rectangular, formado por ocho piedras, que resiste un empuje horizontal en su parte superior. Emplearemos (con algunas modificaciones) el ejemplo de Dupuit para hacer algunas consideraciones sobre el análisis de estribos de fábrica, figura 3.18.

En primer lugar, se puede realizar un análisis global de equilibrio, suponiendo el estribo monolítico. La condición del material obliga a que la resultante de componer el peso del estribo con el empuje, esto es, la reacción en la base, esté contenida dentro de la fábrica. En la figura 3.18 (a), al componer el empuje H con el peso total del estribo P, se obtiene la resultante R que es la reacción en la base. El punto de aplicación está a una distancia c del extremo y, por tanto, el estribo monolítico no volcará (en el capítulo siguiente se discutirá la seguridad de los estribos). No obstante, se debe estudiar la transmisión de empujes dentro del estribo para verificar que se cumplen los principios del análisis límite; para ello es preciso suponer un sistema de planos de junta.

En la misma figura 3.18 (a) se ha considerado el caso de planos de corte horizontales y se ha dibujado la línea de empujes gráficamente. De manera sorpren-

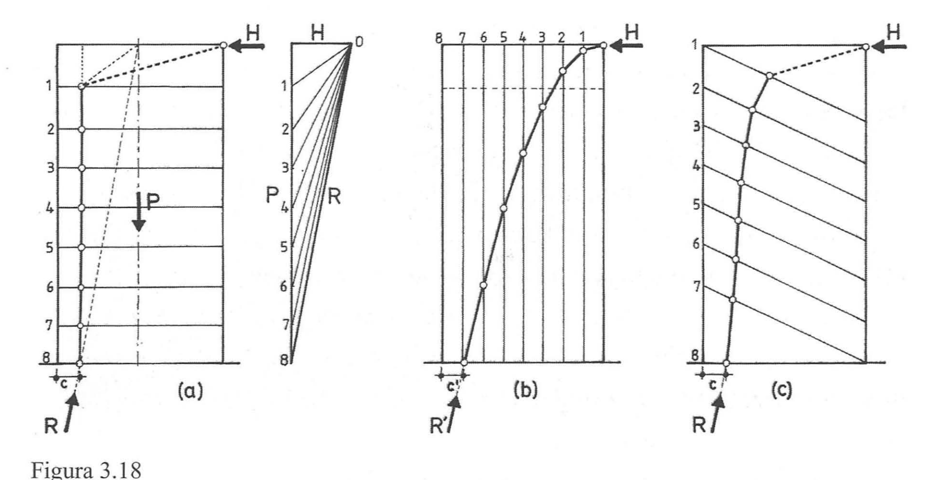


Figura 3.18
Estudio de las líneas de empujes en un estribo rectangular, para distintas familias de planos de corte (redibujado según Dupuit 1870). En los tres casos todos los bloques tienen el mismo peso y el polígono de fuerzas dibujado es común. Nótense las grandes variaciones en la forma de la línea de empujes.

dente la línea es en este caso una recta vertical. Las inclinaciones pueden medirse en el polígono de fuerzas, dibujado a la derecha. Como puede verse, la inclinación del empuje en el primer plano de junta empezando por arriba supera el ángulo de rozamiento habitual de 30–35°; el estribo fallaría por deslizamiento del primer bloque.

En la figura 3.18 (b) se ha considerado un sistema de planos de corte verticales, que dividen hipotéticamente el macizo en otros ocho bloques iguales, de manera que el polígono de fuerzas no varía. Al dibujar la línea de empujes, ésta toma un aspecto «catenario» más habitual. Si empleamos esta línea para verificar la situación en la primera junta (como se ha visto para planos de corte verticales los empujes son tangentes a la línea de empujes), puede verse a simple vista que el empuje está dentro del cono de rozamiento, y que no habría fallo por deslizamiento. Sin embargo, si el estribo está construido por hiladas horizontales, los empujes e inclinaciones reales son los de la figura 3.18 (a) y, quizá para sorpresa del analista, la primera hilada de piedras deslizaría produciendo el colapso del estribo y de la estructura que soporta. Por otra parte, en general, el centro de

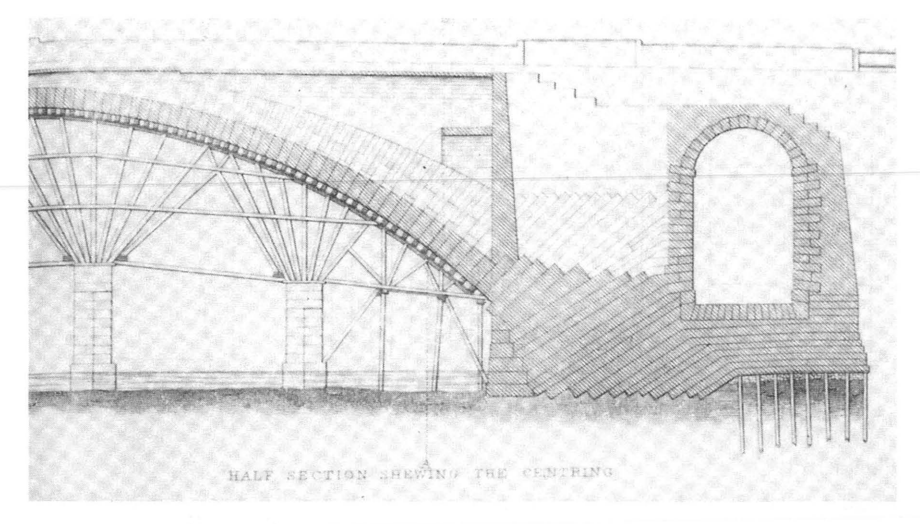


Figura 3.19
Estribos del puente de Grosvenor construido por George Rennie en 1827–33. En los puentes con arcos rebajados se solía inclinar las hiladas de la fábrica de las cepas o estribos para evitar el fallo por deslizamiento. (Ruddock 1979)

empuje no coincidirá con el obtenido por equilibrio global o considerando juntas horizontales. En efecto, como puede verse en la figura 3.18 (b) el empuje llega al suelo antes de que el último bloque de la izquierda afecte a la línea de empujes, y se verifica que $c'<c$, lo que de nuevo va en contra de seguridad.[9]

Se puede estudiar la forma de la línea de empujes para otros planos de junta, y Dupuit propone a continuación el de la figura 3.18 (c), en que los planos de corte se han trazado inclinados de forma tal que, de nuevo, los pesos de cada bloque son iguales. La línea de empujes forma un zigzag y, aunque las inclinaciones de los empujes no varían en forma absoluta (están representadas por el mismo polígono de fuerzas), sí lo hacen en relación con los planos de corte con los que forman ya ángulos seguros en relación con el posible deslizamiento. Esta solución se ha empleado con frecuencia en los estribos de los puentes de arcos muy rebajados, donde detrás de las hiladas horizontales del paramento de los muros de acompañamiento, la fábrica se dispone en hiladas inclinadas, figura 3.19.[10]

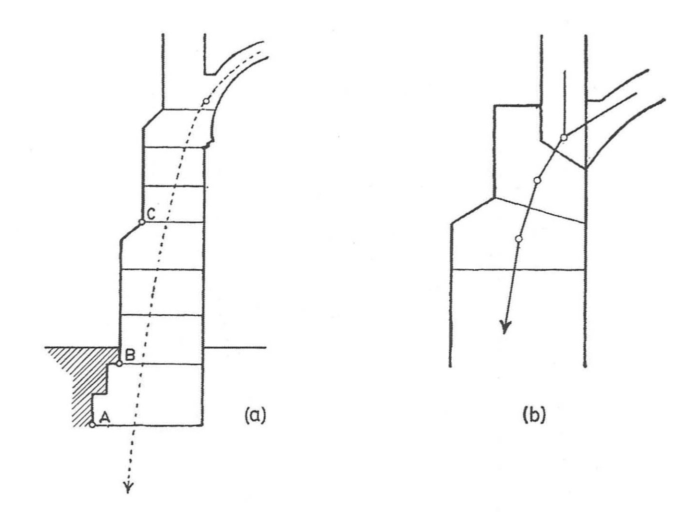


Figura 3.20
Análisis de estribos escalonados. (a) El dibujo de la línea de empujes permite localizar las secciones más críticas. (b) En la zona de los arranques pueden considerarse otros sistemas de planos de corte. (Ungewitter 1890)

Otro método para evitar el fallo por deslizamiento consiste en cargar el estribo en su parte superior. Éste es el procedimiento habitual seguido en la arquitectura tradicional, y constituye la base racional del empleo de pináculos en los arbotantes o de las pesadas estatuas de coronación en algunos muros renacentistas y barrocos. Estos pesos mejoran algo la estabilidad del estribo, pero, sobre todo, hacen que las inclinaciones de los empujes tengan una pendiente considerablemente mayor, evitando el fallo por deslizamiento. Nótese que la posición del peso es indiferente, así como su distribución; puede colocarse un pináculo grande o dos más pequeños, o simplemente recrecer la altura del estribo.

Hasta ahora se ha considerado un estribo rectangular. Con frecuencia, los estribos presentan variaciones de sección en altura. De nuevo en este caso la hipótesis de monolitismo va en contra de seguridad pues el estribo, no sólo podría fallar por deslizamiento en cabeza, sino que también podría fallar por vuelco o deslizamiento en alguno de los cambios de sección. Un dibujo preliminar de la línea de empujes permite localizar las juntas críticas, figura 3.20 (a); después,

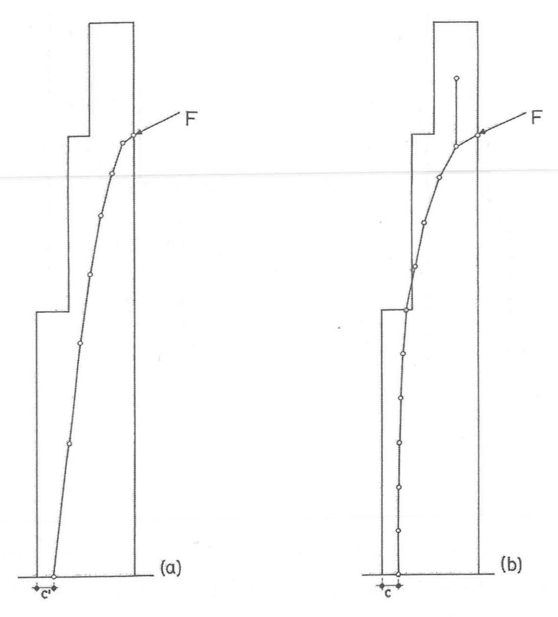


Figura 3.21
Análisis de un estribo gótico esbelto. (a) Planos de corte verticales. La línea de empujes se apunta hacia arriba, y queda contenida dentro de la fábrica. (b) Planos de corte horizontales. En esta hipótesis, más real, la línea de empujes se sale en una junta intermedia, donde el estribo colapsaría parcialmente por vuelco.

puede comprobarse con detalle la situación en esas juntas, realizando quizá un cálculo numérico. Por otra parte, en la zona donde acomete la bóveda el analista puede considerar otros sistemas de planos de junta, figura 3.20 (b), en función de la ejecución de la fábrica en esa zona.

En el caso de estribos escalonados, de nuevo hay que tener cuidado al considerar los sistemas de planos de corte. En particular, el empleo de planos de corte verticales puede conducir a resultados engañosos en el caso de esbeltos estribos góticos. En efecto, la gran altura de los «bloques» resultado de los cortes, hará que la línea de empujes se apunte hacia arriba, haciendo parecer que la situación en algunas juntas críticas intermedias es buena, figura 3.21 (a), cuando un análisis empleando planos de junta horizontales, más ajustado a la realidad, puede demostrar una situación peligrosa de colapso, figura 3.21 (b). Nótese que en este

último caso la línea de empujes se vuelve prácticamente vertical en el tramo inferior.[11]

En resumen, el problema del análisis de incluso los estribos más sencillos no es tan trivial como se ha considerado habitualmente. El estudio sólo del equilibrio global, considerando el estribo como un monolito y suponiendo por tanto el posible vuelco en la base, puede ir en contra de seguridad: existe la posibilidad de un fallo por deslizamiento en cabeza o, si el estribo presenta retallos, la sección crítica puede ser una sección intermedia. Finalmente, el sistema de planos de corte verticales debería descartarse en el análisis de estribos de fábrica.

4

Análisis límite de arcos y estribos

En un arco estable se pueden dibujar dentro de la fábrica infinitas líneas de empujes en equilibrio con las cargas. Las ecuaciones de equilibrio y la condición de que el material trabaje a compresión no bastan, en general, para determinar los esfuerzos internos: el arco es una estructura hiperestática de tercer grado y para determinar la posición de la línea de empujes, es preciso fijar tres condiciones. Este hecho pasó desapercibido hasta que se empezaron a dibujar las primeras líneas de empujes en el decenio de 1840–50.[1] Si bien parecía evidente que un arco en el que se podían dibujar cómodamente varias líneas de empujes era una estructura estable, se consideró que el problema no estaría resuelto hasta que no se pudiera predecir la «verdadera» línea de empujes. La historia de la teoría de arcos en la segunda mitad del XIX gira en torno de este problema. Por otra parte, éste es el problema central de la teoría de estructuras: encontrar los esfuerzos internos en una estructura estáticamente indeterminada o hiperestática. Aunque un estudio detallado de esta evolución está fuera del ámbito de este libro, expondremos en el siguiente apartado un resumen de los avances más significativos, pues dan un marco de referencia que permite entender mejor el problema del arco de fábrica y las teorías del análisis límite que se verán después.[2]

La posición de la «verdadera» línea de empujes

Moseley (1843) fue el primero en proponer un principio general que permitía fijar la posición de la línea de empujes. Su «Principle of least resistance» (principio de la mínima reacción) iba encaminado a resolver el problema de encontrar las reacciones en estructuras hiperestáticas rígidas: de todos los sistemas de reacciones posibles en equilibrio con las cargas de la estructura, el verdadero será el mínimo que puede mantener la estructura en equilibrio. Aplicado al caso de los arcos, conduce a que el verdadero empuje es el empuje mínimo. La teoría de Moseley fue adoptada por Scheffler (1857), que la elaboró y difundió en los países de lengua alemana. Hubo muchos otros intentos, pero ya en 1852 Poncelet avanzó cuál sería la línea principal de investigación: para encontrar la verdadera línea de empujes habría que considerar las propiedades elásticas del material.

El análisis elástico de arcos hiperestáticos estaba por entonces bien desarrollado y se aplicaba a arcos de madera o hierro. Los ingenieros, no obstante, se resistían a aplicar una teoría que asumía que el material del arco era homogéneo e isótropo y con propiedades elásticas bien definidas. Los arcos y bóvedas de fábrica eran básicamente lo contrario de estas hipótesis y en la segunda mitad del siglo XIX en los manuales de ingeniería se distinguía entre los arcos «elásticos», de madera o hierro, y los arcos «rígidos», de fábrica. Las distintas teorías del arco rígido de fábrica habían funcionado bien durante más de un siglo y habían servido para proyectar y construir miles de puentes. A pesar de ello, la indeterminación de la situación de equilibrio se percibía como un defecto fundamental. Saavedra (1860), primero, y después Castigliano (1879) y Winkler (1879), decidieron que la única solución era aplicar el cálculo elástico a los arcos de fábrica. Al añadir a las ecuaciones de equilibrio, las del material elástico y las de compatibilidad (condiciones geométricas de deformación y de contorno), se podía, finalmente, obtener una única línea de empujes, esto es, un único conjunto de esfuerzos internos en equilibrio con las cargas. Por supuesto, los ingenieros sabían muy bien que los arcos de fábrica de los puentes no eran homogéneos y que, sobre todo, estaban sometidos a determinados movimientos durante la construcción (fraguado incompleto de las juntas de mortero, cedimiento de las cimbras) y después del descimbrado (cedimiento de los estribos).

Winkler analizó cuidadosamente estos efectos a los que denominó *störungen* (perturbaciones), y propuso calcular la línea de empujes elástica para lo que llamó el estado «normal» del arco, con las juntas de mortero perfectamente fraguadas (considerando que podían resistir tracciones), sin grietas ni movimientos de ningún tipo, en cimbras o apoyos. Esta línea de empujes era considerada, entonces, la «verdadera» o «real» del arco. No obstante, el que el proceso de construcción y, sobre todo, pequeños movimientos de los apoyos pudieran afectar notablemente ese estado «normal», era un hecho bien conocido por los ingenieros. Engesser (1880), por ejemplo, indicó los pasos para investigar las variaciones de la posición de la línea de empujes, teniendo en cuenta las perturbaciones. Engesser concluyó que, debido al cedimiento de los estribos, la línea de empujes adoptaba la posición de mínimo empuje compatible con la resistencia del material.

Por otro lado, Castigliano realizó el estudio considerando la fábrica como un material elástico unilateral (sin resistencia a tracción); cuando la línea de empujes se salía del tercio central una parte de la sección dejaba de trabajar a compresión. Descartaba esta zona traccionada y volvía a analizar el arco con la sección reducida en dichas partes. Tras una o dos iteraciones obtenía la línea de empujes para el material elástico unilateral. No obstante Castigliano, como Winkler, analizaba el arco en su estado «normal» y no consideraba las perturbaciones que, como demostró Engesser, alteraban sustancialmente la posición de la línea de empujes. Hubo otros intentos, si no de fijar, al menos de acotar la zona de posibles líneas de empujes compatibles con la resistencia de la fábrica (Durand Claye 1867), pero el problema subsistía y se consideraba que el análisis elástico, entonces en pleno auge, era la opción más correcta.

En 1895 la Asociación de Ingenieros y Arquitectos Austríacos realizó una extensa serie de ensayos sobre grandes arcos de fábrica y hormigón armado, destinados a demostrar la veracidad de las hipótesis elásticas. Aunque las bóvedas colapsaban finalmente siguiendo la antigua teoría de bóvedas (véase figura 4.6 más adelante), se pudo constatar una cierta proporcionalidad entre las cargas y las deformaciones medidas, que se consideró una demostración de la validez de la teoría elástica, si bien había una enorme discrepancia entre el módulo de elasticidad de la estructura y el del material (véase capítulo 1 más arriba).[3] A partir de 1900 se consideró que la teoría elástica era la más adecuada para calcular los arcos de

fábrica y que la verdadera línea de empujes era la correspondiente al estado «normal» del arco; todas las aportaciones teóricas fueron dirigidas a simplificar los métodos del cálculo elástico.[4]

Efecto de las perturbaciones

El estudio del efecto de las perturbaciones sobre el estado de equilibrio de los arcos de fábrica fue abandonado. No obstante, estas perturbaciones y, en particular, los pequeños movimientos de los estribos tras el descimbramiento tienen una importancia fundamental en la distribución interna de los esfuerzos en un arco o bóveda de fábrica. La clave para entender el efecto de los pequeños movimientos pasa por considerar las características esenciales del material, que se resumen en los principios del análisis límite de las fábricas, enunciados por Heyman: se trata de un material rígido unilateral, con una resistencia infinita a compresión, nula a tracción y en el que el fallo por deslizamiento es imposible. Estos principios estaban también implícitos en la antigua teoría de bóvedas, pero el estudio de los movimientos de los arcos se limitó, en general, al producido en la situación de colapso.

Ha sido precisamente el profesor Heyman quien ha retomado, tras un paréntesis de más de cien años, el estudio del efecto de las perturbaciones en los arcos de fábrica y los ha interpretado rigurosamente dentro del marco del análisis límite. De esta manera ha permitido relacionar los análisis teóricos de equilibrio, esto es, las distintas posiciones de la línea de empujes, con los pequeños movimientos de los apoyos, contrastando los movimientos teóricos con la observación de los agrietamientos en estructuras existentes.

Un arco de fábrica (por ejemplo, un arco de dovelas), tras el descimbramiento, empezará a empujar contra los estribos según una cierta línea de empujes, figura 4.1 (a). Los estribos, inevitablemente, cederán ligeramente y la luz del arco se incrementará en una pequeña cantidad. Para adaptarse a este movimiento, el arco no puede sino agrietarse: se forma una grieta en la clave y otras dos en los riñones, figura 4.1 (b). De esta forma, el arco se divide en dos bloques que pueden moverse para adaptarse al movimiento impuesto por el cedimiento de los apoyos. Los bloques se «articulan» unos contra otros y es, precisamente, la capa-

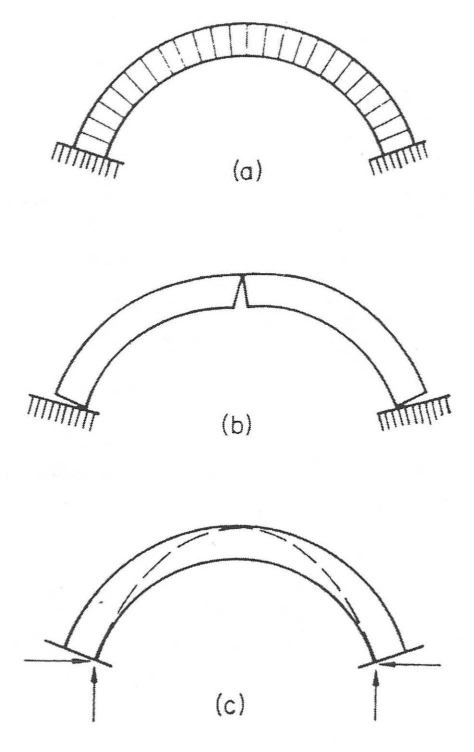


Figura 4.1
Efecto de un pequeño cedimiento de los apoyos de un arco de fábrica. (a) Tras el descimbramiento el arco empuja según una cierta línea de empujes. (b) Los estribos ceden ligeramente como consecuencia del empuje y el arco se agrieta formando articulaciones para acomodarse al incremento de la luz. (c) La línea de empujes debe pasar por las articulaciones y toma su posición más peraltada, de empuje mínimo. (Heyman 1969)

cidad de formar este tipo de articulaciones la característica esencial del material fábrica. Un vez agrietado el arco, la línea de empujes debe pasar necesariamente por las grietas de articulación y su posición queda fijada, figura 4.1 (c). La estructura resultante es un arco triarticulado. La línea de empujes adopta la posición más peraltada dentro de la fábrica y, como se ha visto en el capítulo anterior, el empuje se hace mínimo. Estas grietas son visibles, en particular la de la clave, en numerosas bóvedas de cañón en puentes y edificios. Un nuevo pequeño aumento de la apertura no modificará el valor del empuje. Para grandes deforma-

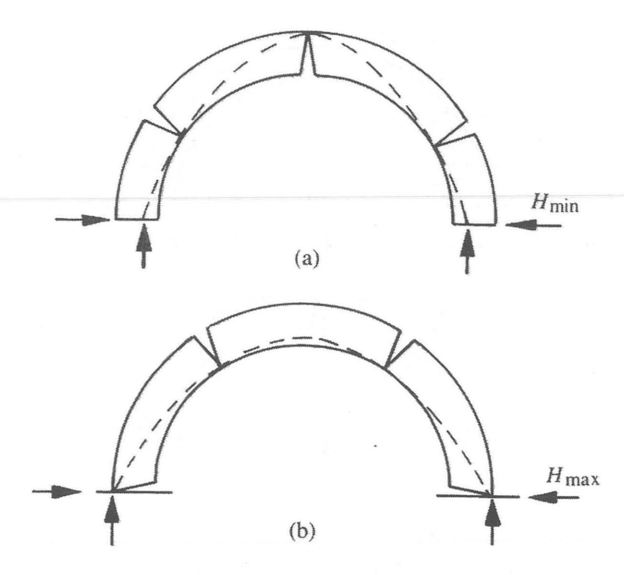


Figura 4.2
Agrietamientos típicos de un arco de fábrica. (a) Pequeña separación de los apoyos; el empuje se hace mínimo. (b) Pequeño acercamiento de los apoyos, el empuje se hace máximo. (Heyman 1999a)

ciones el arco modifica su perfil y el empuje puede crecer considerablemente, como se verá más adelante.

La posición de las articulaciones depende de la forma del arco y de la línea de empujes. Para arcos rebajados como el anterior, las articulaciones se forman en la clave y en los arranques. Para arcos de medio punto, sin embargo, las articulaciones se forman más arriba, en el lugar de tangencia de la línea de empujes, figura 4.2 (a). Si en vez de separarse los apoyos del arco éstos se acercan (por ejemplo si se trata de un arco pequeño en una arcada de arcos mayores), el arco debe adaptarse al movimiento abriendo otras grietas, figura 4.2 (b). Así, se forman dos grietas en los apoyos, abiertas ahora hacia adentro, y dos grietas hacia arriba en la zona de la clave, abiertas hacia arriba. Las dos grietas contiguas del mismo sentido en la clave, equivalen a una sola grieta, y cualquier pequeño movimiento haría que se cerrara una de ellas. La línea de empujes adopta la situación más rebajada y el empuje se hace máximo.

Así, pues, las dos posiciones extremas de la línea de empujes, que se estudiaron en el capítulo 3, tienen una interpretación física en el contexto del efecto de los pequeños movimientos de los estribos. La posición de las grietas puede predecirse en base al estudio de las líneas de empujes, como puede verse comparando las figuras anteriores con la figura 3.7 del capítulo anterior. En esta última se aprecia, asimismo, la particular posición de la línea de empuje mínimo en los arcos apuntados.

Se han visto los dos tipos de movimientos canónicos, de apertura o acercamiento de los apoyos. Otros movimientos son posibles; de hecho, si se supone que los movimientos están contenidos en un plano, cada apoyo tiene tres grados de libertad: puede desplazarse en vertical y horizontal, y también puede girar. En una arco real, hay infinitas combinaciones de pequeños movimientos que conducirán a distintos agrietamientos del arco y, consiguientemente, a distintas líneas de empujes. Resulta muy ilustrativo en este sentido, mover los apoyos de un modelo de arco de dovelas y observar los correspondientes agrietamientos. En la figura 4.3 se han representado las grietas observadas sobre un modelo de cartulina de un arco apuntado.

Como puede verse, pequeñas variaciones en las condiciones de contorno producen agrietamientos que no comprometen la estabilidad del arco pero que conducen a cambios bruscos en la posición de la línea de empujes y, en consecuencia, en la distribución de esfuerzos internos. En un arco real resulta imposible predecir estos pequeños movimientos y, aunque tras una larga investigación se pudiera, este hallazgo sería efímero, pues una inundación, por ejemplo, que cambiara las condiciones del terreno de la cimentación, el paso de una gran carga, un pequeño sismo, una obra cercana, etc., modificaría este estado, haciendo inútil el análisis anterior.

Esta sensibilidad de los esfuerzos internos de las estructuras hiperestáticas a pequeñas variaciones de las condiciones de contorno, bien conocida por los constructores de arcos, fue demostrada experimentalmente por primera vez en un contexto completamente distinto, como ha sido expuesto en varias partes por el profesor Heyman (véase por ej. Heyman 2001a). En los años 1930 se realizaron por primera vez ensayos a gran escala tratando de deducir los esfuerzos internos en pórticos de acero a partir de mediciones reales, para compararlos después con los resultados de un análisis elástico convencional. Se trataba de mejorar la re-

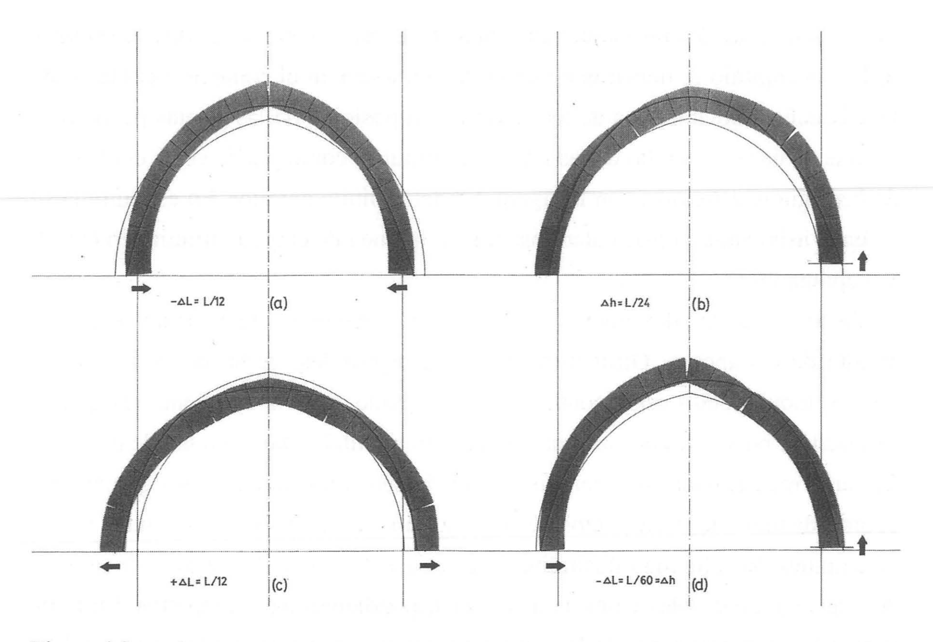


Figura 4.3
Estudio del efecto de los movimientos de los apoyos en un arco apuntado mediante un modelo de dovelas de cartulina. Aunque los movimientos son grandes para que las grietas sean bien visibles, éstas se formarán para el mismo tipo de movimientos más pequeños. Nótense las enormes variaciones de la posición de la línea de empujes. Dado que en una estructura real es imposible prever estos pequeños movimientos, la posición de la línea de empujes en un arco es impredecible, si bien el ensayo demuestra la estabilidad del arco. (Huerta 1996)

dacción de la norma inglesa de cálculo elástico de estructuras porticadas de acero. Como en el caso de los arcos, los cálculos se realizaban para un estado «normal» de la estructura: ésta estaba perfectamente terminada, con todas sus piezas de las dimensiones exactas unidas según estaba previsto; las condiciones de contorno se habían definido también idealmente (se habían supuesto empotramientos o articulaciones en la base de los pilares, etc.). La sorpresa surgió al comparar ambos estudios: los esfuerzos calculados diferían sensiblemente de los reales, deducidos a partir de la medición de las deformaciones de la estructura. En efecto, pequeños movimientos de los apoyos, imperfecciones geométricas o falta de

ajuste de los elementos, una entrada en carga irregular, etc., estaban en el origen de las discrepancias. El sistema de ecuaciones de equilibrio, del material y de compatibilidad que es necesario escribir para resolver el problema elástico es enormemente sensible a pequeñas variaciones de las condiciones internas de compatibilidad o de las condiciones de contorno.[5]

Esta discrepancia entre los valores calculados y los medidos en las estructuras reales, obligó al director del proyecto, John Baker, a tomar una nueva dirección. Se abandonó el enfoque elástico y se emprendió un enfoque de análisis límite o a rotura (que culminó con la formulación de la teoría plástica de pórticos de acero en el decenio de 1940–50). No se trataba tanto de obtener un estado de esfuerzos internos elásticos para deducir la tensión en cada punto, sino de calcular directamente las cargas de colapso de la estructura. El hundimiento se producía por formación de un número suficiente de rótulas plásticas que convertían a la estructura (o parte de ella) en un mecanismo.

Nuevos ensayos demostraron que, si bien el estado «real» de la estructura era muy sensible a pequeñísimas variaciones de las condiciones de contorno, la carga de colapso era insensible a estas perturbaciones y dependía sólo de la forma y dimensiones generales de la estructura, y de las secciones de sus elementos. Además, la carga de colapso calculada coincidía con enorme precisión con la medida en los ensayos de rotura. No se podía predecir el estado real, pero sí calcular la resistencia de la estructura determinando la máxima carga que ésta podría resistir.

Colapso de arcos

Los agrietamientos o articulaciones se forman cuando la línea de empujes toca el borde de la fábrica. Cuando el número de articulaciones, y su sentido, es suficiente para formar un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible la estructura se hunde. Este hecho, que el colapso de estructuras abovedadas de fábrica se produce por formación de mecanismos a base de las articulaciones entre las piedras, se conoce desde el siglo XVIII.[6] En 1730 Couplet publicó una memoria asumiendo explícitamente los principios del análisis límite y suponiendo mecanismos de colapso por formación de articulaciones, y en 1732 Danyzy reali-

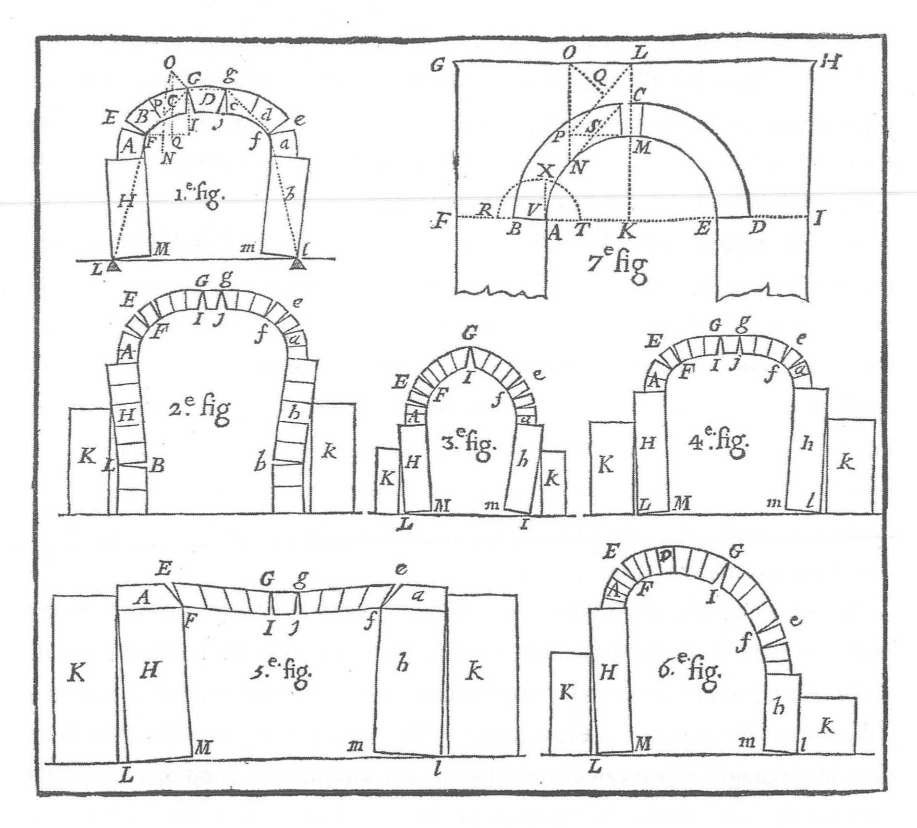
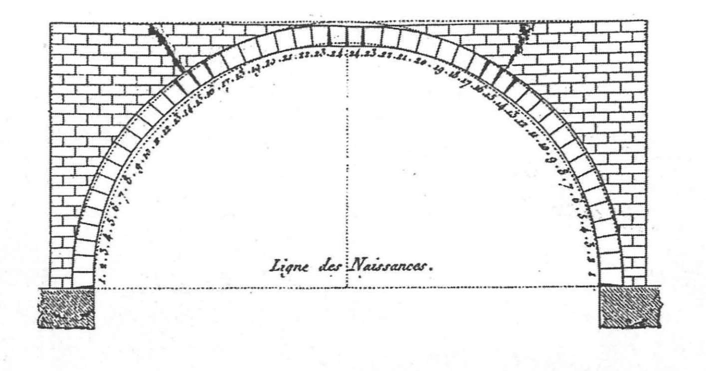


Figura 4.4
Ensayos de colapso de arcos de Danyzy (1732). Danyzy realizó pequeños modelos de dovelas de yeso y vio que al aplicar cargas, los arcos se hundían formando articulaciones entre las dovelas, y no como se había supuesto hasta entonces por deslizamiento. La figura muestra los dibujos originales, que fueron después redibujados e incluidos por Frézier en su tratado de estereotomía de 1737.

zó los primeros ensayos sobre pequeños modelos de dovelas de yeso que demostraban la existencia de estos mecanismos de colapso, figura 4.4. Boistard (hacia 1800) realizó nuevos ensayos sobre arcos de 2,60 m de luz, que se consideraron definitivos, figura 4.5. La teoría general de colapso de arcos formulada por Coulomb en 1773, y desarrollada y aplicada después a lo largo de la primera mitad del siglo XIX, se basa en analizar la situación de colapso del arco y fue aplicada



Plein Ceintre de 8pds d'Ouverture.
(2m 60c)

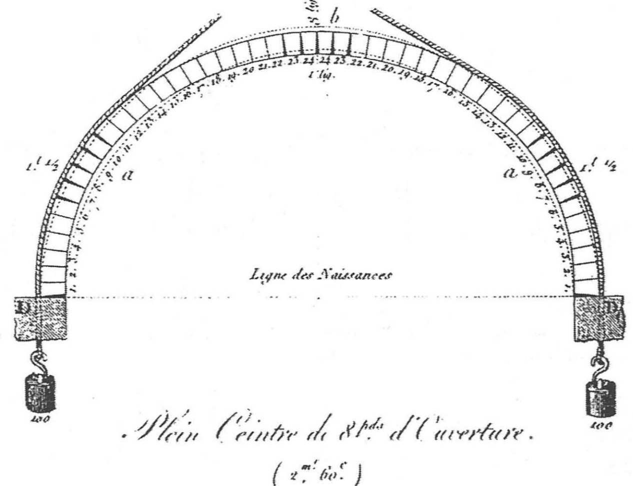


Figura 4.5

Ensayos sistemáticos de colapso de arcos de Boistard (1810). Las dovelas estaban formadas por la unión de dos ladrillos pulidos por una de las caras y unidos por la superficie rugosa mediante escayola, que daba la curvatura. Las dovelas se colocaban sobre una cimbra y la clave se ejecutaba in situ. Boistard realizó un total de 24 modelos de arcos, todos ellos con una luz de 2,6 m y de espesor 1/24 de la luz. El colapso se provocaba haciendo descender la cimbra unos centímetros. En los casos en los que la proporción espesor/luz de colapso era inferior a 1/24 se aplicó una carga puntual en la clave hasta que éste se produjo. Estos ensayos demostraron la imposibilidad del colapso por deslizamiento en las formas y proporciones de arcos más usadas y establecieron en toda la literatura posterior la preferencia por la hipótesis de colapso por formación de rótulas.

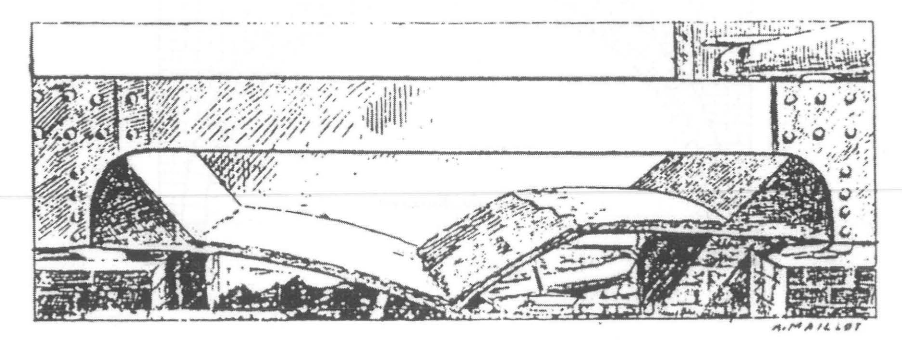


Figura 4.6
Ensayo de una bóveda de hormigón armado, sistema Monier, hasta el colapso realizado dentro de un extenso programa de ensayos de la Asociación de arquitectos e ingenieros austríacos. (Öst. Arch.– und Ingenieurverein 1895)

por los ingenieros franceses hasta ca. 1850, cuando fue sustituida gradualmente por el análisis mediante líneas de empujes. Los ensayos de 1895 realizados por los arquitectos e ingenieros austríacos (véase más arriba) conducían finalmente al hundimiento de los arcos por formación de mecanismos de colapso, pero este hecho fue obviado en el contexto de la investigación, realizada, como se ha visto, para validar el análisis elástico, figura 4.6.

El interés teórico por los arcos de fábrica decreció en la misma medida en que este tipo estructural fue siendo sustituido por estructuras de hierro, acero u hormigón armado. Hacia 1920 se seguían construyendo puentes y bóvedas de fábrica, pero las contribuciones teóricas, incluso la descripción de las obras de fábrica, desaparecen de las revistas y publicaciones especializadas. En el decenio de 1930–40 el aumento del peso de los vehículos llevó a la necesidad de evaluar la capacidad resistente de los puentes de fábrica, y se repitieron los ensayos de rotura. Pippard y Ashby realizaron en 1938 ensayos de rotura sobre arcos de dovelas de granito que dieron los mismos resultados que los realizados doscientos años antes: el colapso se producía, no por fallo del material, sino por formación de articulaciones entre las dovelas que conducían a un mecanismo de colapso.[7]

El proceso de colapso de un arco de fábrica puede comprenderse fácilmente con ayuda de la analogía de la cadena de Hooke. Siguiendo a Heyman (1999a) el

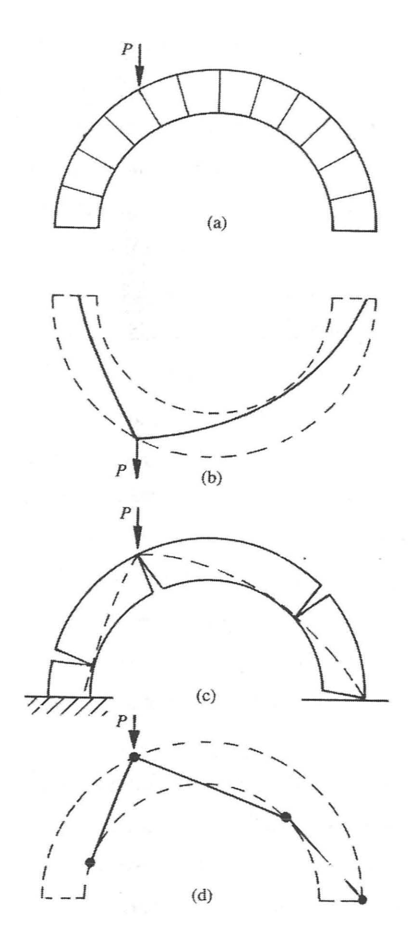


Figura 4.7
Colapso de un arco sometido a una carga puntual de valor creciente; estudio por la analogía del cable colgante. La carga puntual modifica la forma del cable, que se quiebra en su punto de aplicación; a medida que aumenta la carga la deformación del cable crece hasta que cabe justo dentro del arco. Hay cuatro puntos de contacto que forman cuatro articulaciones, que conducen finalmente a un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible. (Heyman 1999a)

arco de la figura 4.7 está en equilibrio bajo su propio peso, y su estabilidad queda demostrada por la existencia de, al menos, una línea de empujes en su interior. Si se añade una carga puntual, por ejemplo, a un cuarto de la luz, la forma de la

cadena se modifica, apuntándose bajo la acción de la carga. Al crecer la carga, la cadena se va aproximando a los bordes de la fábrica; para un cierto valor de la carga, sólo habrá una cadena que cabrá justo dentro de la fábrica. Esta cadena tocará en cuatro puntos en el borde de la fábrica, alternativamente en el trasdós e intradós. Estos puntos forman articulaciones que definen un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible y el arco estará a punto de colapsar, en equilibrio inestable, para este valor de la carga puntual.

El ejemplo anterior se corresponde bien con el caso de un puente. En efecto, en este caso no basta que la bóveda del puente sea estable para las cargas permanentes; el puente debe ser estable para cualquier posición de las cargas móviles máximas que deba soportar. Normalmente, estas cargas se representan con una carga axial concentrada, «en cuchillo», repartida uniformemente en sentido transversal al puente. La verificación supone el estudiar el equilibrio de la bóveda para cada posición de la carga. La posición más desfavorable suele estar a 1/4 de la luz de uno de los arranques. En realidad, es preciso realizar una verificación de este tipo siempre que el peso de las sobrecargas sea del mismo orden que el del arco o bóveda. Éste es el caso, por ejemplo, de las delgadas bóvedas rebajadas tabicadas, cuando se emplean como forjado.

Por otra parte, hay que señalar que para que el colapso se produzca debe ser posible la existencia de un mecanismo de colapso cinemáticamente admisible. Este hecho impone restricciones a afirmaciones aventuradas sobre el futuro colapso de estructuras reales: para que una estructura se pueda hundir debe permitir la formación de un mecanismo de colapso. Para algunos tipos de arco, por ejemplo los arcos adintelados y los arbotantes, no es posible encontrar ninguna disposición de articulaciones que conduzcan a un mecanismo de colapso, figura 4.8. Este tipo de arcos sólo pueden fallar por un cedimiento excesivo de los estribos. Consideremos, por ejemplo, el caso de un arco adintelado; un ligero cedimiento conduciría a la apertura de tres grietas, como puede verse en el arco adintelado, *Fig.* 5 de la figura 4.4; este arco sólo fallará, por dislocación hacia abajo, cuando por exceso de deformación las tres articulaciones se sitúen en línea recta.

Otras veces, cuando el problema es el paso de una cierta carga, el arco no colapsará cuando, para cada posición de la carga, sea posible trazar dos líneas rectas que unan los apoyos con el punto de aplicación de la carga, figura 4.9 (a). Los

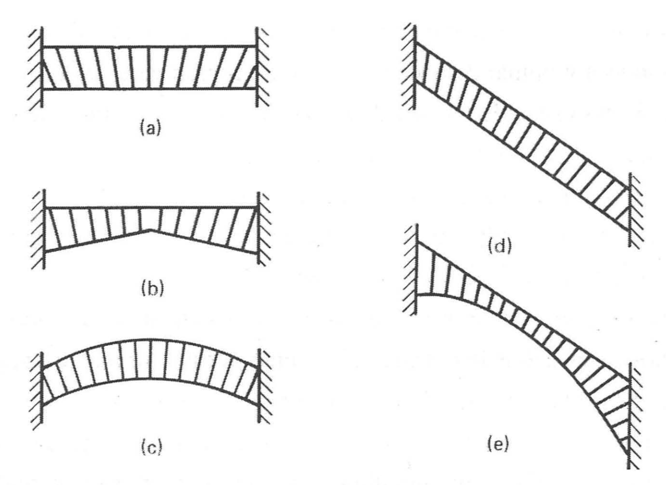


Figura 4.8
Tipos de arcos que no presentan ninguna disposición de articulaciones que conduzca a un mecanismo de colapso. (Heyman 1982) Este tipo de arcos sólo pueden fallar por un cedimiento excesivo de los estribos.

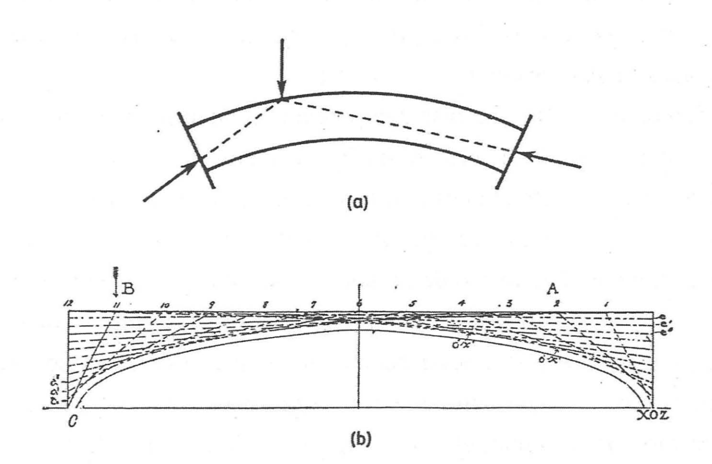


Figura 4.9
Un arco de cierta forma puede soportar el paso de cualquier carga puntual, por grande que sea, si es posible para cada posición de la carga trazar dos rectas que unan su punto de aplicación con los apoyos. Las figuras demuestran la aplicación de este principio: (a) Arco rebajado de gran espesor. (Heyman 1971); (b) Arco tabicado delgado con un relleno consistente y/o tabiques transversales. Es el relleno y los tabiques lo que hacen la estructura extraordinariamente resistente. (Guastavino 1893)

rellenos o tabiques transversales sobre las delgadas bóvedas tabicadas realizan precisamente esa función: permiten trazar dos rectas para cualquier posición de la carga y la figura 4.9 (b) fue empleada por Guastavino (1893) para demostrar esta propiedad.

Teoremas fundamentales del análisis límite

El proceso de colapso de los arcos de fábrica es análogo al de los pórticos de acero: en ambos casos el hundimiento se produce cuando se forman un número suficiente de rótulas plásticas (en el pórtico) o articulaciones de agrietamiento (en el arco) que convierten la estructura en un mecanismo cinemáticamente admisible. En ambos casos, a cada configuración posible de rótulas o articulaciones corresponde una carga de colapso y el analista debe asegurarse que ha elegido la más desfavorable.

En el caso de los arcos, los ingenieros franceses de la primera mitad del siglo XIX eliminaron esta indeterminación considerando sólo el colapso de arcos simétricos y fijando una rótula en la clave; otras dos rótulas se producían en la base de los estribos y quedaba sólo por hallar las rótulas del intradós, lo que se hacía aplicando el método de máximos y mínimos sugerido por Coulomb. En la figura 4.10 (a) de Audoy (1820) se ha fijado la posición de la rótula del intradós de esta forma; el cálculo del espesor del estribo en el colapso es un sencillo problema de estática. No obstante, Méry (1840) al dibujar las líneas de empujes para un gran número de arcos diferentes, se dio cuenta de que, en ocasiones, al asumir la posición de las rótulas de esta forma la línea de empujes se salía de la fábrica del arco incumpliendo la condición de que la fábrica debe trabajar a compresión, como sucede precisamente en el caso anterior, figura 4.10 (b). Méry era plenamente consciente de que sólo el dibujo de la línea de empujes permitía verificar esa condición del material y garantizar que el mecanismo elegido era correcto. Para arcos sencillos, la propia construcción geométrica sugería que, además, la disposición de articulaciones para el colapso era única, y el problema de la posible existencia de líneas de empuje dentro de la fábrica que condujeran a diferentes mecanismos de colapso, no se planteó durante el siglo XIX.

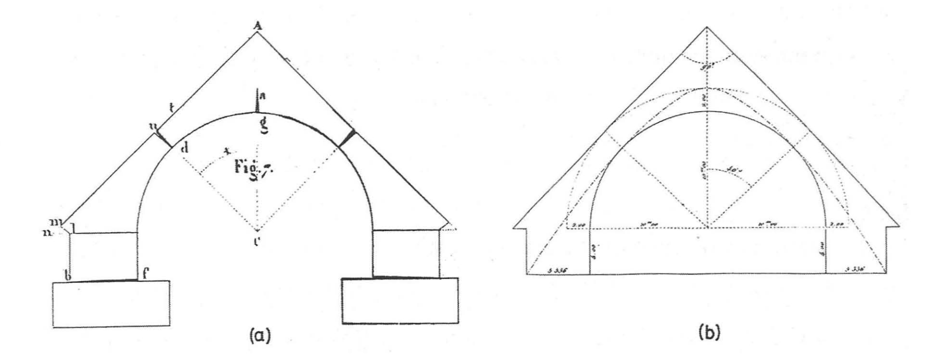


Figura 4.10
El análisis puro de colapso de arcos de la primera mitad del siglo XIX incumplía en ocasiones la condición de trabajo a compresión del material: (a) Disposición de rótulas elegida por Audoy (1820) para el análisis de un almacén de pólvora; (b) Dibujo de Méry (1840) de la línea de empujes correspondiente que, al salirse del arco, demuestra la incorrecta posición de las rótulas del mecanismo de colapso.

En el caso de los pórticos, en el decenio de 1940–50, los autores de la teoría plástica eran bien conscientes de su incapacidad para demostrar que un cierto mecanismo elegido era el correcto, conduciendo a una carga de colapso mínima. Para pórticos sencillos se podían explorar todas las posibilidades, pero esto resultaba imposible en el caso de pórticos más complejos. Se precisaba un avance de la teoría que permitiera decidir si un cierto mecanismo, arbitrariamente elegido, era correcto o no. Este desarrollo teórico condujo al enunciado de los teoremas fundamentales del cálculo plástico o análisis límite. Hay tres teoremas:

- el *teorema de la unicidad:* establece que la carga de colapso es única;
- el *teorema del límite superior:* se ocupa de los estados de colapso, y establece que para un cierto mecanismo de colapso, arbitrariamente elegido, la carga de colapso calculada es superior (o igual, si se ha acertado con el mecanismo correcto) a la carga de colapso real;
- el *teorema del límite inferior:* se ocupa de los estados de equilibrio, y establece que si para un cierto valor de la carga es posible encontrar un estado

de esfuerzos internos en equilibrio con las cargas que no viola la condición de cedencia del material, esta carga es inferior a la carga de colapso y, en consecuencia, la estructura no se hundirá.

Estos teoremas ya habían sido demostrados por Gvozdev en 1936 pero, publicados en ruso en 1939, pasaron desapercibidos. Los teoremas del límite superior e inferior fueron demostrados, independientemente, por Greenberg y Prager en 1949; Horne demostró en 1950 el teorema de la unicidad (Heyman 2004).

En 1953 Kooharian, a sugerencia de Drucker, tradujo los teoremas fundamentales del análisis límite para el caso de arcos de dovelas. El trabajo de Kooharian no establece explícitamente todas las condiciones que debe cumplir el material; en particular, la condición de imposibilidad de deslizamiento se asume en el desarrollo pero no se enuncia, y tampoco se discute la superficie de cedencia asociada al fallo considerado. Las características del material que permiten una traducción rigurosa de los teoremas y su aplicación a los arcos de dovelas fueron enunciadas, al parecer, por primera vez por Prager en 1959. Prager considera el problema del fallo de una junta entre dos dovelas, formadas por un material rígido (infinitamente resistente) y suponiendo que el rozamiento es suficientemente alto como para impedir el deslizamiento. Prager discute después la forma de la superficie de cedencia correspondiente, si bien no da ningún ejemplo de aplicación, limitándose a citar el trabajo de Kooharian.

El enunciado general y riguroso de las condiciones que debe cumplir el material «fábrica» para la traducción de los teoremas fundamentales del análisis límite se debe a Heyman. En 1966 Heyman publica un artículo, «The stone skeleton» (el esqueleto de piedra) en el que por primera vez se enuncian las tres condiciones que debe cumplir el material fábrica (véase el capítulo 2) para que el análisis de cualquier estructura de fábrica (y no sólo de simples arcos de dovelas) pueda quedar englobado dentro del marco teórico del análisis límite. Heyman expone los principios generales con referencia al arco de dovelas, pero incluye la discusión crucial, que está en el origen del análisis límite, sobre la influencia de las variaciones de las condiciones de contorno en el estado «real» de la estructura y sobre la imposibilidad de conocer este estado, esencialmente cambiante. Por primera vez, se realiza un estudio de los agrietamientos, debidos a pequeños movi-

mientos, dentro del marco del análisis límite. Después, aplica los principios a otros elementos estructurales, tomando como arquetipo la estructura de una catedral gótica. Se analizan los arbotantes, las bóvedas de crucería y, finalmente, la estabilidad de la estructura completa. Heyman ha contribuido después a extender los mismos principios al análisis de otras estructuras: cúpulas, bóvedas de abanico, puentes, flechas góticas de piedra, rosetones y ventanales góticos, etc. (véase Heyman (1995, 1999a, 2002). A Heyman corresponde, pues, el mérito de haber enmarcado la teoría de las estructuras de fábrica dentro del marco de la teoría moderna de estructuras, y sería difícil imaginar el estado de esta disciplina sin sus contribuciones fundamentales.

El teorema de la seguridad

El teorema del límite inferior dice que *el colapso no se producirá si en cada estado sucesivo de carga que atraviesa la estructura es posible encontrar un estado seguro de equilibrio estáticamente admisible.* Un estado de esfuerzos internos es «estáticamente admisible» si está en equilibrio con las cargas que actúan sobre la estructura; es, además, «seguro» si en ninguna sección viola la condición de cedencia del material. Este teorema permite, pues, obtener estados de carga «seguros» y por este motivo recibe también el nombre de *teorema de la seguridad.* Por su énfasis en estados de equilibrio estáticos se le ha llamado también teorema *estático.*

Para comprender mejor el enunciado consideremos el caso de un pórtico de acero que soporta unas ciertas cargas. Cualquier distribución de momentos flectores del pórtico en equilibrio con las cargas será estáticamente admisible; la condición de cedencia se cumplirá si en todos los elementos del pórtico los momentos flectores de la distribución elegida no superan el momento plástico de la sección correspondiente.

En el caso de un arco de fábrica, como se ha visto, cualquier línea de empujes dibujada o calculada representará un estado de equilibrio para las cargas dadas y será, por tanto, estáticamente admisible; la condición de cedencia se verificará si, en cada sección, el empuje está contenido dentro del arco. Podemos ahora enunciar el teorema de la seguridad para los arcos de fábrica de la siguiente forma: *un arco de fábrica es seguro si es posible dibujar un línea de empujes en su interior.*

La potencia del teorema de la seguridad reside en que el estado de equilibrio elegido, que cumple la condición del material, no tiene por qué ser el real; basta con que sea posible. Se resuelve de esta manera el problema de la indeterminación de la posición de la línea de empujes: su posición es imposible de conocer, sujeta a imprevisibles pequeños cambios de las condiciones de contorno, la degradación del material en algunas juntas, etc., pero si es posible dibujar una línea de empujes en su interior el arco no se hundirá. Se puede, pues, abandonar la búsqueda imposible del estado real del arco (o, en general, de la estructura de fábrica) para concentrarse en el estudio de su seguridad a través de las ecuaciones de equilibrio, representadas gráficamente por líneas de empujes.

El teorema de la inseguridad

El segundo teorema, del límite superior, se ocupa precisamente de los valores de la carga que producen el colapso. Establece que *el colapso se producirá si puede encontrarse una configuración de colapso cinemáticamente admisible*. Como el colapso se produce por formación de mecanismos cinemáticamente admisibles también ha sido denominado teorema *cinemático*.

Una estructura alcanza una «configuración de colapso» cuando desarrolla el número suficiente de rótulas o articulaciones para convertirse en un mecanismo. Una configuración de colapso «cinemáticamente admisible» se caracteriza porque en un desplazamiento virtual del mecanismo, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores es mayor o igual al realizado por las fuerzas interiores.

En el caso de los arcos de fábrica, dada la inexistencia de tracciones, el trabajo de las fuerzas interiores es cero, y el teorema adopta una forma más simplificada: el colapso se producirá, en una configuración de rotura determinada, si en un desplazamiento virtual el trabajo de las fuerzas exteriores es mayor o igual a cero, o, lo que es lo mismo, si el mecanismo resultante de la aparición de las rótulas está en equilibrio inestable. Como se ha visto, el que el colapso no se produzca para una cierta distribución de articulaciones no significa que el arco sea seguro. Puede existir otra configuración distinta que conduzca al hundimiento. Por este motivo se llama también teorema de la *inseguridad*.

El teorema de la unicidad

El teorema de la unicidad afirma que *la carga de colapso es única* (pero puede haber varios mecanismos que conduzcan a la misma carga de colapso). El arco de la figura 4.7, que ha formado cuatro articulaciones que se alternan en el trasdós y el intradós, se ha convertido en un mecanismo cinemáticamente admisible que está en equilibrio inestable. En el arco se verifica el teorema de la seguridad, pues la línea de empujes está contenida dentro del arco, y se verifica también el teorema de la inseguridad pues se ha formado un mecanismo de colapso. Siguiendo de nuevo a Heyman, el estado del arco cumple las siguientes condiciones:

Condición de equilibrio Condición de cedencia	} Estáticamente admisible
Condición de mecanismo	Cinemáticamente admisible

Las dos primeras condiciones de equilibrio y cedencia verifican el teorema de la seguridad y garantizan que la carga es menor o igual que la de colapso. La tercera condición de mecanismo verifica el teorema de la inseguridad e implica que la carga es mayor o igual que la de colapso. El cumplimiento simultáneo de las tres condiciones implica que la carga es igual a la carga de colapso.

La seguridad de los arcos

El teorema de la seguridad establece que un arco no se hundirá (es «seguro») si es posible dibujar una línea de empujes en su interior. Las pequeñas variaciones de las condiciones de contorno o de la compatibilidad interna (el contacto entre dovelas, etc.), que conducen a agrietamientos y a variaciones bruscas de la posición de la línea de empujes (alterando significativamente los esfuerzos internos), no afectan a la estabilidad del arco, que soportará estas agresiones del medio sin problemas. El estado real del arco es imposible de conocer, dado el carácter imprevisible y efímero de estos cambios, pero sí podemos hacer una afirmación contundente: no colapsará.

Coeficiente geométrico de seguridad

Pero no basta que el arco sea seguro, en el sentido de que no se hunda, queremos que sea suficientemente seguro, y esto implica la noción de un cierto «coeficiente de seguridad» que, de alguna forma, nos informe de cuán lejos estamos de la situación de colapso. En un arco sometido a peso propio la condición de que sea posible dibujar una línea de empujes dentro del arco impone unos ciertos espesores, para un cierto perfil; en efecto, dado que, en general, la forma del arco no coincide con la de la línea de empujes, es preciso «recubrir» de fábrica la cadena colgante de Hooke. Así, en el arco de medio punto de la figura 4.11 (a) se puede dibujar holgadamente una línea de empujes y es, por tanto, estable. Si se reduce progresivamente el espesor del arco, es evidente que cada vez habrá menos espacio para las posibles líneas de empujes y que, para un cierto espesor, habrá una sola línea que cabrá dentro del arco, figura 4.11 (b). Este arco es el *arco límite* y no es posible construir un arco de fábrica, con esa forma, de menor espesor. Como puede verse, la línea toca en el intradós y trasdós en cinco puntos que forman suficientes articulaciones para convertir el arco en un mecanismo cinemáticamente admisible, figura 4.11 (c) (se forma una articulación de más debido a la simetría). Además, la línea de empujes está dentro y en equilibrio con las cargas, y, en efecto, se verifican los teoremas del límite superior e inferior y la situación corresponde a la de colapso. El espesor correspondiente es el *espesor límite.*

Heyman (1969) sugirió como forma de medir la seguridad de un arco comparar su espesor con el del arco límite correspondiente, definiendo un *coeficiente de seguridad geométrico* resultado de dividir el espesor del arco real por el espesor del arco límite. Así, el arco de la figura 4.11 (a) tiene un coeficiente geométrico de seguridad de dos, pues su espesor es doble que el del arco límite. No obstante este coeficiente puede no bastar para garantizar la seguridad de un arco. Por ejemplo, un arco de forma catenaria, que podría tener un espesor muy pequeño (teóricamente cero), presentaría un coeficiente de seguridad infinito, y sin embargo sería inestable a efectos prácticos. Así, otra manera de establecer la seguridad de un arco es suponer que debe soportar la acción de algún tipo de sobrecarga. En el caso de los puentes, es evidente que esta sobrecarga sería la máxima carga móvil que podría pasar por encima, pero incluso en los arcos que sostienen

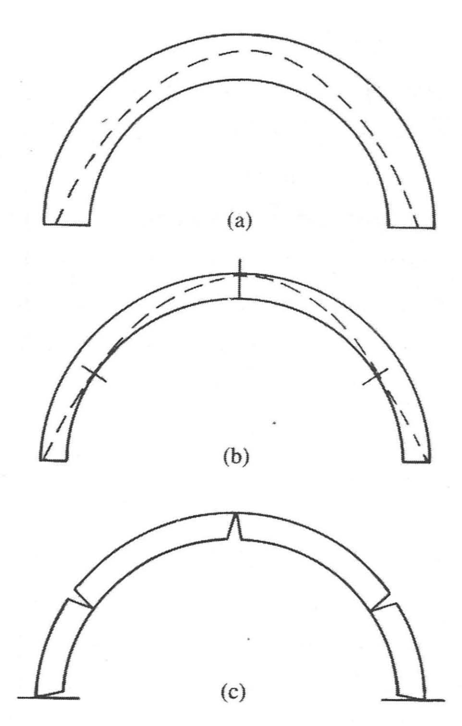
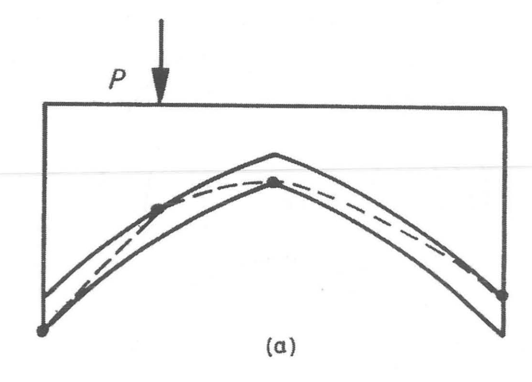
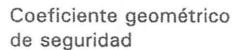


Figura 4.11
Definición del coeficiente geométrico de seguridad. (a) Arco de medio punto estable, como lo demuestra la línea de empujes dibujada en su interior; (b) Arco límite con el mínimo espesor que permite dibujar una línea de empujes en su interior; (c) Mecanismo de colapso del arco límite. El coeficiente geométrico de seguridad del arco se obtiene dividiendo su espesor por el del arco límite. (Heyman 1969)

su propio peso es preciso prever algún tipo de sobrecarga, procedente del mantenimiento u otras causas (quizá la acumulación del material de cubierta a lo largo de los años, un pequeño hundimiento, la entrada de agua con el consiguiente aumento de peso de los rellenos, etc.). Por tanto, decidir cuál es el valor del coeficiente de seguridad es un tema principalmente empírico, que sólo se puede resolver por el estudio y observación de estructuras construidas.

Para los puentes es preciso calcular el coeficiente geométrico para cada posición de la sobrecarga móvil; el coeficiente geométrico será el valor mínimo de los obtenidos, figura 4.12. De nuevo, el valor concreto que se debe dar al coefi-





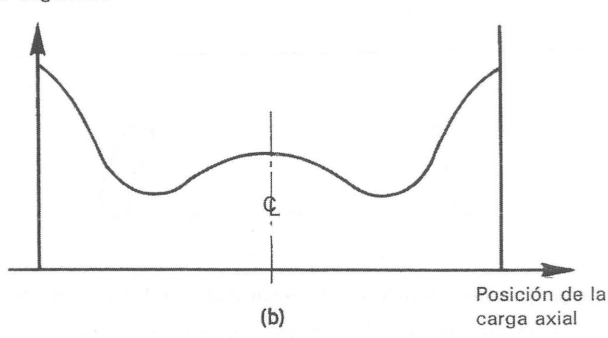


Figura 4.12
El espesor límite del arco de un puente es el mínimo de los obtenidos para cada posición de la sobrecarga móvil de cálculo. El espesor límite se produce, de forma típica, para la sobrecarga aproximadamente a 1/4 de la luz de los arranques. (Heyman 1982)

ciente geométrico es un tema empírico que sólo se podría estimar con el estudio de un número suficiente de puentes construidos. Heyman (1982) observa que un valor de 2 parece adecuado para el proyecto de puentes.

Arcos límite

La idea de que un arco de fábrica debe poseer un espesor mínimo para que sea estable es muy antigua y, como se verá, precisamente las reglas tradicionales de

proyecto de arcos asignan espesores suficientemente generosos como para incluir con holgura el arco límite. El primer cálculo científico del espesor límite de un arco fue realizado por Couplet en 1730. Couplet estudió el caso de un arco de medio punto y el de un arco escarzano con un ángulo de apertura de 120°. Supuso, correctamente, que el colapso se producía por formación de articulaciones y fijó su posición: la posición de las articulaciones en el trasdós de la clave y en los arranques es correcta, pero la articulación del intradós está situada arbitrariamente en la mitad del arco entre clave y arranques. Couplet estableció el equilibrio del mecanismo y esto conduce a una única ecuación cúbica que relaciona el espesor del arco con su radio. Resolvió después numéricamente la ecuación para llegar a una relación $k = e/R = 0{,}101 \simeq 1/10$, donde e es el espesor y R el radio medio. Couplet repitió los cálculos para el arco escarzano de 120° y obtuvo $k = 0{,}0195 \simeq 1/50$; es decir, el arco límite escarzano es unas cinco veces más delgado que el de medio punto. Rondelet (1802) en sus ensayos sobre modelos concluyó que un arco de medio punto no se sostendrá si su espesor es menor de 1/18 de la luz, que conduce a $k = 0{,}1053$. Audoy (1820) planteó de nuevo el problema, pero dio una acotación muy grosera. El problema fue tratado de nuevo en detalle, esta vez hallando la posición de la rótula del intradós mediante el método de máximos y mínimos, por Petit en 1835, que obtuvo el valor de $k = 0{,}1078$. Méry (1840), dedujo gráficamente que un arco de 20 m de luz necesitará un espesor mínimo de 1,14 m, que conduce a $k = 0{,}1079$. Heyman (1969) obtuvo una fórmula muy aproximada, que tiene la enorme ventaja de permitir obtener directamente el espesor límite de arcos circulares para cualquier ángulo de apertura, suponiendo el empuje tangente al intradós en la junta de rotura con $k = 0{,}1060$.[8] La solución rigurosa, integrando la ecuación diferencial de equilibrio, se debe a Milankovitch (1907) que obtuvo el valor correcto de $k = 0{,}1075$. Según Milankovitch, Pilgrim (1876) y Ritter (1899), llegaron de forma aproximada al mismo valor. Ochsendorf (2002) ha verificado numéricamente el valor de Milankovitch.

Como se ha visto, incluso en el caso más sencillo de un arco de medio punto, la resolución matemática del problema conduce a ecuaciones trascendentes que deben resolverse numéricamente. Para arcos circulares, en los que se forma siempre una de las articulaciones en la clave, las expresiones de Heyman

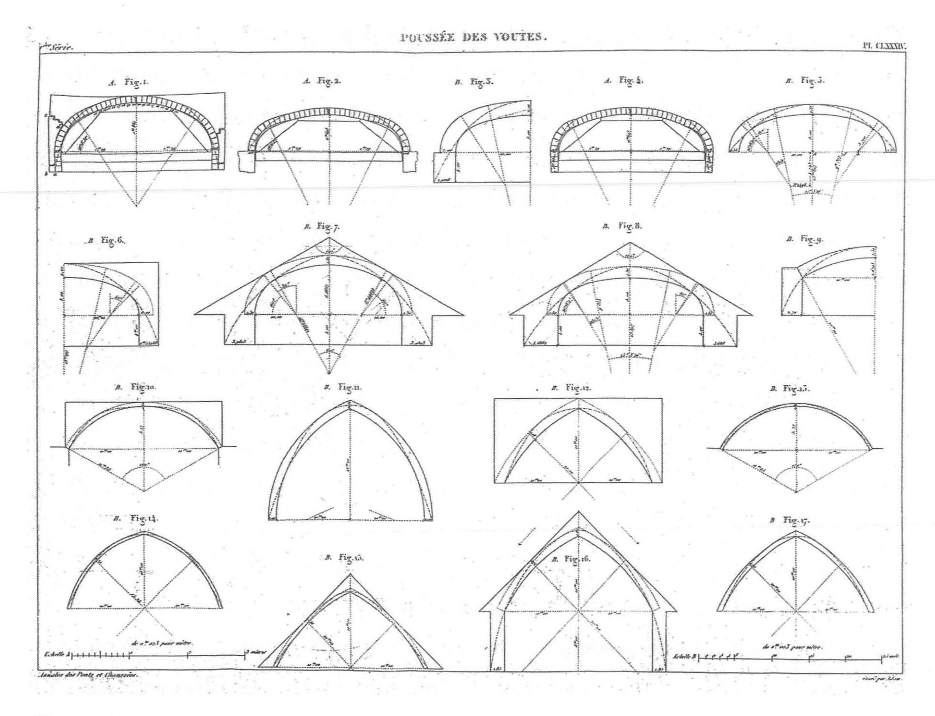


Figura 4.13
Arcos límite de diversos perfiles y trasdosados calculados por Méry (1840). En la parte superior se han redibujado los ensayos de colapso de Boistard (1810), para comparar con los espesores límite calculados. Se reproducen también algunas bóvedas calculadas por Audoy (1820). Se han calculado varios arcos apuntados, en desuso en aquella época; Méry parece fascinado por la reducción de espesor que permite la forma apuntada.

pueden usarse con confianza y dan valores muy aproximados. Cuando la posición de la articulación de la clave y arranques no está prefijada, el problema matemático se complica todavía más. La idea de los arcos límite, para cualquier perfil, fue investigada por Méry (1840). Méry, al dibujar, presumiblemente tras una penosa serie de tanteos, los arcos de espesor límite para distintas formas se da cuenta de que, en efecto, la hipótesis comúnmente aceptada de que se forma una articulación en la clave es incorrecta para los arcos apuntados o los circulares trasdosados horizontalmente, figura 4.13, y lo hace notar expresamente.

Otro resultado que se deduce del examen de la lámina de Méry es que el espesor límite decrece muy rápidamente para los arcos rebajados de cualquier perfil. Como se ha visto, Couplet ya había demostrado este hecho para el arco circular de 120° de apertura. Si se representa gráficamente la fórmula aproximada de Heyman, figura 4.14, puede verse que para ángulos de apertura de menos de 30° el espesor se hace prácticamente cero. (Para 40° Ochsendorf ha calculado el valor exacto de $k = 0{,}0047$.) Como curiosidad, para una bóveda tabicada rebajada con una relación flecha/luz de 1/10 (valor usual recomendado, por ejemplo, por Guastavino (1893)) que supone un ángulo de apertura de 22,6°, el espesor límite es, según la fórmula de Heyman, $k = 0{,}0005$. A todos los efectos prácticos los arcos rebajados son «catenarios» y no requieren espesor. En la tabla 4.1 se han recogido los mismos datos de la figura 4.14 expresados de forma tradicional, esto es, relacionando la flecha del arco con su espesor, expresados ambos como fracción de la luz libre.

El cálculo exacto de los espesores límite de arcos es complejo. Heyman ha propuesto dos métodos, uno numérico y otro gráfico que permite calcular con facilidad los espesores límite de arcos de cualquier forma, para un cierto estado de cargas. El método numérico (Heyman 1969) se basa en escribir genéricamente la ecuación de la línea de empujes; ésta queda en función de tres constantes, que se corresponden con el grado hiperestático del arco. Se trata, después, de determinar estas constantes imponiendo la condición de que la línea de empujes se aproxime lo más posible a la línea media del arco, esto es, que las distancias verticales (excentricidades de los empujes), hacia arriba y hacia abajo alternativamente, sean iguales. Esto conduce a una única línea de empujes, y el espesor límite es el doble de la excentricidad, para que pueda contener justo a la citada línea de empujes.

El método gráfico es una aplicación muy ingeniosa del llamado método de Fuller (véase capítulo 3 más arriba) para el dibujo de líneas de empujes. El método está explicado en detalle por Heyman (1982) y sólo daremos aquí una idea de su fundamento geométrico. Sea un arco de espesor vertical constante con una directriz cualquiera, que soporta unas ciertas cargas. En la figura 4.15 (a) se ha dibujado el perfil en línea gruesa y un polígono antifunicular cualquiera en equilibrio con las cargas que pasa por los arranques. Por el método de Fuller, se ha

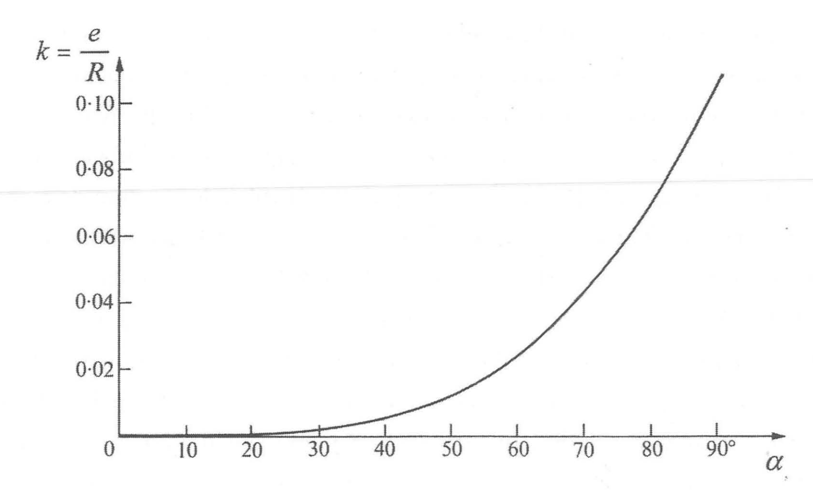


Figura 4.14
Relación entre el espesor límite y el radio medio ($k = e/R$) para arcos circulares en función del semiángulo de apertura. Como puede verse para semiángulos α por debajo de 30° el espesor límite se hace prácticamente cero. (Heyman 1977)

α (°)	90	67	53	36	28	22
flecha/luz	1/2	1/3	1/4	1/6	1/8	1/10
espesor/luz	1/18	1/55	1/140	1/580	1/1.700	1/4.000

Tabla 4.1
Espesores límite de arcos circulares en función de la flecha o altura del arco. Ambos parámetros se han expresado en la forma tradicional como fracción de la luz.

distorsionado el antifunicular hasta que ha degenerado en dos rectas; la línea del perfil del arco ha quedado también deformada, figura 4.15 (b). El perfil del trasdós estará representado, aproximadamente, por una línea paralela a la de intradós; el problema de hallar el arco de espesor mínimo, se convierte, ahora, en el problema de encontrar la separación mínima entre las líneas de intradós y trasdós que permita trazar dos rectas en su interior, figura 4.15 (c). Nótese que los pun-

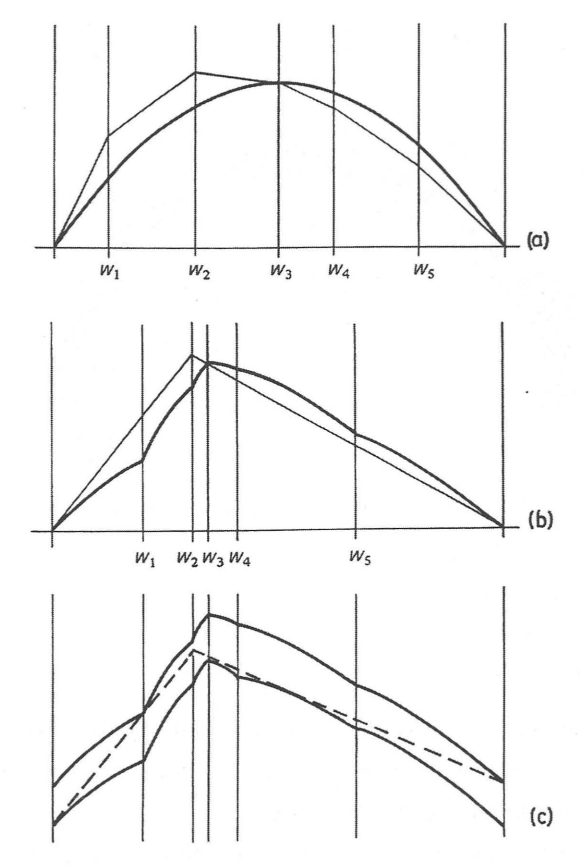


Figura 4.15
Método geométrico de Heyman (1982) para la obtención del espesor límite de un arco de sección uniforme, de cualquier forma y cargas.

tos de tangencia marcan la posición de las articulaciones del correspondiente mecanismo de colapso.

En la figura 4.16 se ha aplicado el método al cálculo del espesor límite de un arco de medio punto de espesor uniforme, obteniendo un valor de $k = 0{,}1065$. En este caso el espesor vertical no es constante (nótese que las líneas de intradós y trasdós no son paralelas en el arco transformado) y es preciso realizar varios tanteos, pero la posición de las articulaciones se adivina enseguida y el proceso es rápido.

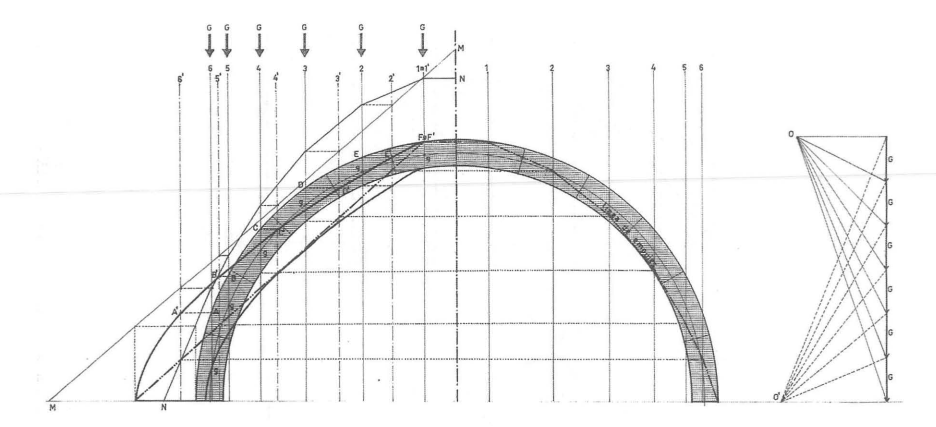


Figura 4.16
Aplicación del método anterior al cálculo del espesor límite de un arco de medio punto sometido a su propio peso.

Formas básicas de colapso

La forma en que la línea de empujes toca los bordes de la fábrica determina el modo de colapso. Para arcos simétricos hay dos formas básicas de colapso: por hundimiento o por levantamiento de la clave.

El colapso por hundimiento de la clave es el típico de los arcos de medio punto, carpaneles o escarzanos. La grieta de la clave se abre hacia abajo, las de los riñones se abren hacia el exterior y, finalmente, las de los arranques se abren, de nuevo, hacia el interior. En la figura 4.17 (a), se ha representado un arco límite de medio punto y su mecanismo de colapso. Por simetría, y dado que hay una clave central, se forman seis rótulas. En un arco real, las imperfecciones harían que el arco se hundiera hacia uno de los lados; se cerrarían entonces dos de las rótulas formando el mecanismo habitual de cuatro. El hundimiento puede interpretarse de la siguiente manera: la parte superior forma un arco triarticulado y éste empuja contra la parte inferior que presenta un contrarresto insuficiente. La forma de colapso sugiere la manera de asegurar la estructura, figura 4.17 (b): el relleno puede suministrar un peso adicional que asegure los «estribos» inferiores, pero un relleno sin peso, con suficiente consistencia, proporcionaría una vía de escape a la

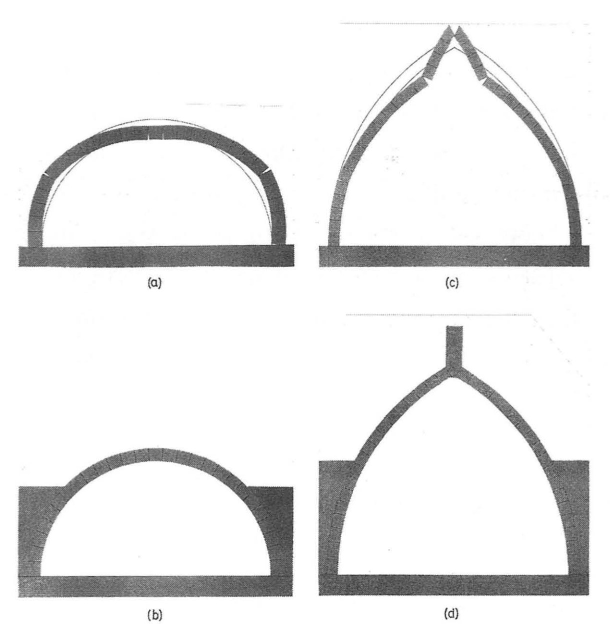


Figura 4.17
Formas básicas de colapso y la forma tradicional de evitarlas. (a) Colapso por hundimiento de la clave de un arco de medio punto de espesor límite; (b) disposición de relleno para asegurar el arco. (c) Colapso por levantamiento de la clave de un arco apuntado; (d) carga en la clave y relleno sobre los riñones para asegurar el arco.

línea de empujes del arco superior hasta los contrafuertes de la nave. De hecho, la sección de la figura puede compararse con la de cualquier iglesia románica de bóveda de cañón. El lector puede identificar varios arcos con esta forma de colapso en la figura 4.13 de Méry.

El hundimiento por levantamiento de la clave es típico de los arcos apuntados. En este tipo de arcos, con frecuencia, la línea de empujes toca la clave por el intradós, de manera que se abre una articulación hacia arriba, luego toca el trasdós y, finalmente, antes de llegar a los arranques vuelve a tocar el intradós. La combinación de rótulas conduce a una forma de colapso como la de la figura 4.17 (c), en la que la clave se levanta. En efecto, las dos ramas del arco se hunden hacia dentro levantando la parte superior. La forma de asegurar un arco

de este tipo consiste en invertir el mecanismo cargando la clave y, después, disponer un relleno en los riñones. Las pesadas claves de los arcos apuntados góticos tenían muchas veces esta función estabilizante. Este tipo de colapso puede producirse también en el caso de arcos rebajados trasdosados horizontalmente. De nuevo, el lector puede identificar diversos arcos con esta forma de colapso en la figura 4.13 (nótese el caso de la *Fig.* 10, un arco escarzano con relleno horizontal que colapsaría, quizá sorprendentemente, por levantamiento de la clave). La forma del colapso puede depender también, para un mismo arco, de la acción del relleno, como puede verse inspeccionando la figura 3.15, del capítulo anterior.

Estimación práctica de un límite inferior del coeficiente geométrico de seguridad

El espesor límite calculado por cualquiera de los métodos antes citados puede compararse con el real para obtener un valor muy aproximado del coeficiente geométrico de seguridad. Cuando, como ocurre en la mayoría de los casos prácticos, se trata de verificar simplemente que el coeficiente geométrico de seguridad está por encima de un cierto valor decidido por el analista, se puede aplicar de nuevo con enorme provecho el teorema de la seguridad. Supongamos que se quiere demostrar que el coeficiente de seguridad es al menos de 2: para ello, basta con poder dibujar una línea de empujes dentro de la mitad central del arco. Si el coeficiente tuviera que ser de tres, entonces, bastaría con dibujar una línea de empujes dentro del tercio central, y así sucesivamente.

En muchos manuales de ingeniería de la segunda mitad del siglo XIX se estipulaba esta condición «del tercio», que muchas veces se justificaba en base a una argumentación elástica. En efecto, si el material se supone elástico-lineal y se considera que las secciones se mantienen planas durante la deformación, la condición de que no aparezcan tracciones obliga a que la resultante esté contenida dentro del núcleo central de inercia, que para una sección rectangular es el tercio central. El procedimiento es seguro, si bien la argumentación no es la adecuada: el peligro no es que pueda aparecer alguna grieta en los bordes de la fábrica, sino que la estabilidad sea insuficiente. En este caso, como en muchos otros en la his-

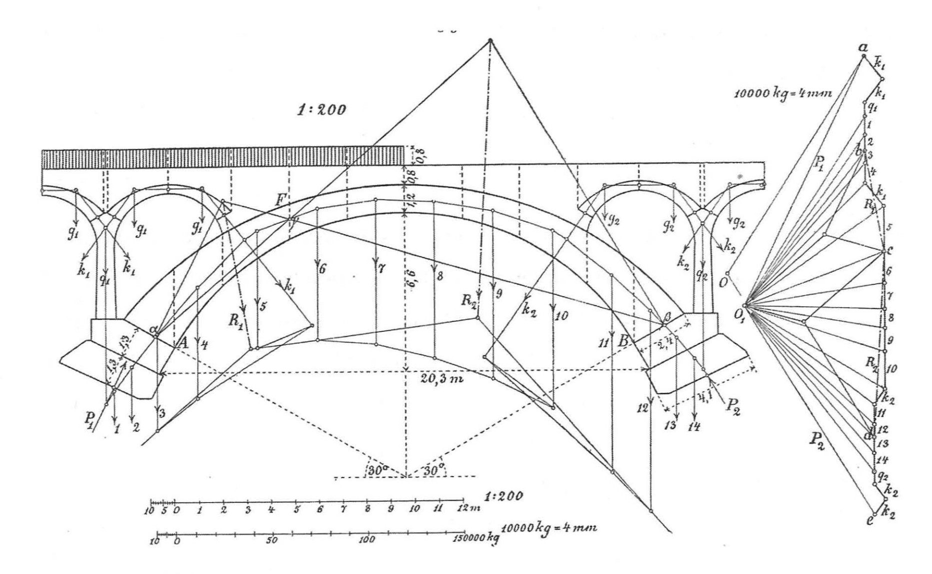


Figura 4.18
Verificación de la seguridad geométrica de un arco. Para demostrar que un arco tiene un coeficiente de seguridad mayor o igual que un cierto valor numérico (por ejemplo, de 2), basta con poder dibujar una línea de empujes dentro un arco de la fracción correspondiente de su espesor (para 2, la mitad central). En el puente del dibujo (Lauenstein 1913) puede apreciarse que la línea de empujes está contenida dentro del tercio central y, por tanto, el coeficiente geométrico de seguridad es mayor o igual que 3.

toria de la estructuras, un razonamiento incorrecto conduce a un resultado seguro.

A finales del siglo XIX el manejo gráfico de las ecuaciones de equilibrio mediante las herramientas de la estática gráfica, suministró el método más conveniente y fiable de verificación de estabilidad.[9] En el arco del puente de la figura 4.18 se ha dibujado sin dificultad una línea de empujes dentro del tercio central y esto demuestra que el coeficiente de seguridad es superior a 3. A simple vista puede verse que el coeficiente real será bastante superior, y podría usarse el método de Fuller para hallar un valor muy aproximado al exacto, pero el calculista puede considerar suficiente la seguridad obtenida en este análisis. Por supuesto, el hecho de que el análisis haya sido realizado gráficamente es

irrelevante: lo importante es que se han manejado exclusivamente las ecuaciones de equilibrio.

La seguridad de los estribos

El proyecto y análisis de los estribos se ha considerado históricamente como un tema de interés secundario; el problema principal era obtener el empuje de la bóveda. Una vez que el empuje era conocido, el estribo se consideraba rígido y monolítico y determinar si el estribo volcaría era un sencillo problema de estática. El cálculo del estribo rígido sólo garantiza que la resultante pase por dentro de la base de apoyo; para verificar la condición de cedencia en cada junta es preciso dibujar la línea de empujes y comprobar que está dentro en cada una de las juntas. Como se ha visto en el capítulo anterior, cuando los estribos están sometidos a cargas concentradas en su parte superior, resulta conveniente verificar que no es posible el fallo por deslizamiento en las primeras hiladas. Como en el caso de los arcos un breve repaso histórico a los distintos enfoques puede servir para iluminar el tema.

La primera teoría del cálculo científico de los estribos fue enunciada por La Hire en 1712. Poco después, en 1729, Bélidor simplificó esta teoría para obtener más fácilmente el empuje de la bóveda y su punto de aplicación (la junta de rotura). Este empuje, incorrecto, resultaba muy desfavorable para la estabilidad del estribo. En consecuencia, los estribos así calculados eran satisfactorios si se comparaban con los estribos existentes o las reglas tradicionales de proyecto, y Bélidor sólo recomendaba recrecerlos unas pulgadas. No se planteó, pues, el problema de la seguridad.

Cuando Audoy en 1820 calculó los estribos considerando el empuje correcto según la teoría de Coulomb, obtuvo estribos mucho más esbeltos y, evidentemente, críticos. Era necesario aumentar el espesor del estribo de algún modo y Audoy sugirió multiplicar el empuje horizontal en la clave (sólo trató el caso de bóvedas simétricas) por un cierto factor, el *coefficient de stabilité*, «coeficiente de estabilidad». El problema era determinar el valor de ese coeficiente; Audoy decidió que la teoría de La Hire/Bélidor había funcionado correctamente durante más de cien años, y calculó el coeficiente de tal modo que el espesor fuera el mismo que el obtenido por la teoría de La Hire. De esta manera, la seguridad de la nueva

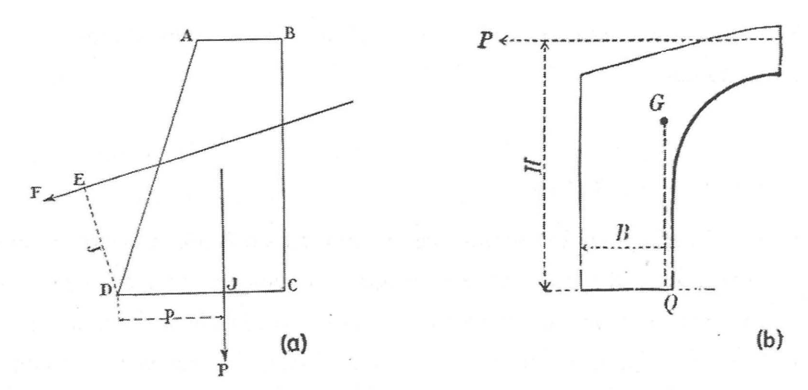


Figura 4.19
Formas de aplicar el coeficiente de estabilidad en el cálculo de estribos: a) Se aumenta la fuerza aplicada (Aragon 1909); b) Se aumenta la componente horizontal (Croizette–Desnoyers 1885).

teoría, correcta, se estableció en base a la experiencia de la antigua teoría, incorrecta. La llamada *stabilité de La Hire,*«estabilidad de La Hire», fue una referencia durante la primera mitad del siglo XIX en Francia (Huerta 1996; Huerta y Hernando 1998). Audoy obtuvo un coeficiente de 1,9 que con frecuencia se redondeaba a 2, como aparece en muchos manuales de ingeniería franceses del siglo XIX y principios del XX.

El problema puede parecer evidente para un ingeniero o arquitecto actual, pero todavía existe ambigüedad y no hay un acuerdo respecto a los diferentes modos de determinar el coeficiente de estabilidad. Respecto a la figura 4.19 (a) de Aragon (1909), la fuerza *F* se multiplica por el coeficiente de estabilidad, *c*, y el estribo se proyecta de tal modo que (*cF*)(ED) = (DJ)(*P*). En esta hipótesis el empuje crece hasta que alcanza el valor de colapso. Éste parece ser, en un principio, el mismo enfoque que el de Audoy, pero no es así. La figura 4.19 (b) de Croizette–Desnoyers (1885) se puede emplear para ilustrar la diferencia. El empuje en la coronación de la media bóveda, *P*, multiplicado por el coeficiente de estabilidad *c* debe estar en equilibrio con el momento estabilizante producido por el peso. Tomando momentos respecto al borde exterior del estribo, con el peso total *Q* de la bóveda más el peso del estribo, tenemos (*cP*)(*H*)=(*B*)(*Q*). La diferencia esencial es que en el primer caso la componente vertical del empuje,

que estabiliza, crece, mientras que en el segundo caso sólo aumenta la componente horizontal desestabilizante. Los resultados pueden variar considerablemente.

De cualquier forma, el método del coeficiente de estabilidad mide la seguridad de un modo indirecto. La cuestión de la seguridad en cualquier estructura de fábrica, ya sea un arco o un estribo, depende de que exista una línea de empujes contenida dentro de la fábrica. Para los estribos el empuje no debería aproximarse al borde exterior de la fábrica; si el empuje toca este borde se formaría una rótula y el estribo colapsaría por vuelco. Es una cuestión de geometría y el empleo de coeficientes de seguridad adecuados garantiza que la línea de empujes se aleje suficientemente del borde de la fábrica: un coeficiente adecuado debe medir directamente esta separación.

Coeficiente geométrico de seguridad para estribos

Moseley (1843) fue el primero en estimar la seguridad de un estribo limitando la distancia entre la línea de empujes y el borde del estribo. Llamó a esta distancia «módulo de estabilidad», pero no proporcionó valores para este módulo, dejándolo al juicio del ingeniero o arquitecto. Rankine (1858) desarrolló la idea de Moseley y propuso la idea de «estabilidad de posición», obtenida limitando la desviación de la línea de empujes respecto al centro del diámetro d de la sección correspondiente. Esta distancia se definió como una fracción de dicho diámetro, obtenida al multiplicar por un coeficiente q. El enfoque es, pues, puramente geométrico. El único problema es fijar los valores de q, y resulta muy revelador que Rankine diera diferentes valores dependiendo del tipo de estructura. Para los estribos de edificios recomienda un valor de $q = 1/6$, de tal forma que el empuje debe estar contenido dentro del tercio central. Para otros tipos de estribos como los muros de contención, Rankine cita valores mucho más grandes de 3/8 (ingenieros ingleses) ó 3/10 (ingenieros franceses). Para un estribo rectangular, el valor de 1/6 evita la aparición de esfuerzos de tracción en la sección, puesto que el empuje está situado dentro del tercio central, pero esto no preocupaba a Rankine, que aceptaba cierto agrietamiento en otras estructuras de fábrica.

Otro modo de evaluar la localización del empuje consiste en dividir el semidiámetro por la desviación del empuje respecto al centro; el número obtenido

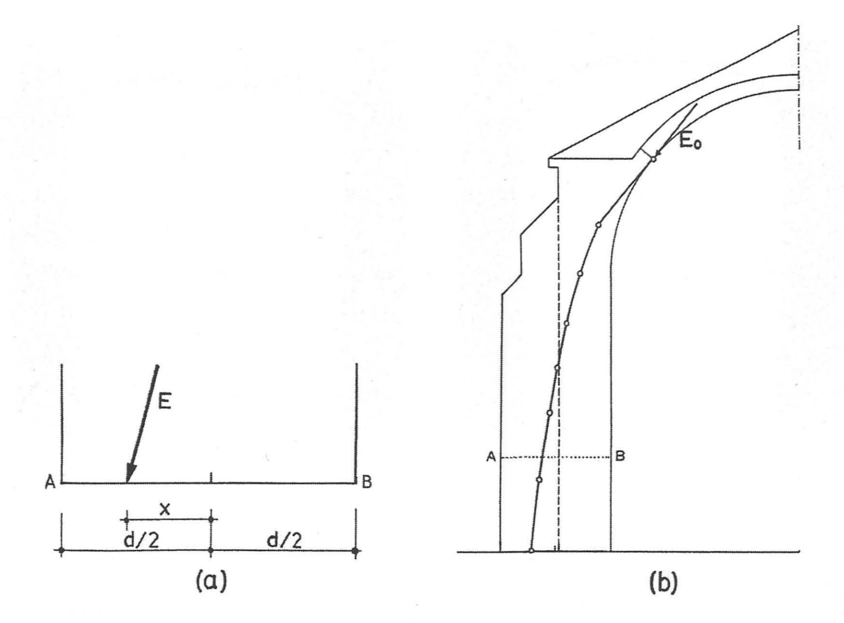


Figura 4.20
(a) La seguridad en cualquier sección de un estribo depende de la excentricidad x del empuje respecto al centro. El coeficiente geométrico de seguridad se obtiene dividiendo el semidiámetro por la excentricidad. (b) El coeficiente geométrico del estribo es el mínimo de los obtenidos en cada sección, compatibles con el vuelco. El dibujo de la línea de empujes permite localizar la sección más crítica.

$d/2x$ (= $1/2q$) representa la fracción de la zona central del estribo que contiene justo el empuje, figura 4.20 (a). Así, un coeficiente geométrico de 2 quiere decir que el empuje está situado en el borde de la mitad central, de 3 que está en el borde del tercio central, y así sucesivamente. Para distintas secciones se obtendrá un coeficiente distinto y el coeficiente geométrico de seguridad del estribo será el mínimo en la dirección del vuelco.[10] En la figura 4.20 (b) esto se produce en la sección de la base.

Este coeficiente geométrico es análogo al definido por Heyman (1969, 1982) para los arcos de fábrica. Como se ha visto, Heyman sugiere para el caso de puentes coeficientes geométricos de seguridad de 2. El valor de 3 de Rankine es mucho más restrictivo, pero parece inferior al empleado implícitamente por los

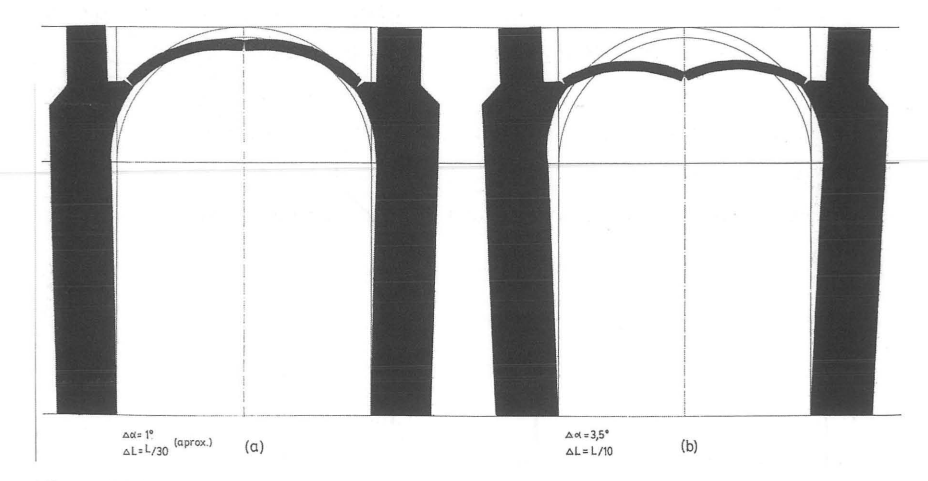


Figura 4.21
Efecto del desplome gradual de los estribos sobre una bóveda de cañón. (a) Una inclinación de 1° conduce a una apertura de *L*/30, al nivel de los arranques; la bóveda se deforma visiblemente. (b) Si los estribos se siguen inclinando la bóveda colapsa por dislocación hacia abajo para una inclinación de 3,5°, que conduce a una apertura de *L*/10.

constructores góticos: en Gerona y Palma de Mallorca el coeficiente geométrico es superior a 4 (Huerta 1998).

La razón para un coeficiente de seguridad más elevado no se debe tanto a la seguridad del estribo, sino más bien a la seguridad de la bóveda. Así, en la figura 4.20 (b) el coeficiente geométrico en la base es de 2,20; este valor podría ser considerado adecuado, quizá, para un muro de contención, pero resulta insuficiente en un edificio. Ciertamente, un empuje excéntrico en la base tendería a producir asientos diferenciales en la cimentación lo que ocasionaría el desplome del estribo. El efecto se puede ver en numerosas iglesias románicas y se ha representado en la figura 4.21 con la ayuda de un modelo de cartulina.[11] En la figura 4.21 (a) el estribo se ha inclinado; este desplome no pondría en peligro un estribo románico, pero produciría una apertura total al nivel de los arranques de *L*/30 (para una iglesia con los arranques a una altura igual a la luz). La bóveda se agrieta y deforma visiblemente; si el estribo se sigue inclinando la bóveda se hundirá para una inclinación inferior a 3,5°, figura 4.21 (b).[12] Tras el colapso de

la bóveda el estribo permanecerá en pie sin agrietarse, ya que la resultante del peso cae dentro del tercio central, e incluso recuperará algo del plomo.

Por supuesto, el decidir el valor de cualquier coeficiente de seguridad es un tema empírico, pero el estudio de estructuras concretas y de las proporciones a que conducen las reglas de proyecto, hacen pensar que los coeficientes empleados implícitamente por los antiguos constructores son del orden de 4, o superiores.

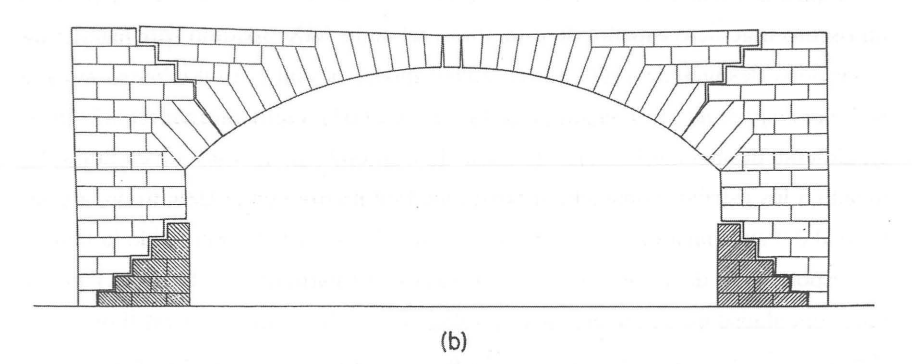
Fractura de estribos de fábrica

Normalmente se ha considerado que cuando un estribo falla lo hace girando como un sólido rígido alrededor de la arista exterior. Esto supone que una parte de la fábrica estaría trabajando a tracción. De hecho, cuando un estribo de fábrica colapsa por vuelco se forma una superficie de fractura, quedando un trozo sobre el suelo. Este hecho fue mencionado por primera vez por Gauthey a finales del siglo XVIII y la referencia aparece en su tratado de puentes publicado póstumamente en 1809; los primeros ensayos que demostraron este fenómeno fueron realizados por Mayniel en 1808.[13]

El primer desarrollo teórico que consideró la fractura de los estribos se debe a un oscuro ingeniero español de principios del siglo XIX: Joaquín Monasterio escribe poco después de 1800 una completa memoria con el título *Nueva teórica sobre el empuje de las bóvedas* (Huerta y Foce 2003). La memoria pretende principalmente desarrollar la teoría de arcos de Coulomb, pero el último capítulo dedicado a los estribos considera la posibilidad de fractura en el estudio de la estabilidad del sistema arco-estribo. En la figura 4.22 (a) se ha reproducido la lámina correspondiente de la memoria de Monasterio; en particular en la *Fig.* 21 puede verse el colapso de un puente en arco rebajado con fractura de los estribos. En la figura 4.22 (b) se ha redibujado la forma de colapso para el puente completo (añadiendo la rótula de la clave). Es evidente que al fracturarse el estribo, desprendiéndose un cierto prisma triangular de fábrica, disminuye su resistencia, de manera que la carga de colapso será menor que la calculada para estribos considerados monolíticos.

Para realizar el cálculo de colapso es preciso conocer la inclinación de la superficie de fractura. Monasterio considera que en una fábrica de sillares la

(a)



(b)

Figura 4.22

A finales del siglo XVIII y principios del XIX algunos ingenieros consideraron la posibilidad de la fractura de los estribos de fábrica al colapsar por vuelco. El ingeniero español Monasterio fue el primero en desarrollar una teoría de bóvedas que tenía en cuenta este fenómeno. (a) Lámina del manuscrito de Monasterio donde se estudia la posible fractura de los estribos de puentes de fábrica. (b) Colapso de un puente de fábrica, redibujado a partir de la *Fig.* 21 de la lámina de Monasterio.

fractura viene determinada por el aparejo. En el caso del puente considera los sillares rectangulares de ancho doble que su espesor, lo que conduce a una grieta con un inclinación de 45°. Si todos los sillares son cuadrados, la tangente del ángulo de inclinación será de 2, esto es, formará un ángulo de 63° con la horizontal. Monasterio toma este último valor en sus cálculos.

Ensayos posteriores sobre modelos de bloques realizados por Vicat en 1832 confirmaron la idea de Monasterio sobre la influencia del aparejo. Navier consideró el estribo como un continuo y supuso la fractura recta, empleando un método de máximos y mínimos análogo al empleado al calcular las cuñas de empuje de los suelos contra los muros de contención; quiso ver una confirmación de sus cálculos en los ensayos de Vicat.[14]

Dupuit en 1870 consideró la fractura y trató de relacionar su forma con la de la línea de empujes en el estribo. Estudia el caso de vuelco de un estribo monolítico, figura 4.23 (a), dibujando la línea de empujes en su interior. Si se supone una distribución lineal de tensiones, cuando la línea de empujes se sale del tercio central aparecen tracciones que marcan la formación de la fractura. En el momento de la rotura se debe verificar para cada sección que la distancia del centro de empuje a la superficie de rotura es doble de la distancia al límite exterior de la fábrica; esto es, figura 4.23 (a), que $mp = 2\ nm$. El problema es que la fractura modifica las condiciones de equilibrio; la línea de empujes y, consiguientemente la superficie de fractura, cambian de forma y la solución no es directa. En la figura 4.23 (b), Cain (1879) ha dibujado una fractura recta sin demostración, si bien el dibujo explica muy bien la forma de colapso dibujada por Monasterio (fig. 4.22, más arriba). En la segunda mitad del siglo XIX el fenómeno de la fractura de los estribos durante el colapso fue mencionado en raras ocasiones, y no se llegó a calcular la forma de la fractura.[15]

La solución al problema se ha obtenido recientemente. En 1992 Heyman mostró la forma de calcular la superficie de fractura durante el hundimiento de un muro o torre inclinados. Empleando el mismo enfoque, a sugerencia del autor, en 2001 Ochsendorf descubrió numéricamente que la fractura era plana en el caso de estribos rectangulares sometidos a la acción de un empuje concentrado en su cabeza; la demostración de la fractura plana se debe a Heyman.[16] Al ser la superficie de fractura plana para un estribo de sección rectangular, el obtener el valor límite del em-

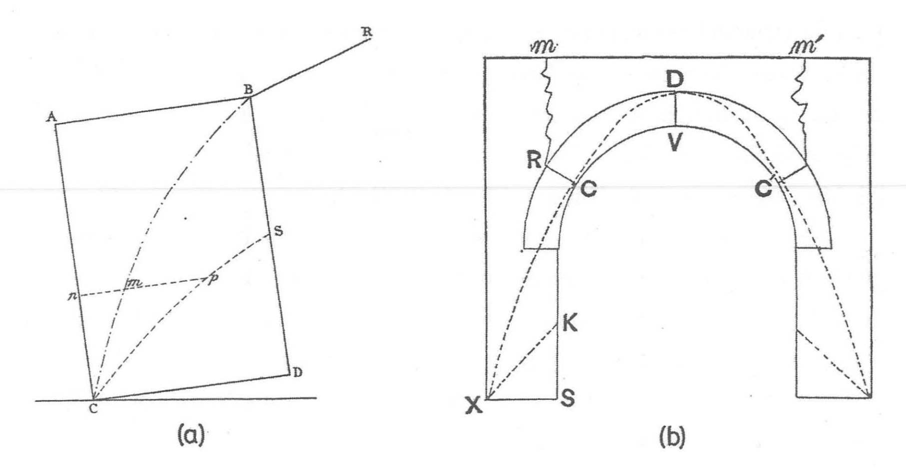


Figura 4.23
La posición del empuje define en cada sección la existencia o no de tracciones. (a) Relación entre la línea de empujes y la superficie de fractura. La rotura modifica las ecuaciones de equilibrio y el problema no es inmediato. (Dupuit 1870); (b) Línea de empujes en el colapso de una bóveda de cañón. Se ha considerado arbitrariamente una fractura plana de los estribos. (Cain 1879)

puje que produce el fallo del estribo resulta relativamente sencillo, y en el apéndice B se ha incluido la demostración de Heyman y las expresiones básicas derivadas.

La consideración de la fractura no sólo es importante a la hora de estudiar el colapso; también permite estimar con precisión la seguridad geométrica de un estribo cuando la línea de empujes se sale del tercio central, pues una fractura parcial puede reducir considerablemente el coeficiente geométrico de seguridad. En este tipo de verificaciones resulta útil emplear la expresión que da la inclinación α de la fractura plana respecto a la horizontal, figura 4.24:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_0}{3\left[H - \dfrac{1}{6} d^2 \gamma\right]}$$

donde W_o y H son las componentes vertical y horizontal del empuje en la sección en que se inicia la fractura (el empuje está en el borde del tercio central),

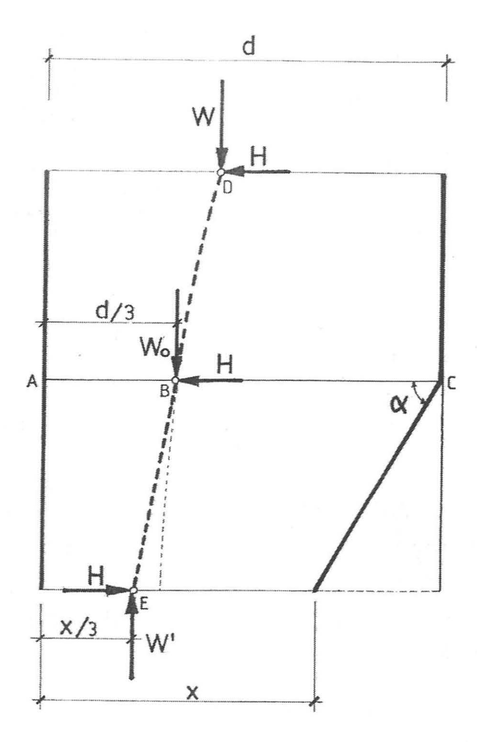


Figura 4.24
En un estribo rectangular de fábrica la línea de empujes degenera en una recta cuando se sale del tercio central debido a la formación de una superficie de fractura plana.

d es el espesor del estribo en la zona rectangular considerada y γ es el peso específico de la fábrica. Nótese que la componente horizontal *H* se mantiene constante por debajo del punto de aplicación del empuje exterior en la cabeza del estribo.

Consideremos el estribo de la figura 4.25 (a). Al dibujar la línea de empujes, se ha podido comprobar que al llegar a la sección AC el centro de empujes B se encuentra justo en el límite del tercio central, empezando a formarse una grieta en C. Si el estribo fuera monolítico y capaz de resistir tracciones en su interior, la línea seguiría la trayectoria dibujada a puntos, aumentando progresivamente su inclinación hasta alcanzar la base en el punto G. El coeficiente geométrico de se-

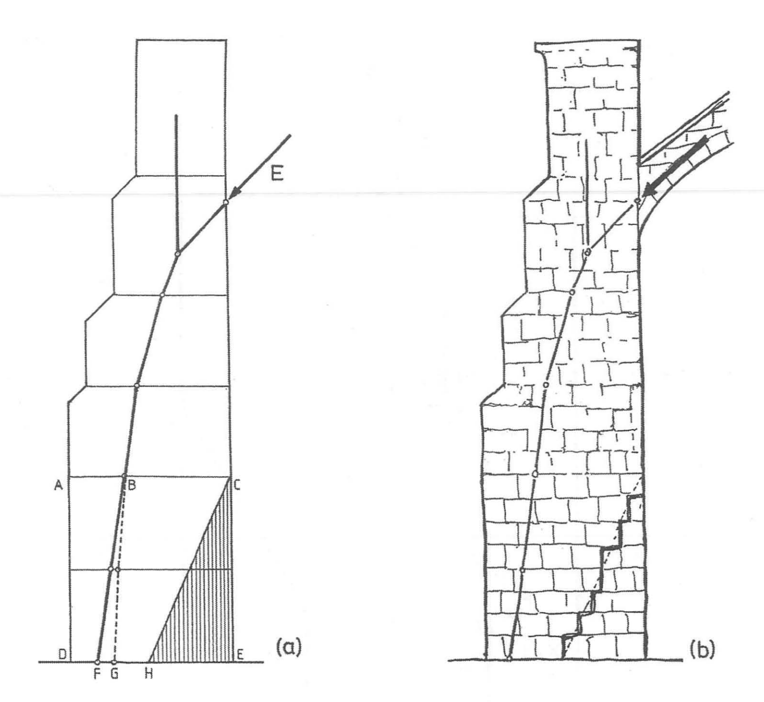


Figura 4.25
La fractura parcial de un estribo puede modificar sensiblemente su estabilidad. (a) Dibujo de la línea de empujes considerando la fractura, línea continua, o suponiendo el estribo monolítico, línea de puntos. (b) La fractura real dependerá del aparejo y estructura interna del estribo. Se ha dibujado una posible grieta compatible con el análisis anterior.

guridad correspondiente es de 2,2. Si consideramos que el material del estribo no resiste tracciones, a partir de B la línea de empujes degenera en una recta, formándose la superficie de fractura CH, cuya inclinación se obtiene a partir de la expresión anterior. El centro de empuje en la base es ahora el punto F, y el coeficiente geométrico de seguridad es de 1,4. Si el valor de 2,2 parecía escaso, el real de 1,4 es sencillamente peligroso. Por supuesto, la forma real de la fractura depende del aparejo y estructura de la fábrica, figura 4.25 (b).

La aparición de grietas en el colapso de estribos puede verificarse experimentalmente. El autor ha hecho ensayos con modelos de cartulina y tiza. Ochsendorf (2002) ha realizado ensayos de laboratorio con estribos hechos con ladrillos en

miniatura. En ambos casos los resultados coinciden bastante bien con las predicciones teóricas. Ochsendorf ha estudiado en detalle el colapso combinado de bóveda y estribos, así como el colapso de estribos previamente desplomados. Estas últimas investigaciones sobre la rotura de estribos inclinados son completamente originales. Para completar la teoría, falta un estudio completo de patologías en estribos existentes, así como el estudio de casos de hundimiento.[17]

Para evitar que el estribo se rompa basta con obligar a que el empuje esté contenido dentro del tercio central, esto es, que el coeficiente geométrico de seguridad sea mayor o igual que tres. La posibilidad de fractura es otro argumento más en apoyo del concepto geométrico de seguridad, pues permite conocer la existencia de un agrietamiento y calcular la estabilidad con precisión. El método del coeficiente de estabilidad, al no precisar la posición del empuje, puede conducir a resultados inseguros, pues el estribo podría fracturarse con la consiguiente reducción del coeficiente, sin que el analista se diera cuenta de ello.

Los antiguos constructores debían saber que este fenómeno podría producirse. Por ejemplo, cuando Fray Lorenzo de San Nicolás en 1639 expone el procedimiento para aplomar un muro inclinado empujando en su cabeza, recomienda que se realice en la base del muro una roza longitudinal que tenga de profundidad un tercio de su espesor.[18] De esta manera, el muro puede girar sin peligro alguno de que se agriete, pues si el empuje pasa por el borde de la roza, en la sección inmediatamente superior se encuentra ya en el tercio central, evitando la formación de la superficie de fractura. Si se aplomara el muro sin realizar la roza es muy probable que se produjera una fractura en el muro.

El estudio de los estribos compuestos, formados por muros reforzados con contrafuertes se considerará en la tercera parte de este libro, en el contexto de la verificación de las reglas tradicionales de proyecto de estribos.

Algunas digresiones sobre el colapso de arcos

La demostración de los teoremas fundamentales se basa en el cumplimiento de las condiciones del material (infinita resistencia a compresión, nula resistencia a tracción, imposibilidad de fallo por deslizamiento), pero también en la hipótesis de pequeñas deformaciones y en la ausencia de inestabilidad en la estructura en

su conjunto o en parte de ella. En las estructuras históricas de fábrica se cumplen, casi sin excepción, estas condiciones y gracias a ello puede aplicarse la teoría con confianza, como lo hicieron, por ejemplo, de forma implícita los ingenieros y arquitectos del siglo XIX. No obstante, en algunos casos singulares puede ocurrir que se incumpla algunas de las condiciones arriba citadas. En lo que se sigue se examinarán dos de estas situaciones: el fallo por deslizamiento y el efecto de las grandes deformaciones.

Posibilidad de fallo por deslizamiento

La posibilidad teórica de un mecanismo de colapso que incluyera el fallo por deslizamiento en algunas juntas fue considerada de forma completamente general por Coulomb en su memoria de 1773. Coulomb sólo explicó de forma sumaria su teoría, pero no suministró ejemplos de aplicación. El primer desarrollo de la teoría de Coulomb incluyendo mecanismos mixtos de colapso se debe al antes citado Joaquín Monasterio, hacia 1800. No hay espacio aquí para discutir las interesantes aportaciones de Monasterio, que se han discutido ya en otra parte,[19] pero sí resulta pertinente examinar los siete mecanismos básicos de colapso que combinan articulaciones y deslizamientos, figura 4.26. Monasterio identifica los mecanismos posibles utilizando ingeniosamente un razonamiento a base de permutaciones y considerando como requisito básico la compatibilidad del mecanismo. El estudio de Monasterio nunca fue publicado y no ejerció ninguna influencia posterior. Navier (1826) comenta dos mecanismos de colapso por deslizamiento de juntas y Petit (1835) comprobó la estabilidad por deslizamiento en la base de los estribos, pero fue Michon (1857) quien retomó el estudio de los mecanismos mixtos, si bien no alcanza el grado de generalidad de Monasterio. Saavedra (1860) traduce la obra de Michon al castellano, pero el estudio de la posibilidad de mecanismos que incluyan el fallo por deslizamiento permaneció durante todo el siglo XIX como una curiosidad teórica.

La consideración del fallo por deslizamiento reaparece en los años 1980. Parland (1982) ha desarrollado una teoría del análisis a rotura de estructuras de fábrica a partir de la mecánica clásica de los medios continuos, que considera la posibilidad del fallo por deslizamiento. Parland demuestra además unos teoremas que se corresponden con los teoremas fundamentales antes enunciados.

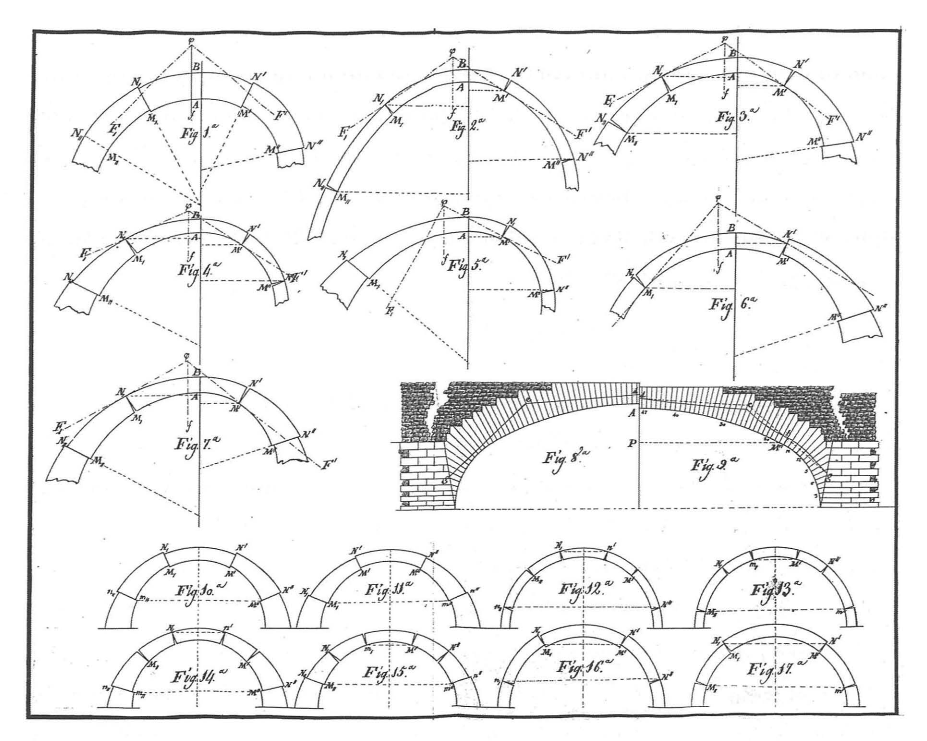


Figura 4.26
Estudio de los mecanismos de colapso posibles incluyendo la posibilidad de fallo por deslizamiento, realizado por el ingeniero español Joaquín Monasterio hacia 1800. Monasterio aplica de manera general la teoría de Coulomb. En los casos prácticos el fallo por deslizamiento es extremadamente raro y la investigación tiene un interés puramente teórico.

La teoría propuesta es una teoría lineal de la estabilidad de un sistema de sólidos rígidos en contacto seco y completo.[20] La teoría se basa en las siguientes hipótesis fundamentales:

1. La fábrica se compone de un conjunto de sólidos rígidos de resistencia infinita ($E = \infty$; $\sigma_{rot} = \infty$). Esta hipótesis lleva implícita la de impenetrabilidad del material: dos puntos materiales diferentes no pueden ocupar la misma posición en el espacio. Este principio procede de la tradicional Mecánica de los Medios Continuos.
2. Resistencia a tracción nula en las juntas.

Estas hipótesis se traducen en las siguientes condiciones de contacto en las juntas: (a) Las juntas de los sólidos rígidos presentan un indentado compatible con una superficie perfectamente lisa. Este indentado permite simular el rozamiento entre los sólidos en contacto. Cualquier deformación está contenida dentro de un cono convexo definido por el indentado. (b) El vector resultante de las solicitaciones sobre la junta esta sujeto a las siguientes limitaciones: tiene que ser menor que cero (compresión) y tiene que estar contenido dentro del cono de rozamiento. (c) Los conos de rozamiento y de deformación son polares, es decir, sus generatrices son ortogonales.

Partiendo de estas premisas y aplicando el teorema de los trabajos virtuales al equilibrio del sistema, Parland establece la condición de equilibrio estable para un arco (teorema de la seguridad en el análisis plástico tradicional): *Un arco es ciertamente estable para un sistema de cargas dado si existe al menos una línea de empujes contenida dentro de la fábrica y cuyas tangentes están dentro del cono de rozamiento en cada una de las juntas.*

Esta proposición es válida en la hipótesis del «rozamiento geométrico» conseguido mediante los indentados. En el caso en que consideremos un rozamiento real, que disipa energía, la teoría sólo se aplica para los casos extremos en los que el coeficiente de rozamiento es cero o infinito (en este último caso llegamos a los mismos resultados que Heyman).

Si el rozamiento es disipativo el teorema anterior se modifica de la siguiente manera: *Un arco es ciertamente estable si existe al menos una línea de empujes contenida por completo dentro de la fábrica cuyas tangentes en cada junta están dentro del cono de rozamiento, y si no existe ninguna línea de empujes dentro del arco que viola esta condición de rozamiento.*

La posibilidad de encontrar una línea de empujes que incumpla la condición de estabilidad al rozamiento solamente se da, según Parland, en los arcos de gran espesor. Esta posibilidad se elimina reduciendo el espesor del arco, y Parland demuestra esta afirmación mediante un ensayo sobre un arco escarzano sometido a una carga puntual, figura 4.27. En el arco de mayor espesor, figura 4.27 (a), el colapso se produce por deslizamiento puro: la dovela sobre la que se aplica la carga desciende y el lado derecho asciende, deslizando sobre la junta del arranque. De hecho, dado el espesor del arco no hay ninguna disposición de articulaciones que

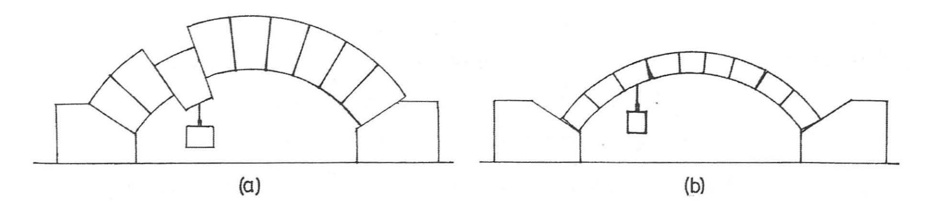


Figura 4.27
Ensayo de Parland (1982). Los dibujos están basados en las fotos publicadas del ensayo: (a) En el arco más grueso el colapso se produce por un mecanismo de deslizamiento puro; la dovela que soporta la carga desciende y la parte derecha del arco asciende, deslizando sobre la junta de arranque. (b) En el arco más delgado no se puede producir el fallo por deslizamiento; para un valor limite de la carga se formarán las articulaciones que se han dibujado.

conduzca al mecanismo usual de cuatro bielas. En el arco más delgado, figura 4.27 (b), no se produce el colapso por deslizamiento, pues antes se forman las articulaciones para el mecanismo clásico de colapso.

Parland no hace ninguna proposición sobre cuándo un arco es «ciertamente inestable», lo que correspondería al teorema de la inseguridad antes citado. Parece probable que la misma formulación sea válida, es decir, *un arco sería ciertamente inestable si podemos encontrar una configuración de colapso cinemáticamente admisible*. En efecto, la alusión a un mecanismo posible de colapso debería estar incluida en la matización al teorema de la seguridad para rozamiento disipativo. El incumplimiento de la condición de rozamiento no conducirá al colapso si no existe un mecanismo cinemáticamente admisible asociado. En efecto, una dovela no deslizará entre dos planos de junta inclinados si éstos no tienen posibilidad de separarse.

El autor pudo comprobarlo mediante una serie de ensayos sobre un arco educativo en el Museo de la Ciencia de la pequeña ciudad de Gamla Linköping, en Suecia.[21] La forma del arco puede verse en la figura 4.28 (a). En los ensayos se observó que la dovela central no podía deslizar, aunque en sus juntas se violara la condición de rozamiento, pues no existe ninguna posibilidad de que se forme un mecanismo dada la forma del arco; sobre la figura se han representado los ángulos de los empujes sobre las juntas, que verifican lo dicho. Sin embargo, cuando

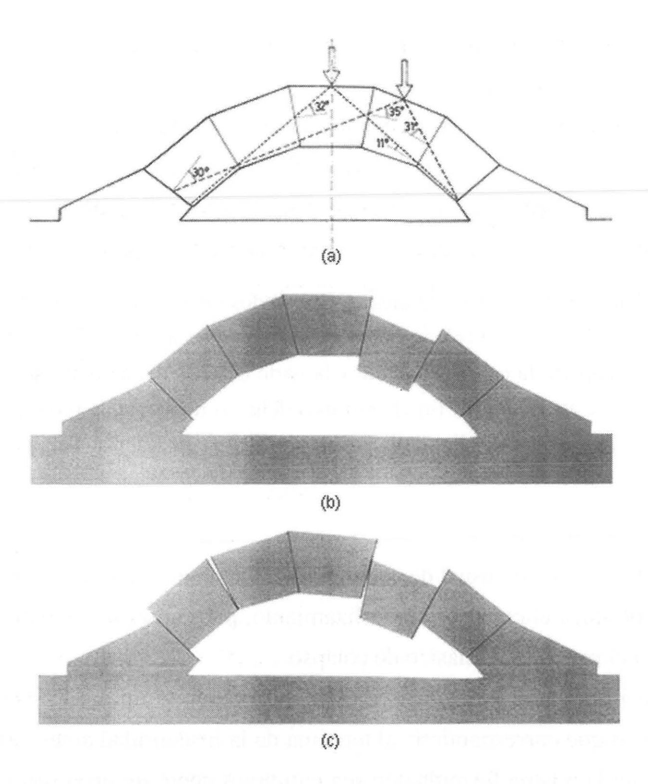


Figura 4.28
Ensayo sobre un arco educativo (Museo de la Ciencia, Gamla Linköpink). En el modelo original las dovelas son cajas huecas de madera y en las juntas se ha dispuesto papel de lija para aumentar el rozamiento. La luz del arco es de 1,20 m, aproximadamente. Una persona de pie sobre la dovela central no produce el colapso, aunque se viola la condición de rozamiento. Sin embargo, si se aplica un peso menor sobre la dovela adyacente, se produce un mecanismo de colapso por deslizamiento puro. El mecanismo cambia para grandes deformaciones. (a) Análisis de equilibrio; (b) y (c) repetición del ensayo sobre un modelo de cartulina.

se aplicaba una carga concentrada sobre la dovela adyacente, se formaba un mecanismo de colapso por deslizamiento puro, análogo al descrito por Parland, figura 4.28 (b). Finalmente, se pudo observar que la forma de colapso variaba para grandes deformaciones, figura 4.28 (c). Los mismos ensayos se repitieron después con un modelo hecho de cartulina gruesa, con idénticos resultados. En el úl-

timo estado de la figura 4.28 (c) puede verse una configuración mixta, del tipo de las descritas por Monasterio y Michon.

El estudio general de la formación de este tipo de mecanismos es de gran complejidad y, hay que insistir de nuevo, tiene un interés puramente teórico. En efecto, una buena parte de las disposiciones constructivas en los elementos en que habría riesgo de deslizamiento, están encaminadas precisamente a impedir que éste se produzca. Éste es el caso, por ejemplo, de las columnillas o arquillos bajo la cabeza de los arbotantes, o de la adición de pináculos en la cabeza de los botareles góticos.[22] Ya se ha mencionado en el capítulo anterior la variación de la inclinación de las hiladas de fábrica en los estribos de los puentes de arcos muy rebajados (véase figura 3.19 más arriba). Por otra parte, disposiciones habituales como el corte de las dovelas normal a la curva de intradós, además de simplificar la labra, previenen el fallo por deslizamiento en la práctica totalidad de los casos.

No obstante, en el caso de sismo, es posible que se produzcan deslizamientos, y en las regiones sísmicas pueden observarse ciertas disposiciones conducentes a impedir el deslizamiento entre las piedras. Tal es el empleo de grapas y espigas entre los sillares de los templos griegos. El empleo de dovelas de juntas no planas, quebradas y de otras formas, ha sido estudiado por Cejka (1978) en este contexto de impedir el fallo por deslizamiento, y también fue mencionado por Parland. En la figura 4.29 de Cejka se explica el proceso de deslizamiento y el funcionamiento de las dovelas de juntas quebradas para impedirlo.

Grandes deformaciones

Cuando los estribos de un arco ceden ligeramente, éste se agrieta según un modelo que depende de los movimientos concretos (desplazamientos y giros en el caso más general) que sufren los arranques del arco. Si estos movimientos son pequeños, aunque el arco se agrieta, y estas grietas pueden variar con nuevos pequeños cambios de las condiciones de contorno, mantiene su forma general, y podemos trabajar con la geometría del arco original: las ecuaciones de equilibrio escritas antes y después de la deformación son idénticas.

Como se ha visto al tratar los estribos, no es infrecuente que los desplazamientos de los arranques en bóvedas de edificios, apoyadas sobre esbeltos estri-

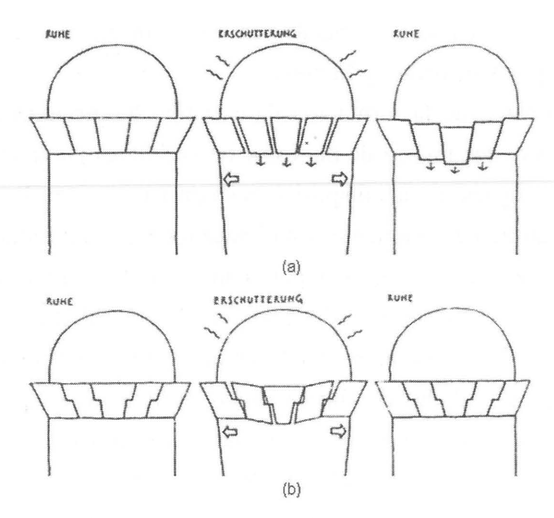


Figura 4.29
Efecto de un sismo sobre un arco adintelado. (a) Durante el sismo se puede producir una descarga parcial del arco que puede posibilitar deslizamientos. (b) El empleo de dovelas con juntas quebradas permite que el arco mantenga su forma durante el sismo. (Cejka 1978)

bos, sean suficientemente grandes como para originar una deformación de la bóveda que resulta apreciable a simple vista (véase la figura 4.21 más arriba). Ahora no se puede aplicar la hipótesis de pequeñas deformaciones y es preciso trabajar con la geometría real. El arco o bóveda adquiere, de hecho, una nueva forma y es este nuevo arco el que debe estudiarse. El estudio de la estabilidad de arcos con grandes deformaciones ha sido realizado, al parecer, por primera vez por Heyman en 1969.[23] En general, si el movimiento es de apertura el arco se hace más rebajado y, consiguientemente, aumenta su estabilidad. El peligro está en una progresión continua de las deformaciones que conduzcan al hundimiento del arco por dislocación hacia abajo.

El movimiento básico de apertura se ha representado en la figura 4.30, en la que se han dibujado un arco de medio punto y otro apuntado. La posición de las grietas que dan lugar a las articulaciones viene determinada por la línea de empuje mínimo. Estas grietas aparecen, como se ha dicho, para un pequeño movimiento de los apoyos, muchas veces inapreciable a simple vista. A medida que la aper-

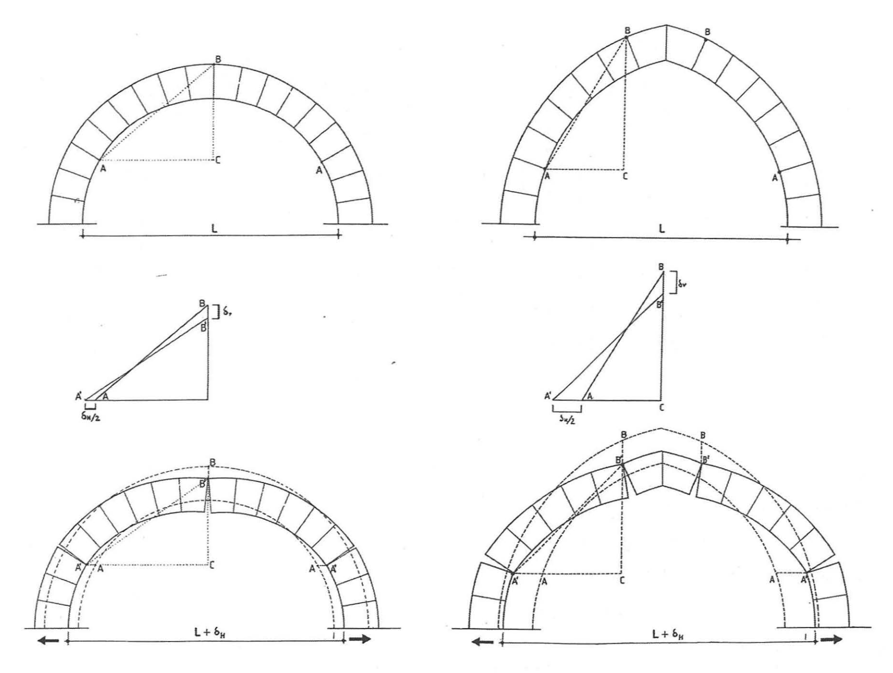


Figura 4.30
Relación entre movimientos horizontales en los apoyos y verticales de descenso de la clave. Las grietas determinan la forma del movimiento de un grado de libertad, de manera que pueden relacionarse ambos parámetros por una sola ecuación cuadrática. Nótese que el arco apuntado admite deformaciones mucho mayores. (Huerta y López 1996b)

tura aumenta, el segmento que une las articulaciones, que no varía de longitud, se va inclinando progresivamente y la distorsión del arco se hace evidente. Si el movimiento es simétrico, el movimiento se puede comparar con el de un «palo» inclinado apoyado sobre el suelo y la pared. Puede verse que, dado que el palo no varía de longitud, los movimientos horizontales y verticales están relacionados. Si se conoce, por ejemplo, la apertura a la altura de los apoyos se puede deducir el descenso de la clave, y el ángulo y apertura de la grieta de la clave. En la figura se aprecia también que el arco apuntado admite deformaciones mucho mayores que el de medio punto. Esto se debe en parte a la mayor inclinación del segmento que une las articulaciones, pero sobre todo a su mayor longitud para una misma luz. Por otra parte, tras la deformación el arco «apuntado» sigue siendo apuntado dado

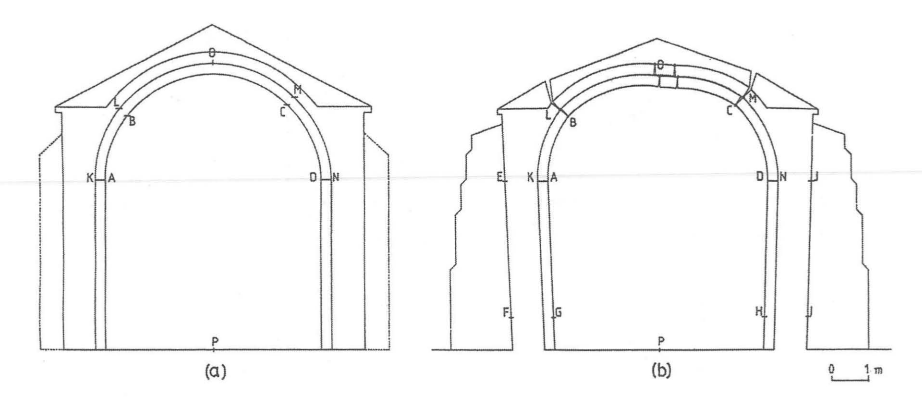


Figura 4.31
Bóveda de cañón con grandes deformaciones en Guimarei, Lugo. El cedimiento de los estribos ha conducido al agrietamiento de la bóveda que se ha adaptado al movimiento. En este caso los estribos originales eran insuficientes y se añadieron los grandes estribos actuales. (Huerta y López 1997)

que el quiebro en la clave no desaparece, mientras que el arco de medio punto se convierte en un arco rebajado carpanel. Es probable que ambos factores fueran determinantes a la hora de elegir el perfil apuntado en muchas bóvedas de cañón románicas.[24]

El principal motivo de la deformación de los arcos o bóvedas es el cedimiento del sistema de contrarresto. En la figura 4.31 (a) puede verse una bóveda de cañón sobre estribos insuficientes, justo después de descimbrar. Los movimientos y grandes deformaciones subsiguientes obligaron a apear de nuevo la bóveda y dotarla de nuevos estribos, esta vez de gran tamaño, figura 4.31 (b). Los dibujos corresponden a un caso real (Huerta y López 1996, 1997), y el carácter asimétrico de los movimientos reales, distintos en cada estribo, se traduce en la ligera asimetría en el modelo de agrietamiento de la bóveda. De nuevo hay que insistir en que la deformación (que no se ha ampliado en el dibujo) no puede explicarse por deformaciones elásticas, sino que se ha producido por los giros producidos en las articulaciones.

En la figura 4.32 se ha realizado un estudio de estabilidad de la bóveda deformada, considerando, para simplificar, que la deformación es perfectamente simé-

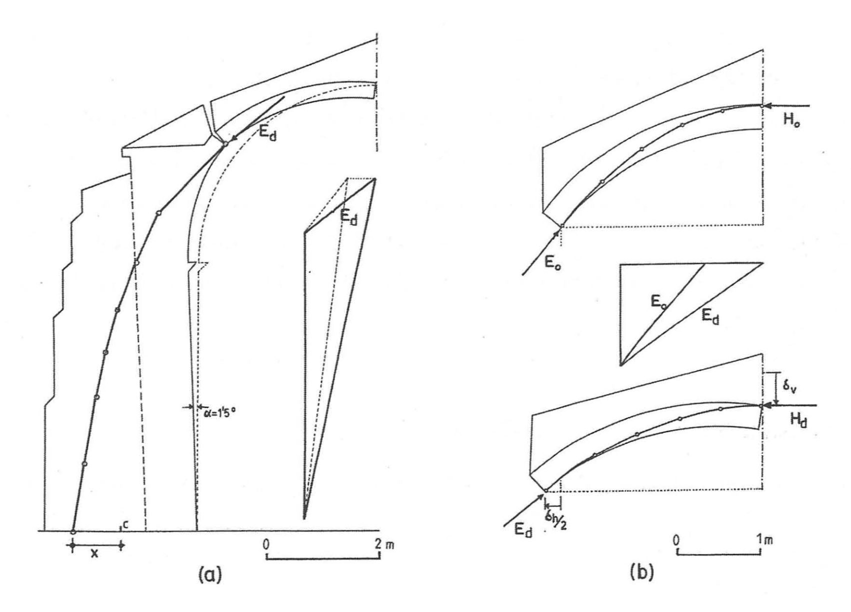


Figura 4.32
Análisis de estabilidad de la bóveda deformada de la figura 4.31. El desplome de los estribos conduce a un incremento muy notable del empuje de la bóveda. Los estribos deben estar proyectados para impedir este tipo de movimientos.

trica. Se ha comparado el empuje de la bóveda original, de medio punto, con el empuje de la bóveda real. En este caso, dado que las grietas determinan el paso de la línea de empujes, éstos pueden calcularse con gran precisión. La conclusión, que se aprecia con claridad en los polígonos de fuerzas dibujados, es que el empuje ha crecido un 70%. Tiene interés ver que el desplome no sólo afecta la forma de la bóveda, sino que, sobre todo, influye en la seguridad del estribo. Las grandes deformaciones de bóvedas de medio punto pueden conducir a situaciones críticas. De nuevo en este aspecto el perfil apuntado presenta ventajas, pues el crecimiento del empuje es mucho menor.

El estudio preciso del movimiento implica conocer los desplazamientos y giros del estribo. Suponiendo que el estribo sólo gira respecto a su borde interior, puede calcularse para cada inclinación del estribo un valor del coeficiente geométrico de seguridad en la base. De esta manera, se puede calcular la inclinación

límite del estribo, que se produce antes de alcanzar la apertura límite del arco para la que se produce el fallo por dislocación hacia abajo.

La enorme influencia que pueden tener los movimientos de los estribos en la seguridad del sistema bóveda-estribo refuerza las ideas sobre la seguridad geométrica antes expuestas. Los elevados coeficientes geométricos de seguridad que se encuentran en las antiguas construcciones tratan de impedir este tipo de fenómenos, centrando lo más posible el empuje sobre la base de la cimentación.

Conclusión: El enfoque del equilibrio

En la mayoría de los casos las estructuras de fábrica presentan una forma definida, estable (aunque pueda diferir notablemente en ocasiones de la primitiva), y las disposiciones constructivas impiden los fallos por deslizamiento. Las dimensiones de los elementos evitan problemas de inestabilidad local. Además, las tensiones de compresión son bajas no habiendo peligro de fallo por aplastamiento. En esta situación, que cubre la gran mayoría de los casos, son de aplicación los Teoremas Fundamentales del Análisis Límite que prestan el marco teórico más adecuado para el estudio de las estructuras de fábrica.

El principal corolario del Teorema de la Seguridad es que conduce a lo que el profesor Heyman ha llamado el «enfoque del equilibrio». En efecto, como se ha dicho, la potencia del teorema radica en que para demostrar que una estructura es segura basta con encontrar una distribución de esfuerzos internos en equilibrio con las cargas que no viole la condición de cedencia o límite del material, en el caso de la fábrica que los esfuerzos sean de compresión.

En un principio este teorema se interpretó en el contexto de los análisis encaminados a hallar la carga de colapso de pórticos de acero. Así, si para un cierto valor de la carga se verificaba el teorema de la seguridad, una manera de encontrar la carga de colapso era buscar el valor máximo de la carga que cumpliera la condición de cedencia en toda la estructura. En consecuencia, en la primera publicación de los resultados de los ensayos plásticos sobre pórticos del equipo de Cambridge (Baker, Horne y Heyman 1965), se considera al teorema de la seguridad como un «teorema de máximo».

El teorema puede ser aplicado de otra manera: puede ser empleado para proyectar estructuras en base a estados posibles de equilibrio seguros, elegidos adecuadamente. Así, el proyectista puede trabajar empleando únicamente las ecuaciones de equilibrio, sin necesidad de hacer afirmaciones de compatibilidad; la estructura se dimensionará, después, para que cumpla las ecuaciones del material, esto es, la condición de cedencia.

El enfoque del equilibrio sirve también para analizar la seguridad de una estructura existente: basta con encontrar una situación posible de equilibrio que cumpla la condición de cedencia. Un vistazo retrospectivo a la forma de proyectar de los grandes arquitectos e ingenieros demuestra que éste fue el método que emplearon, y este enfoque es explícito en la forma de trabajo de Gaudí, Maillart, Nervi o Candela. De hecho es la posibilidad de aplicar el enfoque del equilibrio la que explica el éxito tenido al proyectar y construir las grandes estructuras de los siglos XIX y primera mitad del XX, antes de la llegada de los ordenadores.

Resulta interesante que este hecho crucial pasase desapercibido a los mismos autores de la teoría plástica o análisis límite, aparentemente obsesionados con la obtención de la carga de colapso. Así, no hay mención alguna de esta consecuencia fundamental en el trabajo pionero de Gvozdev en 1936, o en la gran publicación del equipo de Cambridge *The Steel Skeleton* (1954–1956) que recogía de forma minuciosa todo el trabajo realizado en los decenios de 1940 y 1950. Tampoco hay ninguna alusión en los libros sobre análisis plástico publicados por algunos de los más notables miembros del equipo como Neal (1959) o Horne (1971).

Ha sido Heyman quien por primera vez extrajo todas las consecuencias del teorema del seguridad y, en particular, el corolario del enfoque del equilibrio. Curiosamente, la primera mención aparece no en el contexto del análisis de pórticos de acero sino en el estudio de una armadura de madera: la armadura de palomillas de la abadía de Westminster. En su análisis Heyman (1967c) aplica explícitamente el enfoque del equilibrio y en las conclusiones afirma: «La teoría plástica predice con exactitud la carga de colapso de una estructura porticada de acero, pero esto no debería enmascarar el hecho de que es, en realidad, una forma de deducir una distribución razonable y segura de esfuerzos en una estructura, en estado de *servicio* . . . En realidad, la tarea del proyectista consiste en construir

estados de equilibrio razonables en los que poder basar el cálculo». Además, la teoría que puede aplicarse a cualquier estructura construida con material dúctil, «es la herramienta fundamental para estructuras realizadas con materiales que no son frágiles, siempre que la inestabilidad local o general sea improbable, y que las deformaciones no sean importantes». Las mismas ideas aparecen en el capítulo final del libro de Baker y Heyman de 1969, «Fundamentos y objetivos del cálculo plástico», que sin duda fue escrito por Heyman y en el que, además de insistir sobre las ideas anteriores, afirma categóricamente: «Quizá la aportación más importante de la teoría plástica es que conduce a un concepto del proyecto [de estructuras] basado exclusivamente en las consideraciones de equilibrio, despreciando aquellas que se refieren a la compatibilidad y la deformación». Heyman ha insistido en la importancia del teorema de la seguridad y su principal corolario, el enfoque del equilibrio, en todas sus contribuciones posteriores, llegando a decir que el teorema de la seguridad es «la roca sobre la que se cimenta hoy día toda la teoría del cálculo de estructuras» (Heyman 2001a).

El teorema de la seguridad fue enunciado ya, sin demostración, a finales del siglo XVII. Gregory (1697) en una memoria sobre las propiedades matemáticas de la catenaria (que no logra enunciar correctamente) repite la afirmación de Hooke sobre la analogía entre cables y arcos, «la verdadera forma de un arco o fornix no es otra que la catenaria [invertida]», añadiendo, «*y cuando un arco de cualquier otra forma se sostiene es porque hay alguna catenaria contenida en su espesor*». Todos los análisis de arcos y bóvedas empleando líneas de empujes realizados en la segunda mitad del siglo XIX, en particular los cálculos gráficos, aceptan implícitamente esta afirmación, que, como hemos visto, no es más que el enunciado del teorema de la seguridad particularizado para arcos de fábrica. Jenkin (1876) repite de nuevo el mismo enunciado y a principios del siglo XX, la idea de la existencia de un principio o teorema de este tipo parece estar en el aire.[25]

El ámbito de las estructuras de fábrica, en el que la estabilidad fruto del equilibrio es el requisito fundamental, ofrece sin duda las mejores condiciones para asimilar las consecuencias del teorema de la seguridad. De ahí el precoz enunciado de Gregory y quizá no sea casualidad que el enunciado general del enfoque del equilibrio por Heyman fuera precedido por su trabajo sobre el análisis límite de las estructuras de fábrica.

En este capítulo se ha visto la aplicación del enfoque del equilibrio a la hora de analizar la estabilidad de arcos y estribos simples. El enfoque se puede aplicar a cualquier estructura de fábrica por compleja que sea, dividiéndola en un conjunto de bloques en equilibrio entre sí según un sistema de empujes y contra-empujes. No se trata de encontrar el estado real, sino un estado de equilibrio a compresión dentro de la fábrica, entre los infinitos posibles. El manejo exclusivo de las ecuaciones de equilibrio permite concentrarse en la esencia del problema, el conseguir una estabilidad suficiente. Las técnicas de análisis de bóvedas y sistemas de contrarresto complejos (cúpulas, bóvedas de crucería, estribos compuestos, etc.) se estudiarán en la parte tercera, en el contexto de la verificación de las reglas tradicionales de proyecto.

Segunda parte

El cálculo tradicional

5
La Edad Media

Antecedentes: la Antigüedad y Bizancio

Este trabajo se ocupa del proyecto tradicional de las estructuras abovedadas de fábrica, en concreto de la teoría empleada por los antiguos constructores a la hora de calcular las dimensiones de la estructura de sus edificios. Se trata de una disciplina muy antigua. Las grandes construcciones de la antigüedad no fueron obra de aficionados sino de profesionales expertos: de maestros constructores. Queremos saber cómo era esa teoría, cómo se decidían las dimensiones de los elementos principales: la forma y espesor de las bóvedas, el tamaño de los estribos.

En un principio no parece que hubiera habido una separación consciente entre lo que es estructura y lo que no. Las primeras reglas de proyecto que han llegado hasta nosotros establecen con todo detalle las dimensiones de un templo, pero la enumeración no distingue entre unas partes y otras. Tampoco hay mención del tipo de techumbre. Resulta curioso que este primer tratado, o la parte que ha llegado hasta nosotros, esté en la Biblia, concretamente en el Libro de Ezequiel (ca. 597 a. C.). Frankl (1960), primero, y luego Heyman (1992) han llamado la atención sobre esta importante fuente documental. Resumiremos en lo que sigue su interpretación. El texto de la Biblia está incorporado dentro de un sueño del profeta: «Y entonces vi a un hombre . . . que sostenía un cordel de hilo y una pér-

tiga de medir . . . La longitud de la pértiga era de seis codos, teniendo en cuenta el codo largo que tenía la extensión de un codo y una mano.» Lo que el hombre sostiene es «la gran medida», posiblemente subdividida en palmos, que permitía trasladar al levantamiento las medidas registradas en el tratado. Pero, citando a Heyman, «la característica fundamental de la gran medida consistía en que era parte del edificio. No era un 'patrón' absoluto; si al principio se establecía con un tamaño menor, daba lugar a un edificio más pequeño con la misma planta.» En efecto, esto es también lo que deduce Frankl en su exégesis sobre la *ordinatio* de Vitruvio. En la época medieval hay razones para pensar que se empleaba también la «gran medida», tanto por la interpretación de determinados textos como por algunos dibujos, figura 5.1.



Figura 5.1
Las Virtudes replantean un Templo. La pértiga que emplean puede interpretarse como la «gran medida». Ilustración de un manuscrito de la *Psychomachia* de Prudencio, siglo X. (Hecht 1979)

Desde el punto de vista del proyecto de estructuras esto se podría extrapolar a una ley de semejanza geométrica: si un edificio con unas determinadas proporciones es seguro, otro edificio semejante aunque de distinto tamaño también lo

será. La misma ley está detrás del empleo de modelos a escala, documentada al menos desde la antigüedad romana (Will 1985). La comparación de las medidas de determinadas construcciones de la época romana parece confirmar esta hipótesis. Así, Rasch (1985) ha deducido del estudio de las dimensiones de templos circulares cubiertos por cúpulas de hormigón que el espesor del tambor, que sirve de estribo a la cúpula, debe ser 1/7 de la luz interior; el óculo, cuando existe, tiene de diámetro 1/5 de la luz (el Panteón de Roma, por ejemplo, tiene estas proporciones).

Sin embargo, en ninguno de los tratados de la antigüedad que han llegado hasta nosotros hay mención explícita a reglas de este tipo. Vitruvio es particularmente exasperante para el estudioso de la construcción abovedada: no hay en su tratado cita alguna, no ya a reglas estructurales, ni siquiera a las bóvedas que él, casi con seguridad, vio erigir ante sus ojos mientras escribía su tratado. Vitruvio desconoce la técnica de la construcción de bóvedas de hormigón que surge de forma explosiva al comienzo del Imperio. Probablemente, tampoco en ninguno de los tratados de arquitectura griegos que cita, habría la menor mención a la construcción de arcos o bóvedas. Para los griegos, como para los egipcios, su empleo se limitaba a construcciones secundarias.

En la época Helenística sí se escriben tratados sobre bóvedas. En particular, Herón de Alejandría (ca. 60 d. C.), cuenta entre sus numerosos tratados técnicos (mecánica, estereometría, neumática, artillería, etc.) un tratado específico de bóvedas que, por desgracia, se ha perdido.[1] Resulta lógico que la información sobre construcción abovedada que se acumuló durante la época del Imperio romano fuera codificada por alguno de los ingenieros que participaron. Además, sí han llegado hasta nosotros otros tratados de ingeniería de la misma época de temas tan complicados como el proyecto de catapultas. En todos los casos el enfoque es puramente técnico: se trata de suministrar reglas prácticas de proyecto. Así, en el proyecto de una catapulta todos sus elementos se expresan en función de una medida o módulo base: el diámetro del trenzado de tendones que sujeta los brazos de la catapulta. Este módulo d se obtiene en función del peso del proyectil m que se pretende lanzar; la fórmula es: $d = (11/10)\sqrt[3]{100m}$ (Dorn 1970, 7). Resulta sorprendente el empleo de la raíz cúbica; sin duda se trata de un ajuste a una serie de valores empíricos en un problema que no es en absoluto proporcional.

En Bizancio, con el renacer de la construcción abovedada también aparecen algunos tratados técnicos. Sabemos que los arquitectos bizantinos para alcanzar el grado máximo de «mecánicos» debían dominar no sólo la práctica de la construcción sino también la ciencia de la mecánica y el equilibrio enunciada unos siglos antes por Arquímedes (Downey 1946; Warren 1976). No es casualidad que Antemio de Tralles, uno de los arquitectos de Santa Sofía, escribiera un comentario sobre el *Tratado de bóvedas* de Herón; comentario, que también se ha perdido.[2]

Los conocimientos de estática de los mecánicos bizantinos han hecho pensar a algunos autores que hubieran podido realizar cálculos semejantes a los nuestros (Hertwig 1934). No hay la menor evidencia de que esto fuera así. Probablemente el tratado de Herón contuviera reglas empíricas de proyecto del mismo tipo que las deducidas por Rasch. Otros autores, como Petronotis (1983) han buscado este tipo de reglas de proporción estudiando algunos edificios bizantinos. En nuestra opinión resulta demasiado fácil encontrar en una planta la proporción que se busca de antemano, ya sea determinada regla geométrica, el número de oro o la espiral de Arquímedes. Los numerosos estudios geométricos de proporción del romanticismo del pasado siglo lo demuestran. Así, nos hemos impuesto la condición de no citar ninguna regla como cierta que no aparezca en algún documento original.

La geometría en el gótico

La caída del Imperio Romano produjo un retroceso evidente en la técnica de la construcción en Europa, que se manifiesta no sólo en la menor importancia de las obras sino en su mayor imperfección geométrica. En efecto, las reglas de geometría práctica aplicadas por romanos y bizantinos (procedentes de la geometría griega) se perdieron, y muchos edificios románicos muestran la impericia de sus constructores en el levantamiento, nivelación y, en general, en el control de la forma de sus obras.

La aparición del gótico va de la mano de un mayor dominio de la geometría. Algunos autores han querido ver algo más que una coincidencia en la fecha de la primera traducción de Euclides en Europa (ca. 1120) por Adelardo de Bath y la

del nacimiento del gótico en Saint Denis (1135-1144).[3] Si esto último puede ser discutible, de lo que no hay ninguna duda es de la importancia capital que los maestros góticos atribuían a la geometría y del respeto y veneración que sentían por Euclides. En palabras de un maestro cantero inglés de hacia 1400: «No te extrañes si te digo que toda ciencia vive entera de la ciencia de la geometría. Porque no hay ni artificio ni herramienta que esté hecho por la mano del hombre sino que [todos] están hechos por geometría. . . . Porque si un hombre trabaja con sus manos trabaja con algún tipo de herramienta y no hay ningún instrumento material en este mundo que no provenga de algún tipo de tierra y a la tierra volverá otra vez. Y no hay ningún instrumento, esto es, una herramienta para trabajar que no tenga alguna proporción más o menos. Y la proporción es medida, [y] la herramienta o instrumento es tierra. Y la geometría, se dice, es la medida de la tierra, por tanto puedo afirmar que todos los hombres viven por geometría.»[4]

La argumentación contiene un cierto número de incoherencias lógicas, pero refleja de manera inequívoca el sentimiento de los canteros medievales hacia la geometría. Los procedimientos geométricos están presentes en muchos de los métodos de traza góticos, desde las trazas generales, pasando por la decoración y la escultura, hasta llegar al menor de los problemas técnicos, por ejemplo, el diseño de las plantillas para el corte de las piedras. No obstante, como se verá, los maestros góticos también empleaban reglas aritméticas. En los aspectos formales y compositivos la traza geométrica es evidente, y desde el siglo XIX se han escrito numerosos estudios sobre el tema. Sin embargo, la enorme riqueza de los procedimientos geométricos góticos aplicados a aspectos técnicos como el replanteo, la construcción y el proyecto estructural, es un descubrimiento relativamente reciente. En 1949, Straub afirmaba en su libro sobre historia de la ingeniería de la construcción: «[en la época gótica] . . . la experiencia profesional estaba contenida y se transmitía de maestro a maestro en procedimientos y reglas aritméticas y geométricas de construcción, pero no hay duda de que éstos se referían principalmente a aspectos formales y compositivos, y no tenían nada que ver con la ciencia de la construcción propiamente dicha.»

Esta idea de que la geometría era empleada por los constructores góticos únicamente con fines decorativos o artísticos, tratando de buscar un ideal de belleza basado en un conocimiento esotérico y misterioso, tiene su origen en los tratados

románticos de final de siglo sobre la arquitectura gótica. Los estudios de Frankl (1945), Ackerman (1949), Shelby (1977) y, sobre todo, de Müller (1990), han puesto de manifiesto que los constructores góticos empleaban también la geometría aplicándola a casos prácticos de replanteo, construcción y proyecto estructural.

Hasta nosotros han llegado contados manuscritos de la época gótica que contengan información sobre aspectos arquitectónicos. La mayor parte corresponden al gótico tardío. El único manuscrito que ha sobrevivido de la época del gótico clásico es el de Villard de Honnecourt, alrededor de 1235. La lista se hace aún más corta si nos referimos a aquéllos que contienen dibujos, comentarios o reglas estructurales específicamente relacionados con la traza o proyecto de los elementos fundamentales de la estructura: las bóvedas y el sistema de contrarresto. En lo que sigue estudiaremos, desde este punto de vista, las siguientes fuentes:

– el álbum de Villard de Honnecourt
– las reglas geométricas góticas incluidas en fuentes renacentistas y barrocas
– los tratados de arquitectura del gótico tardío alemán
– los informes periciales y reuniones de expertos: la catedral de Gerona
– la traza de puentes medievales: el manuscrito de Zaragoza

Villard de Honnecourt

El álbum de Villard de Honnecourt es la fuente más antigua que se conserva sobre la construcción gótica.[5] El álbum es bien conocido para cualquier aficionado a la historia de la arquitectura o del arte. Son famosos, por ejemplo, los dibujos de rostros y figuras humanas y de animales, con los trazados geométricos auxiliares superpuestos.

Desde el punto de vista de la técnica, el álbum se ocupa de una enorme variedad de temas. Algunos de ellos son específicamente constructivos, así, en la página del manuscrito reproducida en la figura 5.2 se tratan problemas de estereotomía (cómo labrar la clave de un arco apuntado, cómo trazar las plantillas para la labra de las dovelas), de levantamiento (cómo medir la altura de una torre), de replanteo (cómo establecer la altura de un pilar en una arcada a partir de otro ya construido), de proyecto (qué proporción se ha de dar a la aguja de una torre) y, finalmente, un alarde constructivo medieval (cómo hacer un capitel colgante, que no apoya en nin-

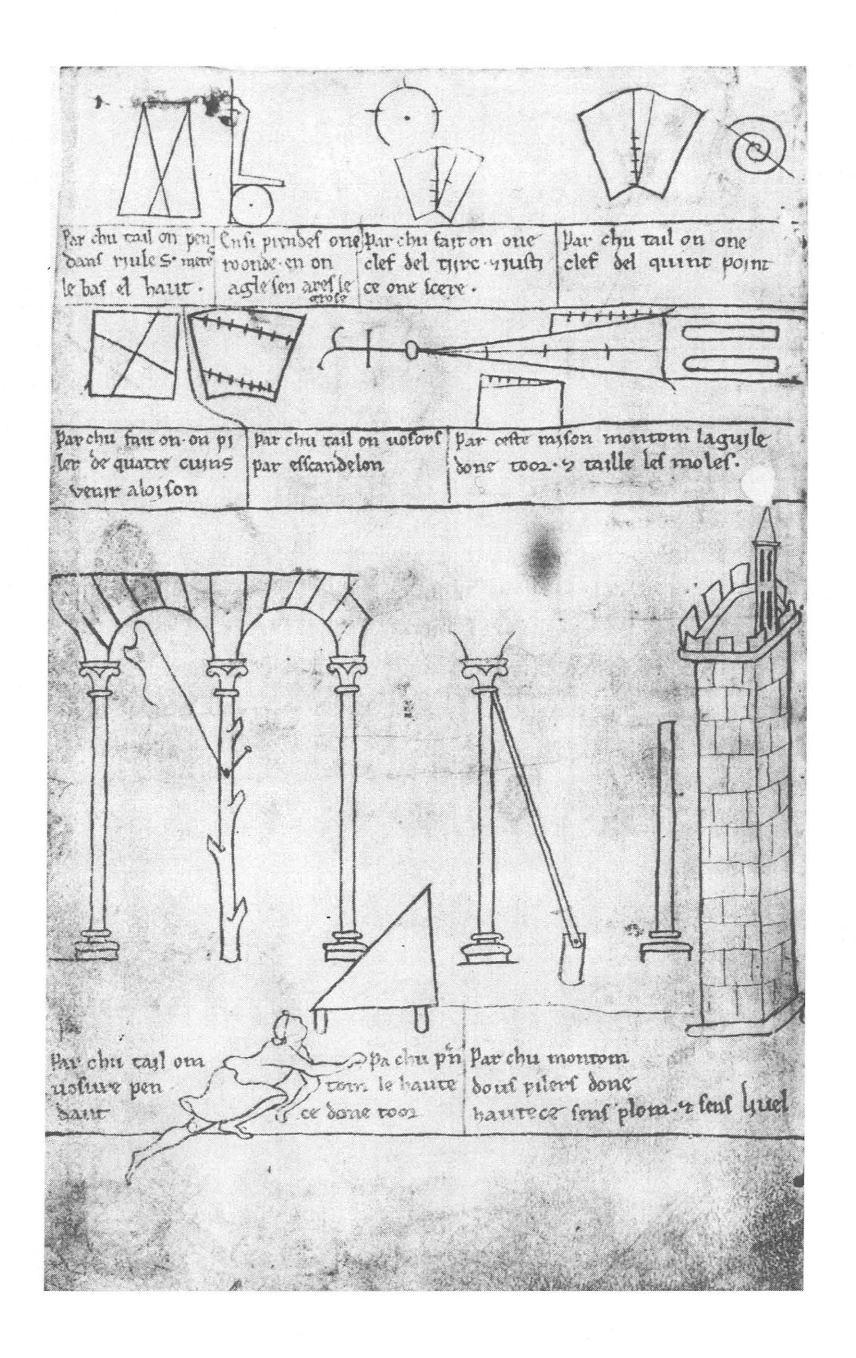


Figura 5.2

Página del álbum de Villard de Honnecourt en la que se tratan problemas de estereotomía, levantamiento, replanteo y proyecto. (Hahnloser 1972)

guna columna; en realidad, el capitel forma parte de la clave del arco adintelado entre las dos columnas de los extremos; el pilar central de madera sirve de apeo provisional y para el replanteo de las juntas de las dovelas).

También aparecen en el Álbum plantas, alzados y secciones de iglesias. No hay mención alguna a reglas concretas de proyecto estructural. Sin embargo, hay un dibujo de un elemento estructural aislado, una de las esencias del gótico: el arbotante. Villard dibuja los arbotantes de la catedral de Reims y el dibujo es interesante porque presenta una grave incorrección estructural: los arbotantes están dibujados a la altura del arranque de las bóvedas, cuando deben estar situados entre 1/3 y 1/2 de la altura de la bóveda. En la figura 5.3, tomada de Hahnloser (1972), se compara el dibujo de Villard con la sección real de la catedral y puede apreciarse este hecho con claridad. Ningún maestro gótico hubiera cometido este error; cuando Villard hizo el dibujo debía ser todavía un oficial inexperto o bien, y esta hipótesis se ha barajado últimamente, Villard era simplemente un estudioso aficionado a la arquitectura.[6]

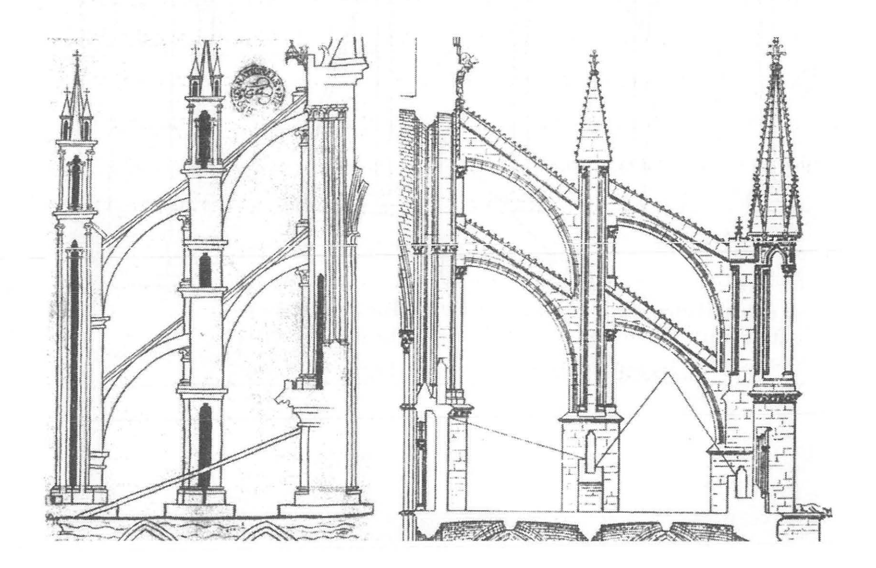


Figura 5.3
Arbotantes de la catedral de Reims: (a) dibujo de Villard; (b) estado actual. (Hahnloser 1972) Nótese que en el dibujo de Villard el arbotante está al mismo nivel del arranque de las bóvedas de la nave, posición incorrecta que no coincide con el estado actual.

Reglas geométricas góticas en fuentes renacentistas y barrocas

Resulta decepcionante que en la única fuente original de la mejor época del gótico no aparezca ninguna indicación sobre cómo los maestros medievales proyectaron sus asombrosas estructuras. En particular, llama la atención el hecho de que entre los numerosos diseños del tratado de Villard no aparezca ningún dibujo sobre la construcción de una bóveda de crucería gótica. Con frecuencia se ha aludido al secreto al que estaban obligados los canteros medievales, según las ordenanzas de las logias que han llegado hasta nosotros. No sabemos cuál era este secreto cuya divulgación podía incluso conducir a la muerte del cantero desleal, y el tema ha dado lugar a todo tipo de especulaciones.[7] Desde luego, resulta evidente que ningún gremio o corporación que posee un conocimiento valioso está dispuesto a divulgarlo: el secreto, antes de las patentes, era la única forma de evitar el intrusismo y el plagio.

Cualquier construcción con un cierto grado de complejidad evidencia la existencia de una teoría, y esto se aplica particularmente al gótico. Debían existir reglas y preceptos que recogieran la experiencia acumulada. De hecho, han llegado hasta nosotros reglas estructurales del gótico tardío alemán y español, que se refieren al problema central de toda la construcción de fábrica: resistir el empuje de las bóvedas colocando adecuados contrarrestos. Por supuesto, si hay algo que no había interés en divulgar, algo que debía permanecer en secreto, serían estas reglas. Quizá por ello no aparecen en ningún dibujo o manuscrito hasta el gótico tardío, cuando el cambio cultural y, finalmente, la aparición de la imprenta hizo imposible seguir manteniendo el secreto. Así, algunas reglas para el cálculo de estribos que aparecen en tratados del Renacimiento e incluso de la época barroca tienen un origen incuestionablemente gótico: las proporciones de estribos obtenidas de su aplicación son góticas y serían insuficientes para las bóvedas de cañón típicas del Renacimiento y barroco.

A continuación estudiaremos dos reglas geométricas góticas para establecer los estribos de las bóvedas de crucería. La primera es bien conocida y ha sido citada y comentada en varias ocasiones a lo largo de los últimos cuatro siglos. La segunda, citada sólo en dos fuentes, ha pasado completamente desapercibida. Las llamaremos regla n°1 y regla n°2.

Regla geométrica n° 1

La regla geométrica n° 1 aparece en distintos tratados y manuscritos de cantería de los siglos XVI y XVII, coincidiendo precisamente con el inicio de la difusión de los conocimientos de los gremios y logias medievales de canteros. Fue impresa en el tratado de cantería de Derand de 1643. Müller (1990) descubrió que también se citaba en el perdido tratado de cantería de Baccojani de 1546. Bajo una construcción geométrica distinta vuelve a aparecer en el manuscrito de Martínez de Aranda de hacia 1590.[8] Tras su publicación por Derand aparece en numerosos tratados de cantería y arquitectura, si bien se interpreta como aplicada a arcos y no a estribos de bóvedas. Es en este sentido más restringido como se difunde; Blondel la incluye en su *Traité d'architecture* de 1675 (en algunos libros de historia se la cita como la «regla de Blondel»; véase el capítulo 8). Durante los siglos XVIII y XIX aparece con este sentido restringido en numerosos tratados de arquitectura e ingeniería de toda Europa occidental. Estudiaremos a continuación la regla tal y como aparece en Derand, que menciona explícitamente su origen gótico, para ver después su formulación por Baccojani y Martínez de Aranda.

DERAND: La regla se cita en el capítulo VI de la primera parte, en un apartado titulado «Traza del empuje de las bóvedas, en el que se ve qué espesores deben tener los muros y arbotantes que las soportan», figura 5.4.

En primer lugar explica la construcción con referencia al arco de medio punto (P): «Sea la bóveda de medio punto ABCD . . . divídase en tres partes iguales por los puntos B y C, y por uno de los tercios, por ejemplo CD, trácese la línea recta CDF, y tomando el mismo punto D como centro, y abriendo el compás como la cuerda CD, trácese por debajo el Arco EF. Y por el punto F, donde el citado Arco corta a la línea CF, trácese el plomo FG por fuera del muro, que debe soportar la bóveda ACD; así el espesor del muro estará comprendido entre las líneas EH y FG, y aquél será suficiente para resistir el Empuje de la Bóveda como hacen ver la práctica y la experiencia».

A continuación se refiere a la aplicación de la regla a arcos rebajados y peraltados y compara los espesores obtenidos con los del arco de medio punto: el arco rebajado es el que precisa mayor estribo, seguido del de medio punto y el apuntado: «Si las Bóvedas son rebajadas . . . el muro será más grueso; y esto es preciso pues el empuje

de estas Bóvedas es mayor que el de las de medio punto, y mucho mayor que el de las Bóvedas peraltadas, o apuntadas, como puede verse en las trazas . . .».

Finalmente advierte de que «no es necesario que los antedichos espesores hallados por la práctica . . . se mantengan en toda la extensión de los Muros que soportan las Bóvedas: bastará con mantenerlos en el lugar de los Arcos principales [transversales], donde formaran unos salientes, que reciben corrientemente el nombre de contrafuertes o arbotantes».

Derand está citando una regla gótica, que se aplica a los arcos perpiaños de las bóvedas de crucería, quizá copiada de algún manuscrito más antiguo. El primer indicio es la cita expresa a los arbotantes góticos. Además, se aplica la regla a un arco apuntado, cuando este tipo de arcos no se usan nunca en construcciones

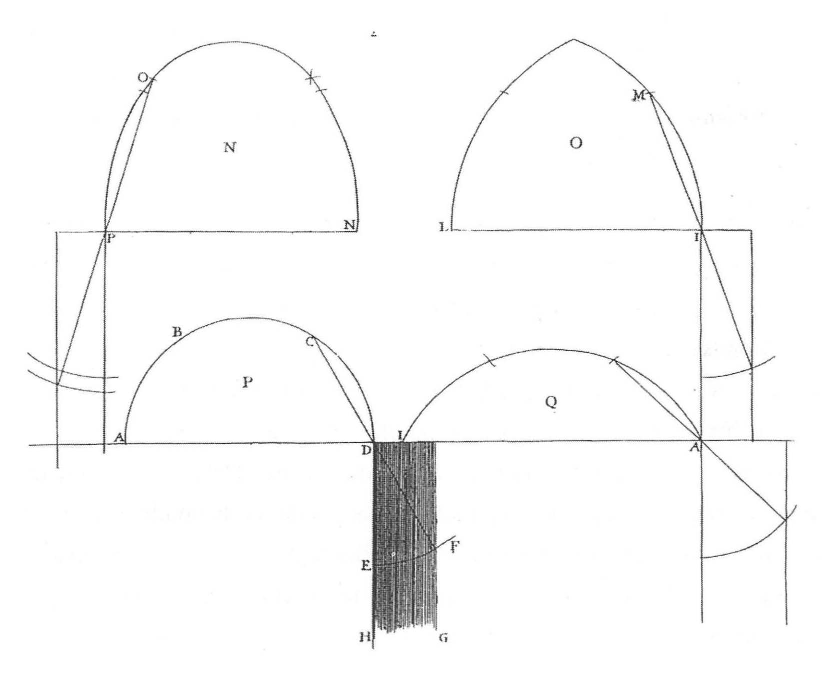


Figura 5.4
La regla geométrica n°1 en el tratado de Derand. La regla consiste en tomar el arco perpiaño del tramo, dividir su intradós en tres partes y unir una de ellas con el arranque; se prolonga un segmento de igual longitud y su extremo da el borde exterior del estribo. (Derand 1643)

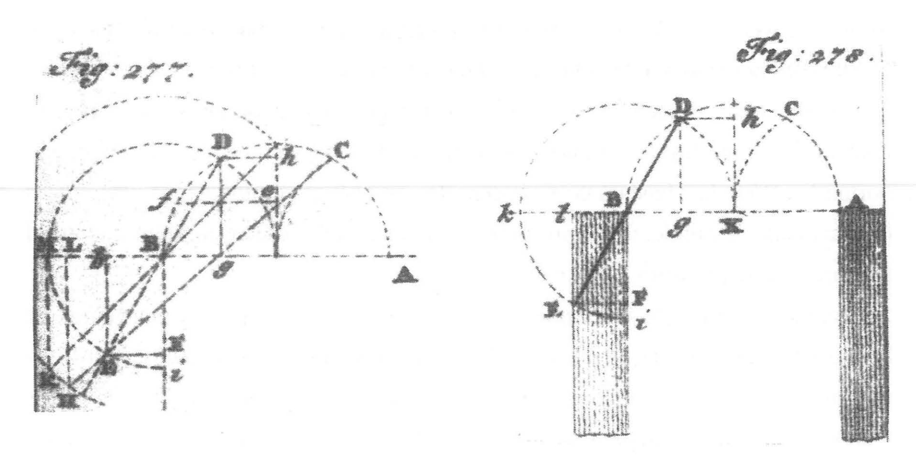


Figura 5.5
El tratado de carpintería de Schübler de 1731 recoge algunas reglas góticas para el cálculo de estribos. *Izquierda,* traza geométrica copiada del desaparecido Baccojani de 1546. *Derecha,* la misma regla tomada del tratado de Sturm (1710)

renacentistas o barrocas. Finalmente, y esto es lo más importante, los estribos obtenidos por la regla sólo sirven para bóvedas de crucería góticas: son demasiado esbeltos para resistir el empuje de las bóvedas de cañón con lunetos típicas del Renacimiento y del barroco.

BACCOJANI: Al parecer, la regla se publicó con anterioridad en el tratado de cantería de Baccojani de 1546. El tratado se ha perdido y la única referencia a él se encuentra, curiosamente, en el tratado de carpintería de Schübler (1731, 139). La regla aparece entre otras construcciones geométricas para hallar el estribo de las bóvedas de los puentes. Schübler reproduce el dibujo de Baccojani, *Fig.* 277 en la figura 5.5, y cita el escueto texto que lo acompañaba: «La traza adjunta será suficiente para hallar el estribo».

El dibujo contiene en realidad varias trazas superpuestas, aparentemente independientes. Una de ellas se puede indentificar fácilmente como la regla n° 1 y se ha dibujado separadamente (*Fig.* 278), basándose en otros dibujos de Sturm (1710). En el dibujo puede también identificarse una de las construcciones geométricas de Plo y Camín de 1767 (véase el capítulo 8 más adelante).

MARTÍNEZ DE ARANDA: Ginés Martínez de Aranda, arquitecto natural de Baeza, que desarrolló su actividad profesional en Andalucía y Galicia en la segunda mitad del siglo XVI y principios del XVII, nos dejó un manuscrito sobre el arte de la cantería. El manuscrito, del que se tenía alguna referencia sobre su existencia, fue descubierto en 1984 en la Biblioteca de Ingenieros del Ejército de Madrid, y pasa a formar parte del muy escaso número de tratados sobre cantería y estereotomía anteriores al siglo XVII.[9]

La primera parte del manuscrito trata de arcos y presenta un primer apartado titulado *Difinitiones*. En él Martínez de Aranda expone diversas construcciones básicas sobre arcos que se enuncian como axiomas, sin demostración — cómo ejecutar arcos peraltados o rebajados a partir de arcos de medio punto, cómo extender un arco sobre un cilindro. Entre este tipo de construcciones aparecen las reglas para dimensionar estribos y arcos.

La regla es como sigue: se divide el arco en tres partes iguales por dos puntos y se proyecta uno de ellos sobre la línea de los arranques; la distancia entre el punto proyección y el arranque más próximo nos da el espesor que debe tener el estribo. En la figura 5.6 se ha reproducido el texto y los dibujos del manuscrito. La construcción es distinta pero da el mismo estribo que la anterior; una sencilla comparación entre ambas hará ver que son equivalentes. De hecho parece una elaboración posterior. La exposición de Martínez de Aranda es clara, sintética, y viene aplicada a los tres tipos fundamentales de arcos: semicircular, rebajado y apuntado, aunque luego especifica que se puede aplicar a cualquier tipo de arcos. La transcribimos a continuación:

> Difinition quinta muestra Restribar los arcos y darles sus gruesos
>
> Para Restribar el arco çimiçirculo .X. le repartiras su çircunferençia en tres partes y por una destas que es˜el punto .a. baxaras un plomo perpendicularmente que baya a tocar su diamitro al punto .b. y lo que ubiere des del punto .b. al punto .c. eso tendra de Restribo este dicho arco çimiçirculo.
>
> Para Restribar el arco en Segmento menor de circulo .Y. le Repartiras su çircunferençia en tres partes y por una dellas que es el punto .d. baxaras un plomo de quadrado que toque en el punto .e. y lo que ubiere des del punto .e. al punto .f. eso tendra de Restribo este dicho arco en Segmento menor de çirculo.

Para Restribar el arco apuntado .Z. le Repartiras su çircunferençia en tres partes y por una dellas que es el punto .g. baxaras un plomo de quadrado que toque en el punto .h. y lo que ubiere des del punto .h. al punto .i. eso tendra de Restribo este dicho arco apuntado y desta manera se an de Restribar todas qualesquiera manera de arcos.

A continuación da la regla para obtener el espesor de las dovelas de los arcos. La regla da el espesor del arco como una fracción del vano, pero esta fracción varía en función de su luz: «... y para darles su grueso conforme a sus anchos se les dara desta manera teniendo el arco desde çinco a diez pies de ancho se le dara de grueso la sesta parte de su ancho y si tubiere desde diez a beynte pies de ancho se le dara de grueso la otaba parte de su ancho y si tubiere desde beynte a quarenta pies de ancho se les dara de grüeso la deçima parte de su ancho.»

La exposición es sistemática y se puede poner en forma de tabla:

Luz (L)	e / L
arcos de 5 – 10 pies	1/6
arcos de 10 – 20 pies	1/8
arcos de 20 – 40 pies	1/10

Tabla 5.1. Espesores de arcos según Martínez de Aranda

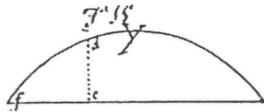
Las proporciones de los arcos no son góticas, sino renacentistas. Para arcos a partir de 20 pies (unos 6 metros), la regla coincide con la de Alberti que se comentará en el siguiente capítulo. Por supuesto hay incoherencias, un arco de alrededor de 10 pies tendría de espesor 5/3 (1,66 pies) ó 5/4 (1,25 pies), dependiendo en qué intervalo se considere. En cualquier caso, la idea de aplicar una proporción variable en función del tamaño es interesante. Puede tener una justificación constructiva: es difícil labrar una dovela menor de un cierto tamaño, digamos un pie. Pero también puede que el problema no sea proporcional, como es el caso de los puentes. Este tipo de reglas se empiezan a usar en el proyecto de puentes a partir del siglo XVIII; la regla para los arcos de Martínez de Aranda constituye un interesante precedente.

+ Difinition quinta muestra restribar los arcos y darles sus grueses

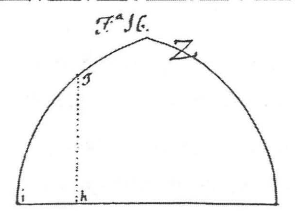
Para restribar el arco cimicirculo. X. le repartiras su circunferencia en tres partes y por vna destas q es el punto. a. baxaras vn plomo perpendicularmen q bays a tocar a su diamitro al punto. b. y lo q vbiere des del punto. b. al punto. c. eso tendra de restribo este dicho arco cimi circulo

fº. 14.

Para restribar el arco en segmento menor de circulo. Y. le repartiras su circunferencia en tres partes y por vna dellas q es el punto. d. baxaras vn plomo de quadrado q to q en el punto. e. y lo q vbiere des del punto. e. al punto. f. eso tendra de restribo este dicho arco en segmento menor de circulo.



Para restribar el arco apuntado. Z. le repartiras su circunferencia en tres partes y por vna dellas q es el punto. g. baxaras vn plomo de quadrado q to q en el punto. h. y lo q vbiere des del punto. h. al punto. i. eso tendra de restribo el dicho arco apuntado



Y de esta manera se an de restribar de qualesquiera manera de arcos y para darles su grueso conforme a su ancho se les dara de esta manera diciendo el arco des de cinco a diez pies de ancho se le dara de grueso la sesta parte de su ancho y si tubiere desde diez a beynte pies de ancho se le dara de grueso la otaba parte de su ancho y si tubiere desde beynte hasta quarenta pies de ancho se le dara de grueso la decima parte de su ancho

Figura 5.6
Dibujos y texto del manuscrito de Martínez de Aranda sobre el cálculo de los estribos. La construcción geométrica es diferente, pero el resultado final es el mismo que aplicando la regla de Derand o Baccojani. (Martínez de Aranda 1986)

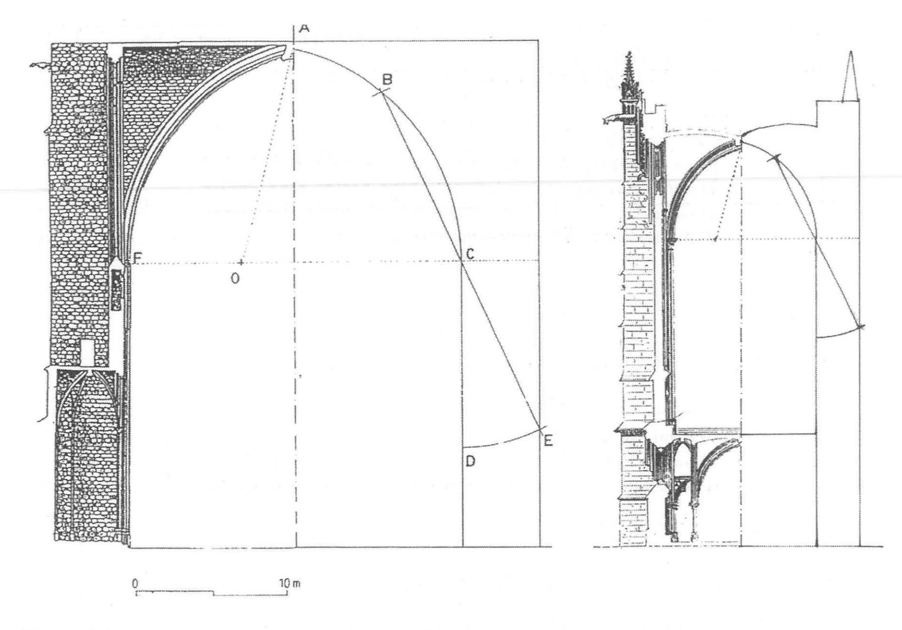


Figura 5.7
Aplicación de la regla geométrica n°1 a la catedral de Gerona y la Sainte-Chapelle de París. La concordancia no demuestra la aplicación de la regla en un caso concreto; sólo ratifica su carácter gótico.

La regla geométrica n°1 se empleó probablemente en la época gótica para el cálculo de los estribos, y tanto Viollet-le-Duc (1854) como Ungewitter (1859) la citan en ese sentido. A falta de una prueba documental, es un hecho que la regla da proporciones que concuerdan con estructuras góticas, como puede verse en la figura 5.7, en la que se ha aplicado a dos construcciones de distinta época y tamaño: la catedral de Gerona y la Sainte-Chapelle de París. No obstante, que las proporciones concuerden no significa que la regla se haya aplicado: lo único que demuestra es su carácter gótico. Nótese que la regla no tiene en cuenta la altura del estribo.

Regla geométrica n° 2

La segunda regla geométrica aparece citada en el manuscrito de Hernán Ruiz el Joven que se conserva en la Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arqui-

tectura de Madrid (ca. 1560) y que ha sido publicado por Navascués (1974). Hernán Ruiz aborda numerosas disciplinas relacionadas con la arquitectura: geometría, proporciones, órdenes clásicos, relojes solares, etc., precedidas de una traducción de Vitruvio. Los temas aparecen desordenados y tratados desigualmente. No sabemos, por tanto, si el autor tenía intenciones de publicarlo o, lo que parece más probable, se trataba simplemente de una colección de textos y dibujos de uso personal.

Entre la enorme diversidad de temas que trata el manuscrito, Hernán Ruiz nos da una regla para encontrar el estribo correspondiente a cualquier arco. La regla aparece en tres lugares distintos del manuscrito, folios 23, 25 y 79, con texto y figura explicativa en cada caso, figura 5.8. Los textos son algo confusos, pero con ayuda de las figuras, se ha podido descifrar el método explicado por Hernán Ruiz. Consideremos un semiarco cualquiera:

1) dividimos su línea de trasdós en dos partes iguales;
2) trazamos por dicho punto una tangente a la línea de trasdós;
3) el punto de intersección de la tangente con la línea horizontal definida por los arranques del arco, nos da el espesor del estribo.

El procedimiento aparece aplicado a los tres tipos básicos de arco, apuntado, de medio punto y rebajado, en la figura 5.8 (d). El estribo es, pues, función del espesor del arco y de su forma. La regla, como la anterior, da respecto al arco de medio punto, mayor espesor a los arcos rebajados y menor a los apuntados. A continuación, hemos transcrito los citados pasajes del manuscrito, indicando con la letra entre paréntesis a qué parte de la figura 5.9 corresponden:

(a) El restribo que debe tener el arco es la linea que buelbe en angulo recto a toque en la linea, y el grueso de la bolsura es la dezima parte de largo del arco. (fol.23v)

(b) Qualquiera arco de su natural rempuxa al centro y por esta causa la mejor piedra se a de echar del angulo recto hasta el mobimiento que es la quarta parte del simicirculo, y del mobimiento abaxo hasta que toque a la linea perpendicular con la buelta del trasdos se le ara como se muestra en la figura presente. (fol.25v)

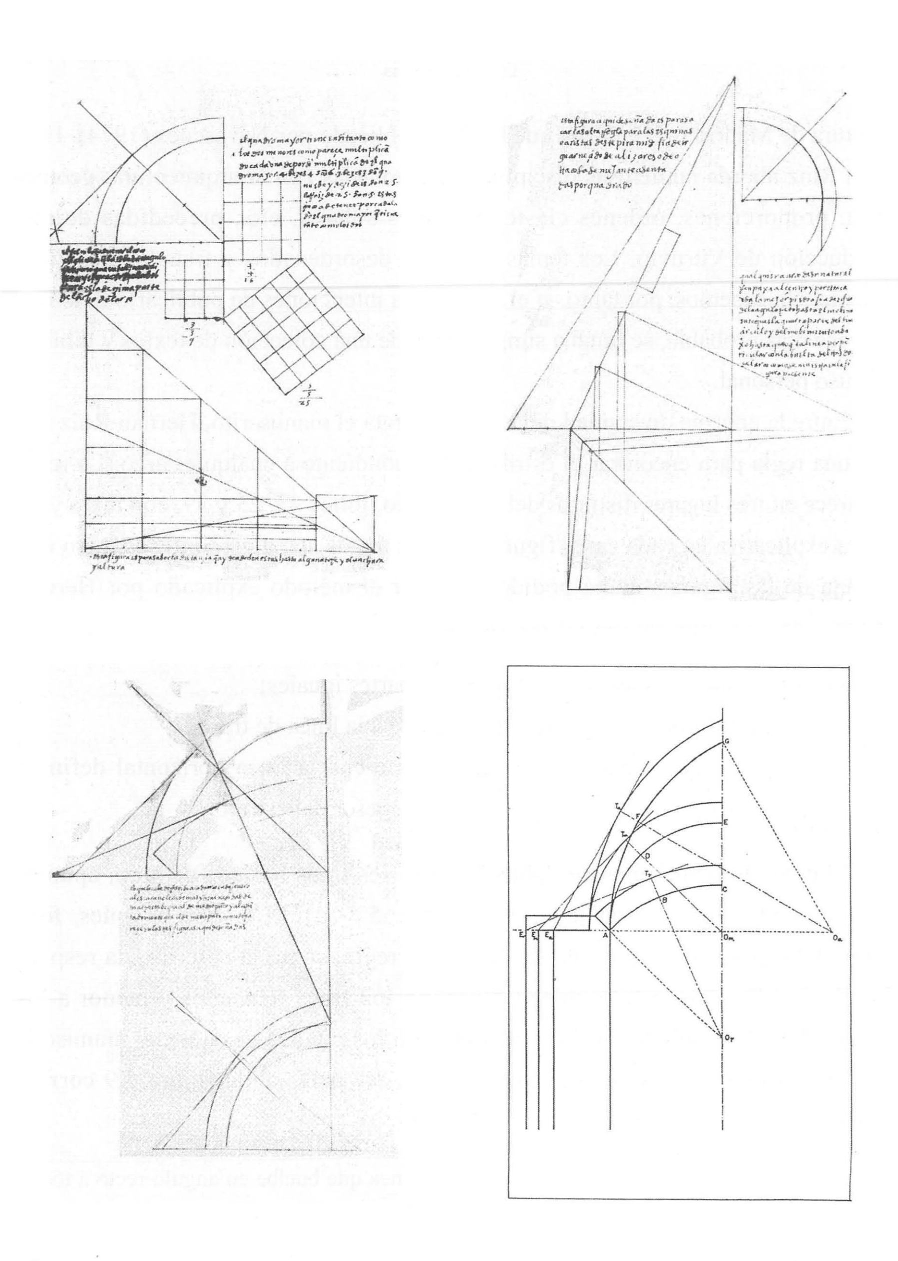


Figura 5.8

Regla geométrica n°2 para hallar el estribo de cualquier arco, en el manuscrito de Hernán Ruiz: se traza una tangente por el punto medio del trasdós del arco y el punto de corte con la línea de los arranques da el estribo. La regla aparece aplicada a arcos de medio punto, rebajados y apuntados en distintas partes del manuscrito: (a), (b) y (c). Restitución de la regla en (d). (Ms. Biblioteca de la E. T. S. de Arquitectura, Madrid)

(c) Lo que le cabe de restribo a cada arco en su Jenero. Al escarçano le cabe mas y tiene necesidad de mas restribo que al de medio punto, y al apuntado menos que el de medio punto como se parece en las tres figuras aqui deseñadas. (fol.79 v)

El párrafo (c) es el más claro. El (b) sugiere la conveniencia de cargar los riñones hasta la mitad de la altura del arco, como corresponde a la práctica constructiva habitual y que es de importancia fundamental a la hora de estabilizar los arcos y bóvedas. En el (a) se menciona la conocida regla de Alberti de dar al espesor del arco la décima parte de la luz (ver capítulo siguiente).

Lo más interesante de esta regla es su más que probable origen gótico y la amplia difusión que tuvo que tener. En efecto, aunque no la hemos vuelto a ver mencionada en ninguno de los tratados y manuscritos examinados en el curso del presente estudio, tras más de 300 años aparece citada en el libro de Ungewitter sobre construcción gótica, como una regla para dimensionar los estribos de los ábsides de las iglesias, figura 5.9.[10] Hernán Ruiz debió recibir la regla dentro de la tradición del gótico tardío español que pervivió durante todo el siglo XVI. Como antes, una antigua regla para calcular estribos góticos se reinterpreta en un contexto renacentista: hallar el estribo para un arco. La regla da valores similares a la regla gótica n°1 y son de aplicación las mismas consideraciones.

Por último, resulta interesante que la regla aparezca de nuevo en un contexto completamente distinto, pues parece que fue utilizada en el siglo XVIII por el arquitecto inglés Betty Langley (1736) para dimensionar las pilas en su proyecto para el puente de Westminster, figura 5.10. No hemos tenido acceso al texto completo de Langley, pero sí a una reproducción de la lámina principal, así como a la restitución ampliada de Ruddock (1974, 1979).

Reglas estructurales del gótico tardío alemán

Se han conservado algunos tratados manuscritos del gótico tardío alemán. Coenen (1990), ha publicado un estudio específico sobre este tipo de literatura; su libro incluye, además, la primera transcripción diplomática de todos ellos (hasta

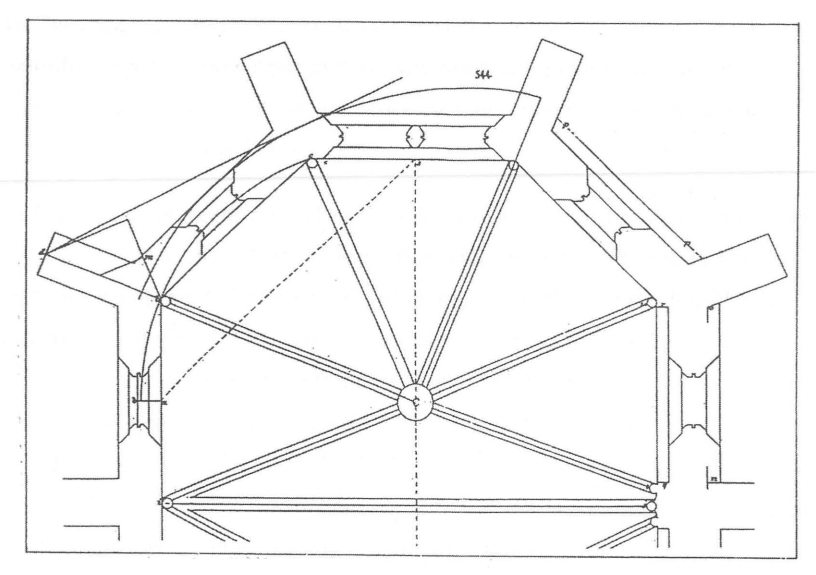


Figura 5.9

Regla para calcular los estribos del coro de una iglesia gótica. Se aplica la regla de Hernán Ruiz al nervio abatido de la bóveda de la cabecera. (Ungewitter 1859)

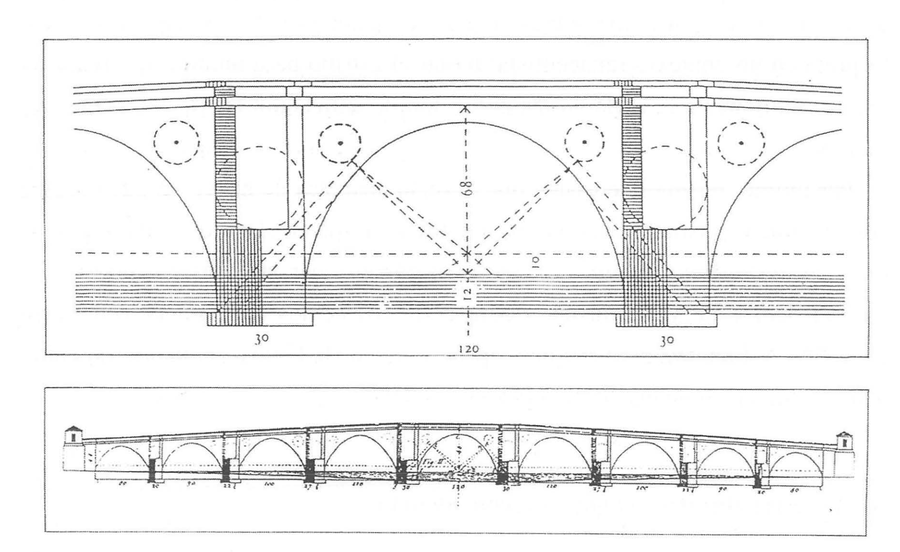


Figura 5.10

Proyecto para el Puente de Westminster realizado por Betty Langley. Arriba, detalle según Ruddock (1979). Abajo, dibujo original de Langley (1736).

entonces sólo se habían publicado de forma parcial, en fuentes dispersas). Así, apenas hace un decenio que esta información está al alcance de los estudiosos de una manera manejable.

Coenen llama a estos textos «Werkmeisterbücher» (libros de los maestros de obras) y cita seis de ellos:

– *Unterweisungen* (Instrucciones) de Lorenz Lechler.
– *Von des Chores Maß und Gerechtigkeit* (La medida del coro).
– *Wiener Werkmeisterbuch* (Tratado de Viena).
– *Das Buchlein von der Fialen Gerechtigkeit* (Cuaderno sobre la traza correcta de los pináculos) de Matthäus Roriczer.
– *Geometria Deutsch* (Geometría alemana) de Matthäus Roriczer.
– *Fialenbüchlein* (Cuaderno de los pináculos) de Hans Schuttermayer.

Coenen distingue entre dos tipos: los tres primeros son verdaderos tratados de arquitectura, que se ocupan de todos los aspectos del proyecto de una iglesia gótica (desde la traza general, hasta el diseño de los elementos decorativos y estructurales); el resto son manuales sobre temas específicos dentro del proyecto de una iglesia. Sólo los tratados contienen reglas y observaciones sobre el proyecto de elementos estructurales. Si bien Coenen ha analizado su contenido y los ha transcrito, está todavía por publicar una edición crítica.[11] Los aspectos estructurales del manuscrito de Lechler han sido tratados por Shelby y Mark (1979).

Los tres tratados no presentan una estructura clara, dividida en capítulos según un plan de exposición determinado. Más bien se trata de una sucesión de instrucciones, a veces relacionadas con un tema, y otras saltando de un tema a otro sin ninguna relación. Coenen sitúa esta forma de exposición dentro de la tradición medieval de los libros de consejos o «recetas». En ellos el autor se dirige al lector como si estuviera hablando con él y cada nueva receta o consejo empieza con la palabra latina *Item* (en castellano tiene el mismo uso). Así empieza por ejemplo un consejo sobre los gabletes: «Ítem, aquí te enseñaré, e instruiré, cómo debes hacer un gablete . . .». Como ocurre en una conversación el énfasis se obtiene mediante la repetición, y las reglas o recetas más importantes aparecen repetidas en varios lugares.

El estudio de los tres tratados da una idea bastante precisa del proceso de proyecto de los arquitectos del gótico tardío alemán. Hay una idea, muy extendida, de que el proyecto gótico se basa en un empleo de construcciones geométricas que permitirían realizar el proyecto desde sus trazas generales hasta los más mínimos detalles de la decoración.[12] El contenido de los tratados desmiente esta imagen. Las dimensiones generales, alturas y tamaño de los elementos principales se obtienen mediante relaciones aritméticas simples, a partir de una medida base: la luz del coro (el coro en el gótico alemán está situado en la cabecera de la iglesia).

La descripción del proceso aparece al comienzo de *La medida del coro*: «El edificio sigue leyes precisas y sus partes están regladas, de manera que todos los elementos se relacionan con el edificio completo y el edificio completo se relaciona con cada uno de sus elementos. El Coro es el fundamento y el origen de todas las reglas, y a partir de su vano se obtiene no sólo el espesor de la pared que lo encierra, de sus estribos y el ancho de sus ventanas, sino también a partir del espesor de su pared se obtendrán todas las plantillas de las impostas y de todos los elementos de la obra». (243)

En efecto, todas las medidas del proyecto se obtienen a partir de la luz del coro. Las dimensiones generales son múltiplos o fracciones simples de este gran módulo. A partir de él se obtiene otro módulo más pequeño, el espesor de la pared del coro, que sirve de base para proyectar otros elementos más pequeños: los estribos, las distintas impostas, los maineles de las ventanas y los nervios de las bóvedas. Repasaremos a continuación las reglas estructurales.

Pared del coro

El espesor de la pared del coro se obtiene en los tres tratados como una fracción de la luz: la pared tendrá 1/10 de la luz. Esta medida sirve para dimensionar otros elementos decorativos o estructurales, figura 5.11. Así en *La medida del coro* dice: «Si el coro ha de tener 20 pies de luz, se hará su pared de 2 pies de espesor; si tiene 30 pies de luz, de 3 pies de espesor». (243) Lechler da unas instrucciones más completas, matizando el valor de 1/10 en función de la calidad de la fábrica: «Si un coro tiene 20 pies de luz y la piedra es buena, entonces haz la pared de

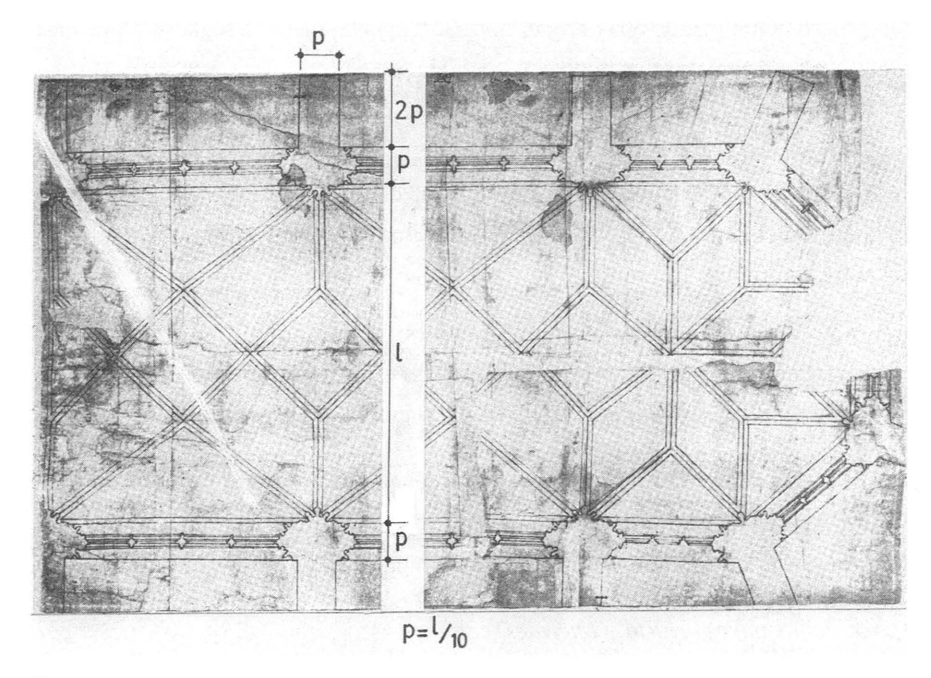


Figura 5.11
En el gótico tardío alemán se empleaba la luz del coro como módulo grande para fijar las dimensiones básicas del edificio. El espesor de la pared del coro, la décima parte de la luz, servía como módulo pequeño para obtener los elementos estructurales: en la figura la salida y el ancho del contrafuerte se obtienen a partir de la pared. (dibujado sobre una traza de la Wiener Sammlung, Koepf 1969)

dos pies de espesor. Si el coro está hecho de muy buena piedra bien labrada quítale 3 pulgadas; si la piedra es regular añádele 3 pulgadas». (43v). Lechler repite la regla un poco más adelante: «Un coro de 30 pies de luz, la pared de 3 pies de espesor.»

En otro lugar de las *Instrucciones* Lechler propone otra regla que conduce a un muro más delgado de 1/15 de la luz: «Quien quiera trazar bien un coro, divida la luz en tres partes, y una de estas partes en cinco partes, y tanto como de grueso tiene una de ellas se le de al muro del coro». (55r) Lechler aplica también la regla de 1/10 de la luz a la hora de calcular el espesor de las paredes de otros cuerpos del edificio: «Quien quiera trazar una buena fábrica, debe dividirla en 10 partes y

tan grueso como una de ellas será el muro». (52r) De nuevo la regla se repite casi con las mismas palabras un poco más adelante.

Según las *Instrucciones* el muro disminuye de espesor con la altura: «Quien quiera hacer un Coro le dará en el cimiento cinco pies, y cuando sale de la tierra le quitará un pie, y cuando llegue a la imposta de las ventanas le quitará un pie y medio». (52r) Esto es, si consideramos un coro de 40 pies de luz que tendrá un muro de cuatro pies de espesor:

– a la cimentación se le dará $^1/_4$ más, esto es 1/8 de la luz.
– por encima de la imposta de las ventanas se reducirá el espesor a 5/8 del espesor en la base, esto es, 1/16 de la luz (la mitad del cimiento).

En el *Tratado de Viena* se repite la regla general de 1/10 de la luz para el espesor de la pared de cualquier cuerpo del edificio. Asimismo se prevé un incremento del espesor cuando la fábrica es de peor calidad. (60)

Pared de las naves central y laterales

En cuanto al espesor de la pared de la nave central, tanto en las *Instrucciones* como en la *Medida del coro* se da un espesor que se obtiene a partir del espesor del muro del coro, esto es, no tiene por qué coincidir. Sin embargo, en el *Tratado de Viena* la regla se aplica a todos los muros.

Lechler da dos reglas distintas. En una parte del manuscrito dice que los muros de la nave central y del coro han de tener el mismo espesor: «El mismo espesor que tiene el muro en la nave lo tendrá en el coro». (55v) Pero en otro lugar da una regla más elaborada que consiste en una construcción geométrica según la cual (y en términos modernos) el espesor de la nave es la diagonal de un cuadrado de lado el espesor de la pared del coro, esto es, $\sqrt{2}$ veces dicho espesor: «Quien quiera dar a la pared de la nave mayor la justa medida, tome el espesor del coro por sí, y trace un cuadrado, y en medio del cuadrado, coloca el compás, con un punto dentro, y abre el compás de modo que el cuadrado quede dentro, y traza un círculo, y sobre él, traza otro cuadrado, y éste es el justo espesor de la pared de la nave mayor». (50v)

En *La medida del coro* aparece una regla distinta, expresada de forma confusa.: «La nave mayor se rige, con sus pilares, por la del Coro, y si se hiceran ambas de la misma luz, entonces, los pilares con la pared del Coro —aunque ambos en un espe-

sor— no van en la misma línea de la luz, sino que resaltan como los tres lados de su forma octogonal». (243) Coenen interpreta que el espesor de la pared del Coro en relación con el diámetro del pilar está en la proporción $1:(1 + \sqrt{2})$, esto es, 1 : 2,41. Según esta interpretación el muro de la nave sale desproporcionadamente grueso. Otra interpretación posible sería la siguiente:

1) la pared y el pilar de la nave mayor tienen el mismo espesor (de hecho no podría ser de otra manera pues los pilares soportan la pared).
2) el pilar es de sección octogonal; se construye un octógono dentro del espesor de la pared del coro. Tres lados de ese octógono nos dan el espesor de la pared de la nave mayor. En este caso la relación geométrica es: pared del coro: diámetro del pilar: $3:(1 + \sqrt{2})$, esto es, 1 : 1,25

Este segundo resultado es más acorde con lo que puede observarse en las plantas de edificios construidos o en las trazas coetáneas.

Los muros de las naves laterales son, a su vez, función del muro del coro o del de la nave central. En el *Tratado de Viena* como se ha visto no se hace distinción y todos los muros han de tener 1/10 de la luz y en algunas trazas de la *Wiener Sammlung* se aplica esta regla, figura 5.12. Las *Instrucciones* de Lechler dedican un párrafo: «El espesor de la pared, de la nave lateral, se debe hacer de dos pies, pero si el arquitecto desconfía de la fábrica, toma la mitad del muro de la nave mayor y añádeselo a las laterales». (55v) Implícitamente Lechler se refiere a una nave de 20 pies y aplica la regla de 1/10. Si la fábrica es de regular calidad se añadiría a esta cantidad la mitad del espesor calculado de la nave mayor.

Finalmente, en la *Medida del Coro* se establece que el muro de las naves laterales debe ser 1/3 más grueso que el del coro, dado que la nave mayor tiene más «Spannung». Este término es difícil de traducir: puede significar luz (de la nave en cuestión) o empuje. En esta segunda hipótesis el texto se podría traducir así: «Dado que las naves laterales reciben un mayor empuje que las del coro, la pared que rodea el cuerpo central debe ser 1/3 más gruesa que la pared del Coro». (244)[13]

Sistema de contrarresto: Estribos y arbotantes

El sistema de contrarresto está formado por los arbotantes y estribos. Sobre los arbotantes no se encuentran reglas estructurales y sólo se mencionan en las *Ins-*

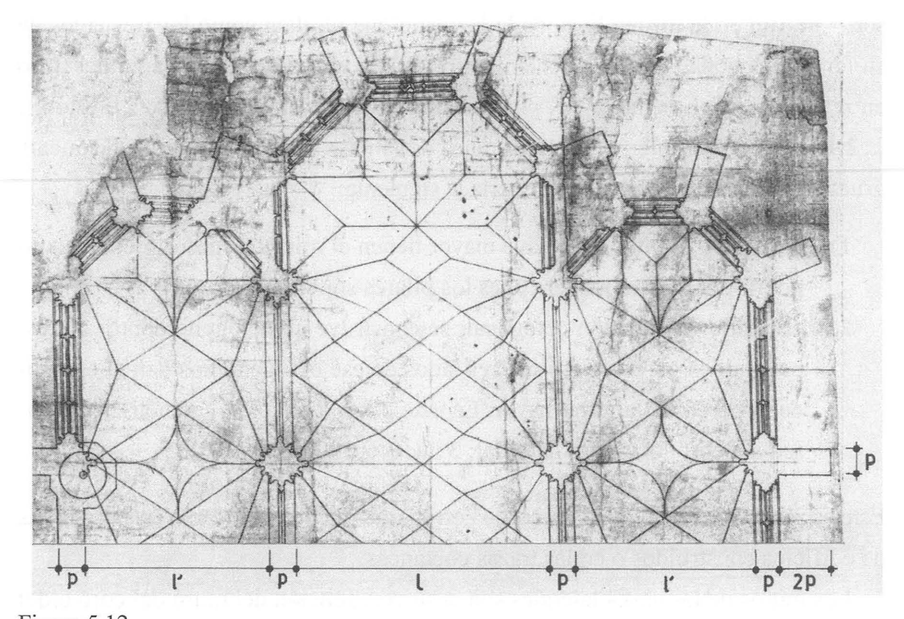


Figura 5.12
Para obtener el espesor del muro de las naves central y laterales hay diversidad de reglas, pudiendo ser igual o mayor que la pared del coro. Según el *Tratado de Viena* se le da un décimo de la luz de la nave central a ambos, como puede verse en la traza. La salida y ancho del contrafuerte se calculan a partir de la pared. Nótese que los maineles de las ventanas tienen 1/3 del espesor de la pared. (Wiener Sammlung, Koepf 1969)

trucciones y en el *Tratado de Viena.* En los tres tratados los estribos se calculan a partir del espesor de los muros.

Para calcular un estribo es preciso decidir su ancho y su espesor. Para el ancho Lechler toma el mismo espesor de la pared del coro, si bien éste se puede reducir por encima de la imposta del zócalo: «Un coro de 30 pies de luz, la pared con contrafuertes, éstos tienen 3 pies de ancho, 2 pies por encima de la imposta del zócalo». (43v) El espesor del estribo se define a partir de lo que sobresale del muro. Este saliente será, según los tres tratados, el doble de su ancho, esto es, el doble de la pared del coro. Así, Lechler dice: «Y tanto como tenga de grueso, se de el doble al largo». Y más adelante: « . . . y tan ancho como sea el contrafuerte, dos veces, esto es de largo, le pertenecen a este contrafuerte, en el coro, o donde corresponda». (54v) En la *Medida del Coro* coincide: «Su espesor será dos ve-

ces su ancho». (243) Finalmente, en el *Tratado de Viena* se expresa la misma regla de la siguiente manera: «tan ancho como es, dos veces, debe ser de largo y el estribo pertenece al coro». (60) Esta regla se verifica en numerosas trazas coetáneas, véase figura 5.11, más arriba.

En cuanto a los estribos de las otras naves, en el *Tratado de Viena* no se distingue entre los del coro y los de las naves. En la *Medida del coro* se dice que en ambos casos son iguales. Por el contrario, Lechler da una regla específica para calcular los contrafuertes de las naves laterales: «los estribos, que allí están, en las naves laterales, se deben tomar, a partir del espesor de la pared de la nave central, desde el centro la misma longitud; para los estribos de las laterales, y los pilares tendrán el mismo espesor que la pared de la nave central». (55v) Dado que en otra parte ha obtenido el espesor de la pared de la nave central como $\sqrt{2}$ veces el espesor de la pared del coro, el saliente será $\sqrt{2}$ el ancho.[14] En las trazas de la colección de Viena se encuentran aplicadas ambas reglas.

Resumiendo, el estribo del coro deberá tener un espesor de tres veces el grueso de la pared, que es 1/10 de la luz libre. Su ancho será igual al espesor de la pared, figura 5.13. Esta dimensión del estribo en función de la luz es, pues, de $d = 3e = l/3{,}33$ (en la base), donde e es el espesor de la pared del coro y l es la luz del coro. Como se ha visto esta dimensión básica se podía aumentar o disminuir en función de la calidad de la piedra y, además, la sección del estribo se reduce en altura formando retallos. La regla sobre los estribos del coro aparece citada varias veces en los tres tratados y esto implica que era considerada de gran importancia. Por otro lado, las proporciones que da la regla pueden encontrarse en muchas iglesias de este periodo y, también, en algunas de la antiguas trazas góticas que han llegado hasta nosotros.

La regla para las naves laterales conduce a un estribo más esbelto: $d = e\,(1 + \sqrt{2}) = l/4{,}14$. A pesar de la disparidad ambas reglas podrían ser equivalentes si la última regla midiera el espesor del estribo, no en la base como especifica Lechler para los estribos del coro, sino en el arranque de la bóveda, o si el espesor de la pared fuera mayor. En los manuscritos de la Wiener Sammlung pueden encontrarse también trazas que cumplen esta regla, figura 5.14, si bien se refieren a iglesias de una nave.

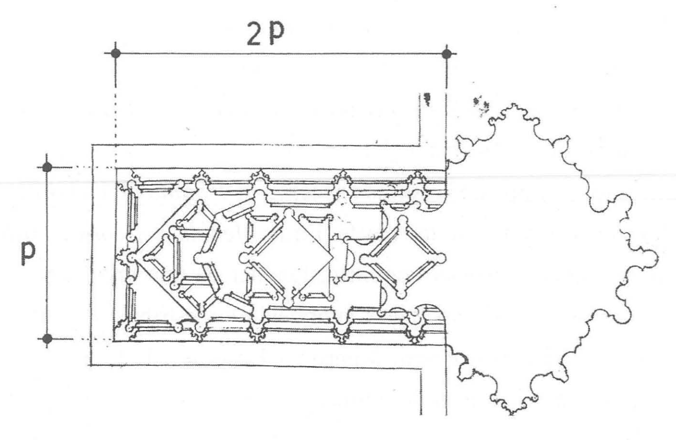


Figura 5.13
Dibujo de un contrafuerte, perteneciente a la Wiener Sammlung (Koepf 1969). Las proporciones entre salida y ancho coinciden con la regla más citada por Lechler: la salida será el doble del ancho.

Maineles de las ventanas

Lechler dedica considerable atención al proyecto de los maineles de las ventanas. Los grandes ventanales y rosetones del gótico presentan, en efecto, un delicado problema estructural, que ha sido tratado raras veces.[15] Por este motivo y por su relación con el cálculo de los nervios de las bóvedas se estudiará aquí.

El objetivo principal es el cálculo de las dimensiones generales de la sección del mainel, espesor y ancho, y éstas se obtienen de nuevo a partir del espesor de la pared del coro. El «viejo mainel» (alt Pfosten) tiene 1/3 de la pared y el «nuevo mainel» (Iungen Pfosten) 5/7 del viejo: «Toma el espesor de la pared del coro, y ya sea en pequeño o en grande, traza dos cuadrados cruzados, y en ellos encontrarás todas las plantillas, como están trazadas en este libro en un gran cuadrado para que las entiendas mejor, por eso las he trazado en este libro junto a lo escrito. Después, divide el espesor de la pared del coro en tres partes y toma una de ellas, y divide después esta parte en siete partes, éste es el viejo mainel para todos los edificios. Pero si quieres hacer un mainel nuevo, que se usa con frecuencia, quita dos de las siete partes, y quedan cinco; estas mismas cinco partes son el mainel nuevo, y para que lo entiendas mejor, el

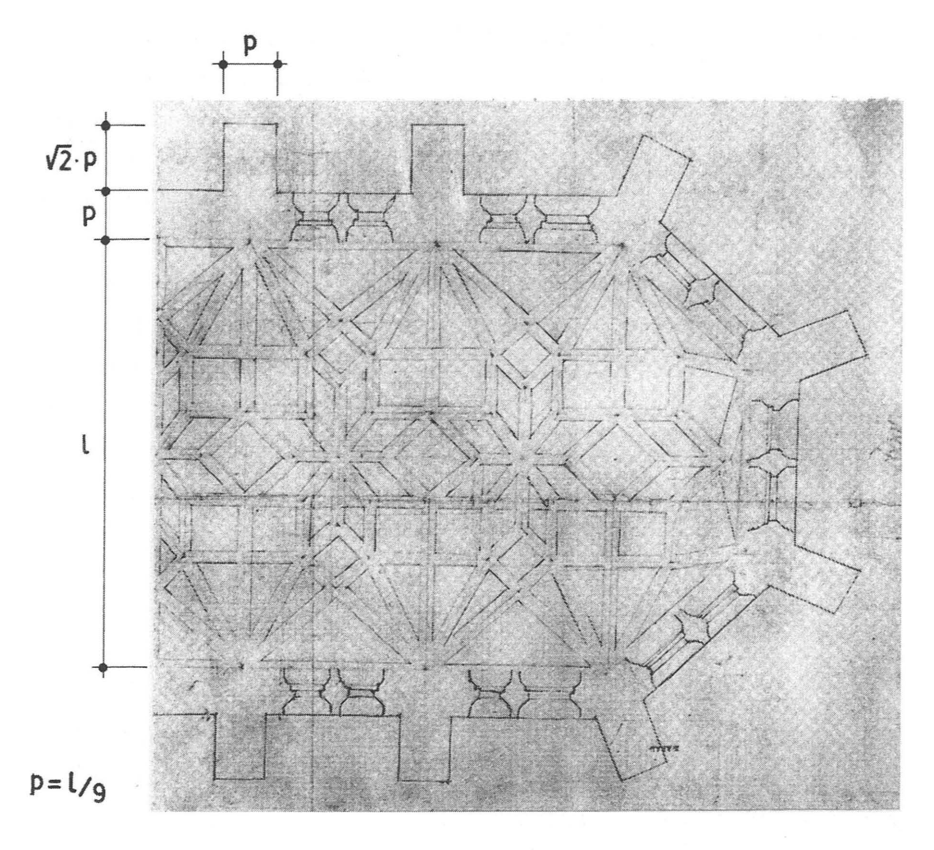


Figure 5.14
Relación entre muro y estribo superpuesta sobre una traza gótica de la Wiener Sammlung (Koepf 1969). El saliente del contrafuerte es la diagonal de un cuadrado de lado el espesor de la pared. En este caso el muro es más grueso, muy aproximadamente de 1/9 de la luz.

viejo mainel tiene siete partes y el nuevo cinco . . .». (44r) Nótese que el mainel presenta un resalto para colocar los vidrios y que, por tanto, la sección es asimétrica. El espesor se refiere al espesor total, comprendiendo las dos plantillas del mainel.

A continuación da una construcción geométrica para hallar el nuevo mainel a partir del viejo. El método consiste en dibujar el viejo mainel sobre la diagonal de un cuadrado y luego inscribir otro cuadrado girado; la diagonal de este segundo cuadrado da el espesor del nuevo mainel: « . . . y si quieres sacar el

mainel nuevo a partir del viejo, una vez que hayas dividido el cuadrado en tres partes, dibuja otros dos cuadrados cruzados y así tendrás el ancho y el largo». (44r–44v) La construcción geométrica aparece en varios dibujos del manuscrito, figuras 5.15, 5.16 y 5.18. La relación geométrica de $\sqrt{2}$ a 1, se aproxima a la aritmética anterior de 7 a 5; el error, de poco más de un 1%, resulta irrelevante a efectos prácticos.[16]

La regla emplea la técnica «ad quadratum» de girar e inscribir cuadrados, pero no de forma consistente. Se parte, en efecto, de un cuadrado de lado el espesor de la pared del coro, pero la dimensión principal del mainel, su espesor, es una fracción entera de dicho lado: 1/3. Dividiendo cada lado en tres partes y trazando rectas perpendiculares el cuadrado queda dividido en nueve, pero las intersecciones de los cuadrados no coinciden, figura 5.17 (a). Es sobre el cuadrado central sobre el que se aplica el procedimiento «ad quadratum» para sacar los anchos y el nuevo mainel.

Si se consideraran las divisiones producidas por el primer giro, los lados del cuadrado quedarían divididos en partes desiguales, figura 5.17 (b). La parte pequeña supondría 3/10 y la grande central 2/5, aproximadamente. Así, el espesor del mainel viejo considerando el cuadrado central sería de $l/24$, siendo l la luz de la nave. Si se considera la parte pequeña, el espesor del mainel sería de $l/34$.

Nervios de las bóvedas

Una bóveda gótica se compone de nervios, claves y plementería. Los tratados sólo mencionan los nervios. En la *Medida del coro* y en las *Instrucciones* se dedica bastante atención a la montea y traza de los nervios de las bóvedas, pero la ausencia de figuras hace que su interpretación sea difícil.[17] En cuanto a su forma geométrica, sólo hablan de los nervios cruceros, que deben ser de medio punto.[18]

En las *Instrucciones* se dan distintas reglas para las plantillas de los nervios. Como antes, las plantillas se obtienen a partir del espesor de la pared del coro. Una primera regla para obtener el espesor de la plantilla del arco crucero es que debe ser 1/6 de la pared del coro: «Si quieres obtener la plantilla del arco crucero, divide el espesor de la pared en seis partes y toma una de ellas, la plantilla del arco crucero, y así como sea de larga, su ancho será la mitad». (45r)

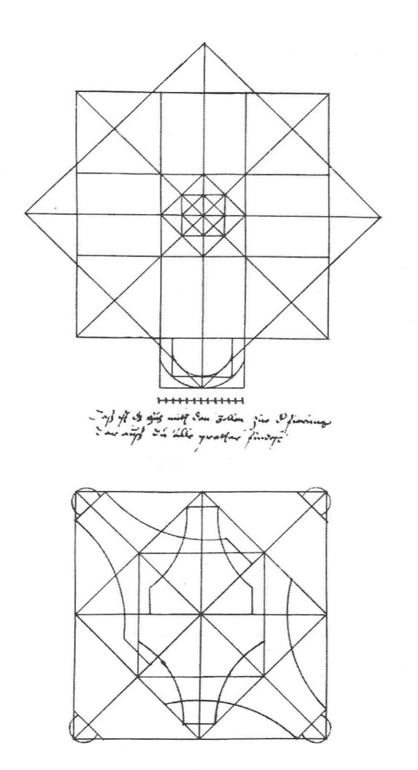


Figura 5.15
Arriba, cuadrado de lado la pared del coro, dividido en nueve cuadrados iguales. Abajo, cuadrado central (girado 45°) de la figura anterior en el que se da la construcción geométrica, ad quadratum, para obtener las plantillas del «viejo mainel» y del «nuevo mainel». (Lechler 1516)

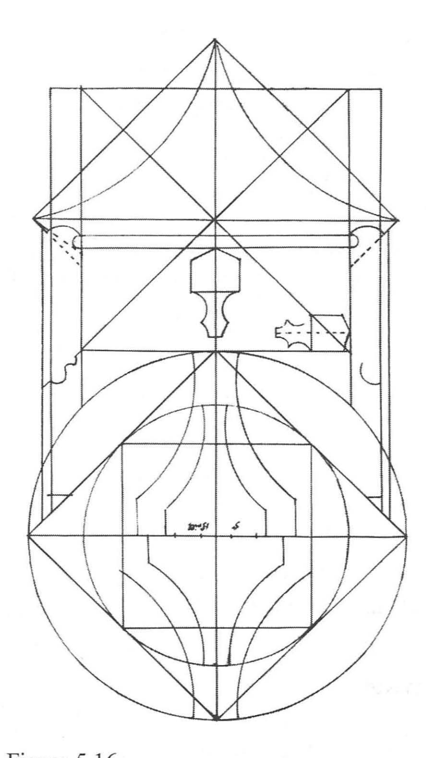


Figura 5.16
Plantillas para maineles viejos y nuevos. Hay varias trazas superpuestas. Arriba, plantillas de nervios de 1/3 de espesor de la pared. En la parte inferior construcción ad quadratum para obtener el mainel nuevo del viejo equivalente a la de la figura 5.15. (Lechler 1516)

Si esta regla se refiere al espesor total del nervio da cantidades demasiado pequeñas: para un coro de 30 pies, con una pared de 3 pies (*l*/10), el arco crucero tendría un espesor de $^1/_2$ pie (*l*/60, unos 15 cm) y esto es, evidentemente, demasiado poco.[19] En este caso Lechler al decir «plantilla» (bredt) se debe referir a la parte moldurada del nervio. Si esto es así, el nervio tendría un espesor de 1/3 de la pared ó 1/30 de la luz, que son valores razonables. En otra parte del manuscrito trata de nuevo el tema, confirmando esta hipótesis: «Quien lo quiera hacer a

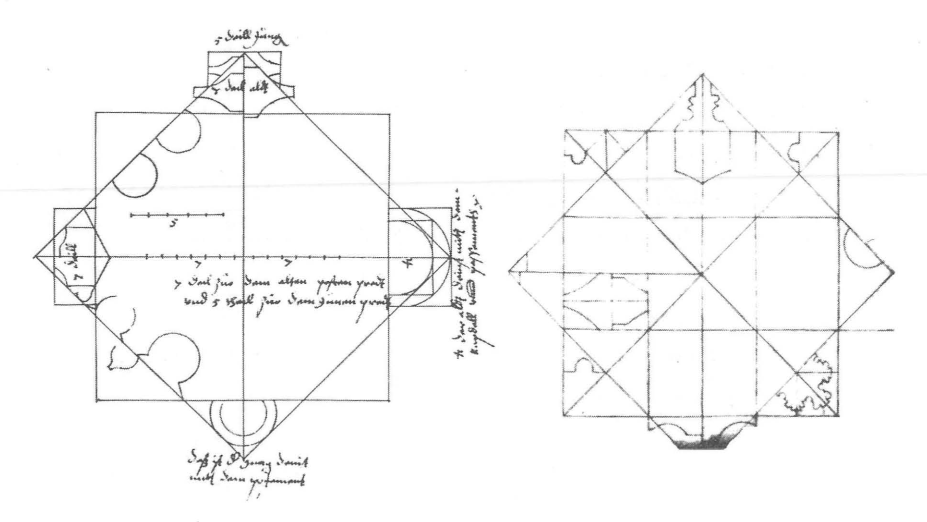


Figura 5.17
Aplicación del método ad quadratum para obtener las plantillas de maineles y nervios: (a) dibujo del manuscrito de Lechler; (b) traza de la Wiener Sammlung, (Koepf 1969).

partir del espesor de la pared, que cruce un cuadrado dentro de otro, y divida ese mismo cuadrado, en pequeño, en tres partes, y tan grande como una de ellas es, así de grande, debe ser la plantilla del arco crucero, en lo largo, y tan largo como es, debe tener la mitad de ancho». (51v)

Lechler advierte que la regla se refiere al «gran arco crucero» (Großkreuzbogen) que se usaba en épocas anteriores cuando había piedra suficiente y que en su época se debía usar el «pequeño arco crucero» (klein Kreuzbogen), salvo cuando la bóveda fuera de grandes dimensiones; el espesor del pequeño arco crucero es 5/6 el espesor del grande: «. . . este es el gran arco crucero que usaron nuestros Antepasados, porque tenían suficiente piedra, pero hoy día se debe tener mucha más consideración, por eso debes usar el pequeño arco crucero, salvo cuando tengas que construir una gran bóveda, . . . por tanto divide el gran arco crucero en seis partes y toma cinco para el pequeño arco crucero». (45r)

En una de las ilustraciones del manuscrito (fig. 5.16 más arriba) pueden verse dibujados dos nervios dentro de un cuadrado. Si el lado de este cuadrado es el espesor de la pared del coro, midiendo sobre el dibujo puede comprobarse que el

espesor del nervio grande es 1/3 de dicho lado, y el espesor del pequeño es 5/6 del grande. Además, la parte moldurada de los nervios es la mitad de su espesor e igual a su ancho. El dibujo confirma las interpretaciones anteriores.

Lechler trata de nuevo el proyecto de los nervios, ahora en relación con los maineles de las ventanas, y da regla para obtener el espesor de los arcos perpiaños a partir de los cruceros, para la nave central y las laterales: «los arcos cruceros . . . deben tener el tamaño de los maineles, y los arcos perpiaños, deben tener, el espesor del largo de los maineles, y los arcos cruceros de la nave mayor, deben ser tan grandes, como los arcos perpiaños de la nave lateral, y los arcos perpiaños de la nave mayor, deben ser un tercio más grandes que los arcos cruceros de la nave mayor». (54v–55r)

Por tanto, en la nave mayor el crucero debe tener el mismo espesor que los maineles, $l/30$ siendo l la luz de la nave mayor, y el perpiaño un tercio más $(4/3)(l/30) = l/22{,}5$. En la nave lateral el perpiaño tendrá el espesor del crucero de la mayor. No se da regla para el crucero de la nave lateral. Resumimos lo anterior en la siguiente tabla:

	arco crucero	arco perpiaño
Nave mayor	$l/30$	$l/22{,}5$
Nave lateral	–	$l/30$

Tabla 5.2
Espesores de los arcos cruceros y perpiaños en función de la luz (l) de la nave central.

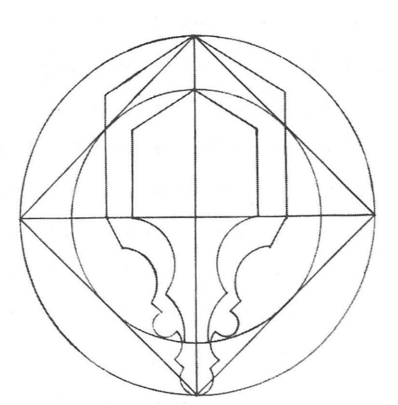


Figura 5.18
Relación «ad quadratum» entre dos nervios. (Lechler 1516)

Es interesante que se dé más sección a los nervios perpiaños que a los cruceros. Como se verá, Rodrigo Gil de Hontañón hace lo mismo.

Finalmente, en el manuscrito aparece un dibujo, figura 5.18, que permite relacionar las dimensiones de dos nervios ad quadratum. Dado que los dibujos no tienen una relación clara con el texto del manuscrito, no se puede saber a qué dos nervios se refiere el dibujo. La relación entre los espesores de ambos es de $\sqrt{2}:1$, esto es muy aproximadamente, 7:5, que no coincide con las relaciones anteriores entre arcos cruceros grandes y pequeños, o entre arcos cruceros y perpiaños.

Torres

Las torres altas coronadas por flechas de madera o piedra son tan típicas del gótico como los arbotantes y las bóvedas de crucería. La planta de la torre era casi invariablemente cuadrada. Una vez establecida la esbeltez de la torre (la relación entre el lado de la base y la altura) el parámetro estructural más relevante es el espesor de sus muros; finalmente, hay que decidir la salida de los contrafuertes de las esquinas, y estas decisiones completan el proyecto estructural de la torre.

En el *Tratado de Viena* no aparece regla alguna para calcular el espesor de las paredes de las torres. En los otros dos tratados se calcula dicho espesor en función de la altura de la torre: la pared tendrá de grueso 1/20 de la altura.

En las *Instrucciones* el texto es el siguiente: «Si una [torre] va a tener doscientos pies de altura, dale a su pared diez pies; si va a tener trescientos pies, dale a la pared quince pies». (46v) En la *Medida del Coro* viene la misma regla expresada de forma casi idéntica: «El espesor de la pared de la torre se rige por su altura. Si la torre tiene 200 pies de alto, la pared tendrá 10 pies de espesor; si tiene 300 pies de alto, la pared tendrá 15 pies de espesor». (244)

Esta regla debió tener cierta difusión en Europa central pues Alberto Durero la emplea en su proyecto para la torre de una ciudad, figura 5.19, incluido en su *Unterweisung der Messung* (Instrucción sobre la medida) de 1525. Durero describe minuciosamente la forma y dimensiones de la torre. La torre debía tener una altura de 200 pies hasta la cornisa; el diámetro exterior en la base es de 40 pies, 1/5 de la altura hasta la cornisa; el espesor del muro en la base es de 10 pies, esto es, 1/20 de la altura (si bien Durero no cita explícitamente la regla).

Los estribos o contrafuertes de las torres sólo se tratan en las *Instrucciones* y en la *Medida del coro*. Hay que especificar el ancho y luego el resalto o saliente a partir de la pared. Como en el caso de los estribos de la nave o el coro, estas dimensiones se calculan a partir del espesor de la pared.

Para el ancho, en la *Medida del coro* viene la siguiente regla: «Si la torre va a tener contrafuertes, su ancho se buscará a partir del espesor de la pared, dividiendo dicho espesor en tres partes y dos de ellas será el ancho del contrafuerte». (245) En las *Instrucciones* Lechler expone la regla de la siguiente manera: «divide después la pared (de la torre) en tres partes y toma las mismas tres partes para el contrafuerte». (46v) No parece lógico dividir en tres partes la pared para tomar las tres partes. Así, pues, se puede interpretar de dos maneras: bien como en el caso anterior tomando dos partes (y suponiendo un error de copia), o bien considerar literalmente la regla de manera que el saliente es igual al

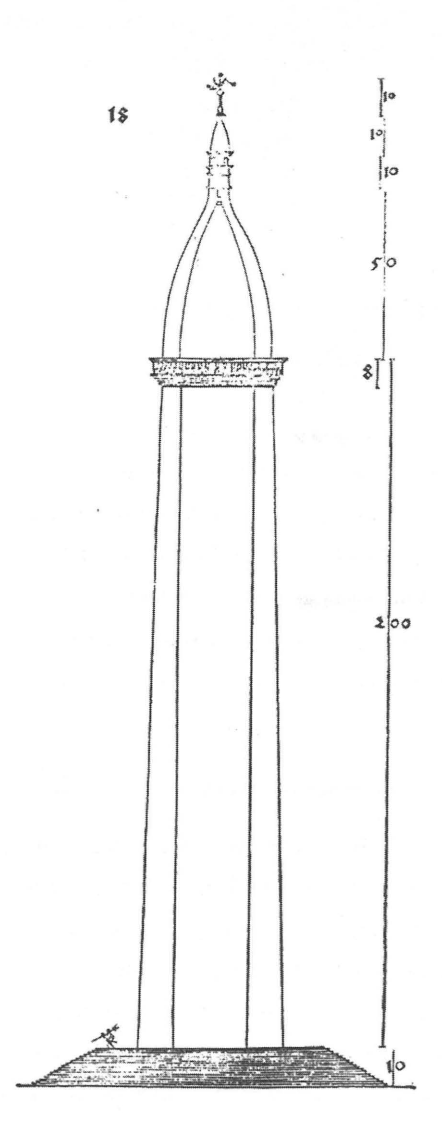


Figura 5.19
Proyecto para una torre en la plaza de una ciudad de Alberto Durero. La altura y el espesor de la pared de la torre coinciden con los valores estipulados para las torres en las *Instrucciones* de Lechler y en el manuscrito de *La medida del coro*: la pared debe tener un espesor de 1/20 de la altura. (Durero 1525)

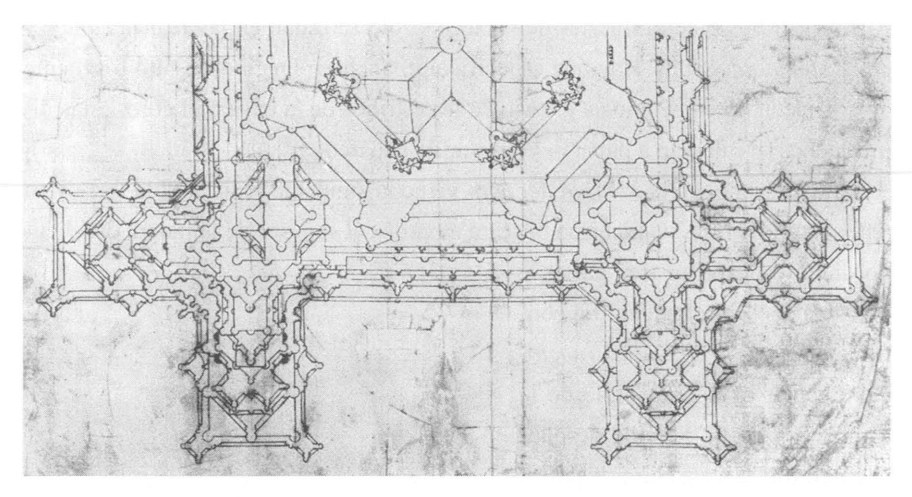


Figura 5.20
Traza de la planta y contrafuertes de una torre, perteneciente a la Wiener Sammlung (Koepf 1969). Nótese que la salida de los contrafuertes es aproximadamente vez y media su ancho, verificándose la regla de los tratados del gótico tardío.

espesor del muro. En ambos tratados está previsto incrementar este ancho cuando el contrafuerte ha de ir decorado con tracería gótica.

En cuanto a la salida del contrafuerte, ambos tratados especifican que ha de ser una vez y media el espesor de la pared, figura 5.20. En la *Medida del coro*: «El ancho del contrafuerte tomado 1 $^1/_2$ da su largo». (246) Lechler: «así haz los contrafuertes tres veces la mitad de largo». (46v)

Los congresos de expertos: la catedral de Gerona

En la Edad Media era una práctica habitual, cuando había dudas sobre el proyecto o la continuación de una obra importante, el pedir la opinión de maestros o expertos foráneos. Los expertos se reunían en un congreso y debían contestar por escrito y bajo juramento, levantándose acta de lo discutido en las reuniones. Algunas de estas actas han llegado hasta nosotros y son documentos importantísimos a la hora de comprender la construcción medieval. La más antigua es la de Chartres (1316) y en Italia es famosa la de la catedral de Milán (ca. 1400). En

España cabe citar las de Zaragoza (ca. 1500), Salamanca (1512), Segovia (ca. 1530) y Gerona (1386, 1416).[20]

El caso de Gerona es particularmente interesante para el tema que nos ocupa, pues en los informes se trata un tema específicamente estructural: la viabilidad de la construcción de las bóvedas de crucería más grandes del gótico, con una luz de unos 23 m y una altura de 35 m.[21] Esta luz prácticamente dobla las dimensiones habituales y supera en varios metros la de las más grandes iglesias y catedrales (cf. la tabla 11.3, p. 495).[22] Además, los estribos de la nave única de Gerona presentan una esbeltez inusual para estas dimensiones.

El tema del tamaño es central para el tema de este libro. Como se ha visto, las reglas de proyecto medievales son reglas de proporción, que permiten definir formas estables independientemente del tamaño. El caso de Gerona es quizá el mejor ejemplo de la confianza de los maestros góticos en el proyecto geométrico: se dobla el tamaño usual, pero se mantienen las proporciones. Merece, pues, un examen detallado.

Primero, resumamos brevemente la historia previa a los informes. A finales del siglo XIII la antigua catedral románica se había quedado pequeña y se decidió edificar una nueva catedral sobre el mismo solar de la antigua. En 1312 se inició la obra por la cabecera, en estilo gótico clásico, terminándose la construcción del ábside en 1347.[23] Este nuevo ábside y presbiterio se hizo sobre un esquema de tres naves, con girola y nueve capillas absidales, figura 5.21.

En algún momento antes de finalizar la construcción del ábside, surge la idea de continuar la construcción con una gran nave única que salvaría la luz de las tres naves juntas, posiblemente hacia 1340. Hacia 1386 se habían levantado las capillas del lado sur de la nave, la obra avanzaba lentamente y podría haberse cubierto ya el primer tramo de la gran nave única, pero ciertos maestros y canteros hacían correr el rumor de que la obra era peligrosísima. El Cabildo decidió, entonces, realizar una consulta a los principales arquitectos de Barcelona y Gerona. La reunión se celebra el 23 de febrero de 1386 y se conservan las actas del proceso verbal que tuvo lugar.[24]

Los tres maestros barceloneses declararon unánimemente que la nave única era «imposible de sostenerse y de grandísimo riesgo». Por el contrario, los gerundenses se mostraron en su mayoría partidarios de la gran nave única. Para dos de

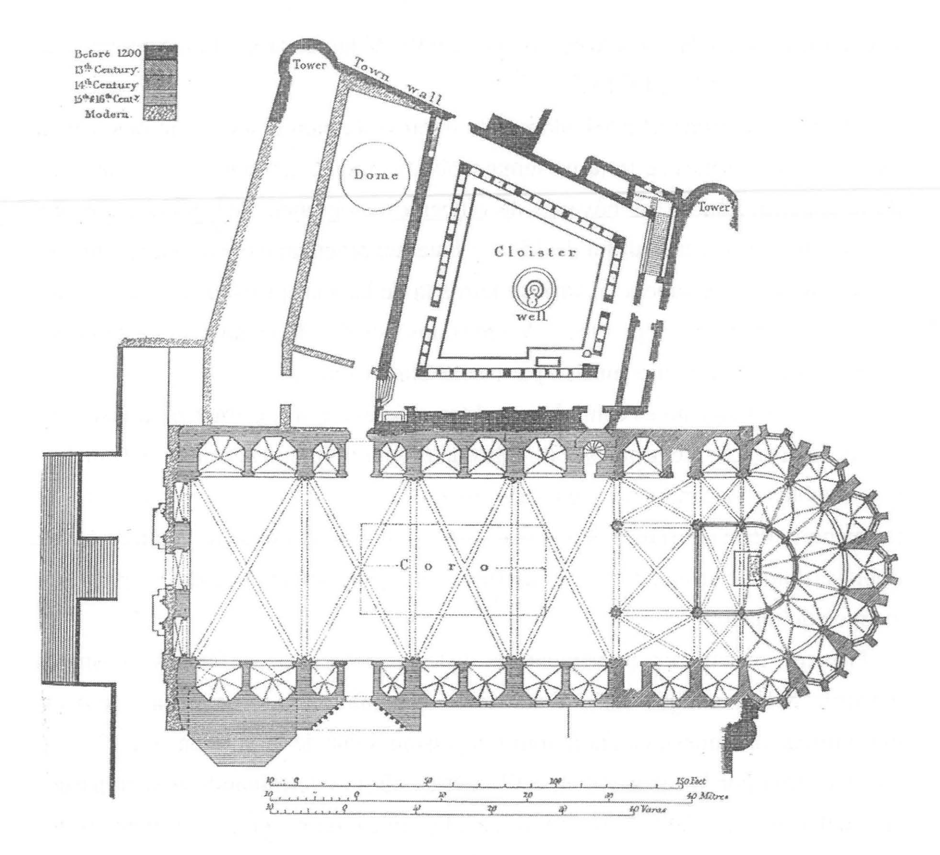
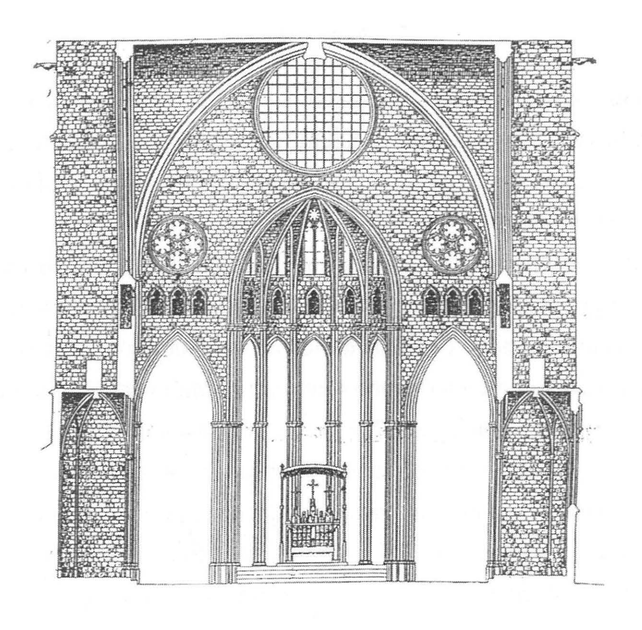


Figura 5.21
Planta de la catedral de Gerona. La cabecera gótica de tres naves fue construida primero. Posteriormente se decidió continuar la catedral con una nave única que salvara toda la luz. (Street 1926)

ellos, Pere Coma, maestro de obras de la catedral en aquella época, y Guillem Mieres, maestro cantero, no había ninguna duda de que la solución de una nave no sólo era muy segura sino también más proporcionada y hermosa. No obstante, Pere Ramon Bosch, también maestro cantero, matizaba que la solución de una nave era segura pero habría que reforzar algo los estribos. Finalmente, para Guillem Morey, escultor original de Mallorca, la solución de una nave no era segura. Unos meses más tarde, en septiembre, acudió también Bernat Roca de la Seu de Barcelona, que mostró, como sus otros tres colegas barceloneses, una oposición



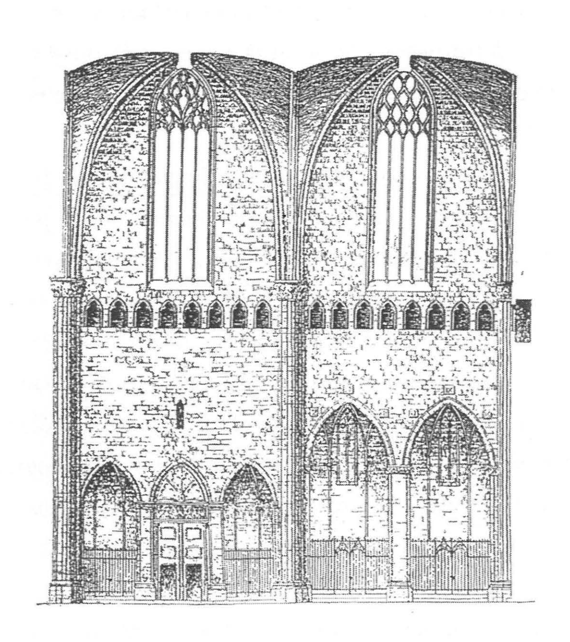


Figura 5.22.
Sección transversal y longitudinal por la gran nave (Bassegoda 1889)

de 1386. Maestro experimentado entonces, no fue llamado sin embargo a declarar, aunque tendría una opinión formada. En cualquier caso, Bofill resucita el proyecto de continuar la gran nave única. Tras tantos años de interrupción la única forma de poner en marcha de nuevo el proyecto es celebrar otro congreso de expertos, pero esta vez con una mayor participación en número y lugares de procedencia. En particular se trataba de evitar la polarización Barcelona-Gerona que se había producido en el congreso de 1386.

El nuevo congreso de expertos tuvo lugar el 23 de enero de 1416 y asistieron once arquitectos: Juan y Pascasio de Julbe, maestros de la catedral de Tortosa; Pedro de Vallfogona y Guillermo de la Mota, de la catedral de Tarragona; Bartolomé Gual y Antonio Canet, de la catedral de Barcelona; Guillermo Abiell, maestro de la iglesia del Pino, de Barcelona; Arnaldo de Valleras, de la iglesia de Manresa; Antonio Antigoni, de la catedral de Castellón de Ampurias; Guillermo Sagrera, de la de Perpiñán; y Juan de Guinguamps, de la catedral de Narbona. Cada uno de ellos tiene que contestar bajo juramento a tres preguntas. El Cabildo leyó las respuestas en septiembre del mismo año y, encontrando opiniones divididas, convocó el 8 de marzo de 1417 al entonces maestro de la catedral Guillermo Bofill, para que contestara a las mismas preguntas.

Las preguntas a las que debieron responder los maestros foráneos y el maestro de la obra eran:[26]

1.- Si la obra de la dicha iglesia catedral de una nave empezada antiguamente más arriba se podrá continuar con designio de quedar segura y sin riesgo.

2.- Supuesto que no pueda continuarse dicha obra de una nave con seguridad, ó que no se quiera continuar, si la obra de tres naves, seguida después, es cóngrua, suficiente, y tal que merezca proseguirse; ó por el contrario, si debe cesar, ó mudar de forma; y en este caso hasta qué altura debe seguir, y se especificará todo de manera que no pueda errarse.

3.- Qué forma ó continuación de las dichas obras será la más compatible y la más proporcionada á la cabeza de la dicha iglesia, que está ya comenzada, hecha y acabada.

Sobre la forma «más compatible y proporcionada» (pregunta 3) de continuar la catedral hay división de opiniones, inclinándose la mayoría (siete) por la solu-

ción de tres naves. Sin embargo, sobre la seguridad de la solución de una nave (pregunta 1) hay unanimidad: los doce arquitectos afirman que la obra será segura y que los estribos ya iniciados serán suficientes.

Sólo dos expresan alguna duda sobre la capacidad de resistir terremotos o huracanes; así Guillermo de la Mota juzga «que la obra de la iglesia empezada, de una nave, se puede hacer bien, y que la crucería será firme», pero advierte que en las obras antiguas «las gruesas, como sería ésta de una nave, se hunden con los temblores de tierra o con los grandes huracanes», y por estas causas teme que la obra no sea permanente.

Este temor es la única nota discordante. Por lo demás, para otros dos arquitectos la obra no sólo es segura sino que los estribos son excesivos. Arnaldo de Valleras dice que «los zócalos [estribos] que tiene dicha obra, y los demás que se hagan como ellos, son buenos y suficientes para sostener la obra de una nave; y aunque no fuesen tan fuertes, serían firmes y seguros.» Guillermo Bofill, el arquitecto de la catedral, va más allá y dice «que los zócalos, y los otros que se hagan como ellos, son y serán buenos y firmes ... [y]... aunque no fuesen tan robustos, serían suficientes para mantener la dicha obra de una nave, pues tienen un tercio más de anchura de lo que necesitan; por lo que son más fuertes y no ofrecen peligro alguno.»

Finalmente, se adoptó la solución de la gran nave única. Los dos primeros tramos se completaron en el siglo XV, el tercero en 1572 y el cuarto en 1598. Las grandes bóvedas llevan, pues, varios siglos en pie y dan la razón a Guillermo Bofill y demás partidarios de la audaz solución de nave única.

La pregunta es: ¿cómo es posible que tuvieran esa seguridad a falta de un ejemplo de dimensiones similares? ¿Qué sustrato común de conocimientos les permitía emitir un juicio tan categórico? Indudablemente, los maestros góticos que participaron en el congreso tenían unos conocimientos, una teoría común, y de acuerdo con esta teoría los estribos de la gran nave de Gerona tenían unas dimensiones adecuadas.

Es posible que usaran alguna regla concreta; por ejemplo, la regla geométrica n°1 citada más arriba da un estribo de la misma proporción, figura 5.7. Pero esto no demuestra que se empleara, sólo demuestra, como se ha dicho, que se trata de una regla gótica. También podría pensarse que el proyecto de Gerona sólo es un

cambio de tamaño de un ejemplo anterior.[27] (Si éste, a su vez, se hubiera construido de acuerdo con algún tipo de regla.) Puede afirmarse, sin duda, que la gran nave de Gerona prueba la pericia de los constructores y la existencia de una «teoría», fruto de la experiencia de siglos, que permitía proyectar con seguridad, independientemente del tamaño.

Proyecto de puentes medievales

En la Edad Media se produce un renacimiento en la construcción de puentes de fábrica, que tras la caída del Imperio Romano había quedado estancada. Es conocida la pericia de los constructores de catedrales góticas; el desarrollo en la construcción de puentes es comparable y culmina con el puente sobre el río Adda en Trezzo (ca. 1400) con 72 m de luz (cf. figura 11.12, p. 405). Esta enorme luz sólo fue superada a comienzos del siglo XX. Hay una coincidencia de fechas con las grandes bóvedas de Gerona y de Guillem Sagrera en Nápoles. También con otros grandes logros técnicos del gótico tardío: las torres. La torre de la catedral de Estrasburgo con sus 146 m de altura o la torre Asinelli en Bolonia, con «sólo» unos 100 m de altura pero con una esbeltez (relación entre altura y ancho de la base) asombrosa de 12. Las catedrales góticas son, simplemente, una muestra más de la pericia de los constructores góticos, de la revolución técnica que precedió a la revolución científica.[28]

La estructura de un puente de fábrica consta de: cimentación, pilas, bóvedas y cepas o estribos (en los extremos del puente). Hay otros elementos que podríamos considerar secundarios: los tímpanos, el relleno y la calzada. El puente debe disponer, además, de pretiles y sistemas de desagüe. Finalmente, puede ir adornado con distintos motivos compositivos (impostas, columnas) o escultóricos. Nos ocupa en este libro sólamente la estructura abovedada y las reglas de proyecto que usaban los antiguos constructores de puentes. Por supuesto, el proyecto de la cimentación de las pilas y cepas es un tema crucial, que se sale del ámbito de este libro.[29]

El aspecto fundamental era, una vez elegido el emplazamiento, el decidir el número y tamaño de la pilas y cepas que han de sostener las bóvedas del puente. El espesor de la pila debe cumplir dos requisitos: 1) debe resistir el empuje de las bóvedas adyacentes, cuando el puente se construye por tramos, como era lo habi-

tual; 2) debe permitir un desagüe suficiente para el río, no sólo para su caudal normal, sino en caso de grandes crecidas. La forma de la pila también influye en este segundo requisito y por eso, casi siempre, las pilas presentan tajamares aguas arriba y, a veces, también aguas abajo.

En el caso general de un puente de varios arcos, el constructor debe realizar un ajuste con arcos de varias luces. Así, se solía disponer el arco mayor salvando el cauce del río, cuando esto era posible. Para proyectar el puente, suponiendo todos los arcos de la misma forma, el constructor debía manejar una regla simple que relacionara el espesor de la pila con la luz de las bóvedas que descargan sobre ella: por ejemplo, que la pila sea una fracción simple de la luz. Como veremos, es precisamente este tipo de reglas el que se encuentra en todos los tratados sobre puentes a partir del Renacimiento. Con toda probabilidad, las reglas de puentes renacentistas tienen un origen medieval. Sin embargo, no ha llegado hasta nosotros ningún tratado medieval sobre el proyecto de puentes análogo a los ya citados sobre construcción de iglesias del gótico tardío.

El único documento que se ha conservado es anterior a la época medieval, titulado *Dispositio fabricae de pontibus*, se escribió antes de 822 y fue copiado varias veces hasta el siglo X. Según Mesqui «es un verdadero formulario, que da el modo de calcular la profundidad de las cimentaciones superficiales y que explica un método de cimentación por inmersión. Todas las dimensiones se establecen por referencia al cuerpo humano (altura del cuerpo, de la entrepierna, de la rodilla, del pecho, dimensión del codo). . . [y] se aplicaban tanto a los puentes abovedados como a los puentes mixtos. Además, nada proviene de Vitruvio».[30] Se trata, sin duda, de un documento de origen romano, pues los métodos de proporción por analogía con el cuerpo humano no se usaron durante la Edad Media. Pero este documento, tal y como ha llegado hasta nosotros, sólo se ocupa de las cimentaciones.

Al margen de este tratado, los únicos documentos escritos que han llegado hasta nosotros son las trazas para construir determinados puentes y los peritajes, informes pedidos a distintos expertos, sobre la forma de construir, continuar o reparar algún puente en concreto. En todos los casos, estos documentos originales se limitan a establecer las dimensiones de las pilas y los vanos (con frecuencia se construían primero las pilas, por un maestro especializado en este compli-

cado trabajo de cimentación, y, luego, otro maestro construía las bóvedas), la altura y ancho de la calzada, etc. Unas veces estas condiciones se ponían únicamente por escrito, resultado de un contrato de construcción o de un informe previo; otras, se acompañaba además con una traza o dibujo. Las dimensiones específicas se adaptaban al problema concreto y resulta difícil probar el empleo de una cierta regla, del tipo de las recogidas por Alberti en su tratado (ca. 1500). En cualquier caso tanto el trabajo de Mesqui en Francia, como otros realizados en España (Arrúe y Hoya 1998) muestran la enorme cantidad de documentación sobre la construcción de puentes que aún queda en los archivos a la espera de ser descubierta e interpretada.

El puente de piedras de Zaragoza

En este sentido resulta muy interesante uno de los documentos más antiguos que se conservan sobre la construcción de un puente de fábrica: se trata del manuscrito que se conserva en el Archivo Municipal de Zaragoza sobre la construcción del llamado Puente de Piedras. El manuscrito recoge documentos y actas sobre la traza y obra del citado puente, que comienzan a partir de 1401 y constituye una mina de información sobre los procedimientos constructivos, materiales, maquinaria etc., empleados en la construcción del puente.[31] Nos interesa la parte en la que se describe el proyecto de las pilas, pues las dimensiones que aparecen sugieren el empleo de una regla aritmética sencilla en su dimensionamiento: asignar a cada pila el tercio del vano correspondiente.

Los párrafos resultan un poco confusos. Según dice Herranz y Laínz (1887), existía un antiguo puente del siglo XIII que se derrumbó quedando solamente una arcada. Según el manuscrito este arco era de 99 palmos y su pila de 34 palmos (aproximadamente, 1/3 de la luz), y al parecer en el extremo contrario quedaba otra pila de 20 palmos. Restaban por cubrir 456 palmos de río. En el informe se barajan dos propuestas. La primera es de tres tramos, con su pila correspondiente, de 133 palmos (se supone la misma proporción que antes, arco 99 pila 34), quedando un vano de 60 palmos que guardaría también la misma relación, 1/3, con la pila existente de 20. La segunda contempla tres pilas de 30 palmos, dos vanos de 90 palmos, dos vanos de 80 palmos y una pila de 20. La pila de 20 resultaría insuficiente según la susodicha regla. No sabemos si debido a

ello, los maestros recomiendan construir en ella dos torres defensivas. A continuación el texto del manuscrito según la transcripción de Herranz y Laínz:

> Et apres los dos maestros [Maestre Johan de Frenoya y Maestre Colrat] visto almallo el dito puent consellaron sobre la forma como aquell se podia comenzar y acabar sus la forma siguient.
>
> Primerament trobaron que la ultima arquada feyta del puent de piedra en tal Rio Ebro que ha de tono novante i nueu palmos de canya . . . Continuando que medida la ampleza del pilar de la dita ultima archada i que trobade Trenta y Quatro palmos de canya . . .
>
> . . . que trobado que del piet zaguero de la buelta zaguera de piedra entró a la puerta del puent ha Quatrocientos cinquante y seys palmos. los quales compartidos en tres arcadas y tres piedes a razon de cient trenta i tres palmos entre archada y piet vista de tono para la quarta archada del puent sixante palmos.
>
> Maestre Johan de Frenoya y Maestre Colrat conselleron y ordenaron que en la obra del puent de piedra avia necesarias quatro archadas y tres piedes y otro piet a la puerta de vint palmos. Et que los ditos tres pieds havian pro de cada trenta palmos de amplo. Et las primeras dos arcadas consegutivas al puent de piedra cada novante palmos de tono. Et las otras dos cada huytante palmos de tono i que les parecia que en el piet de la puerta de vint palmos que por bel parecer de la hobra se deviesse prender en tal manera que hi pudiesen seyer feytas Dos torretas una de cada part que serian delant la puerta del dito puent.

Resulta evidente que los constructores estaban manejando como regla de proyecto para las pilas que éstas debían tener un tercio de la luz. Esta regla del tercio aparece de nuevo en el Renacimiento en un contexto diferente: el proyecto de arcadas y bóvedas en edificios.

6
El Renacimiento

Alberti

El tratado de arquitectura de Leon Battista Alberti (1404–1472) se comenzó a escribir probablemente hacia 1435 y fue presentado formalmente al Papa Nicolás V en 1452. La edición príncipe, en latín, se publicó en 1485 y es, por tanto, anterior a la primera edición de Vitruvio (Wiebenson 1982). En España, la primera traducción se publica en 1582 (basada en la traducción italiana de Bartoli de 1565). Esta última es la que hemos utilizado.

Desde el punto de vista de la historia de las técnicas constructivas este tratado no ha recibido la atención que merece. Aunque Alberti leyó diligentemente a los antiguos (Vitruvio, Plinio, Frontino) en modo alguno su obra es una mera recopilación de opiniones diversas, sino, más bien, el fruto de sus investigaciones no sólo de las fuentes escritas sino de los monumentos existentes, así como de su propia experiencia profesional. El resultado es un compendio de todo el saber constructivo de su época. Su influencia en este sentido ha sido enorme, apareciendo citado en la práctica totalidad de los tratados de construcción hasta el siglo XIX.

El tratado de Alberti contiene algunas reglas estructurales y observaciones constructivas muy interesantes. Las hemos agrupado por temas.

Sobre arcos

Alberti distingue tres tipos básicos de arcos: de medio punto, rebajado y apuntado: «Los arcos difieren entre si, porque uno es recto el qual constituye un entero semicirculo, la cuerda de este se endereza por el centro del circulo. Ay otro que imita mas la naturaleza de viga que no de arco, a este llamamos disminuydo, por ser no entero medio circulo, sino que es alguna parte quota de el, la cuerda deste dista del centro y esta encima. Ay tambien arco conpuesto el qual mismo unos llaman angular, otros arco que se conpone de dos arcos disminuydos, y tiene su cuerda dos centros de dos lineas flechadas que se cortan entre si». (85)

Recomienda que los arcos se hagan de dovelas de gran tamaño y que éstas sean iguales entre sí: «Los cuños de que se haze el arco querria que fuessen todos de piedra ancha, y quanto pueda ser grande, porque la naturaleza de qualquier cuerpo es mas indisoluble, la que esta allegada y unida por natura que no la que es conjuncta y compuesta con la mano, y arte de los honbres, y conviene que sean entre si iguales, para que como en valança correspondan las cosas diestras a las siniestras en haz, grandeza, peso y en las demas semejantes». (86)

También establece la dirección de las juntas entre dovelas, que deben dirigirse hacia el centro (esto es, normal a la curva de intradós): «En todo arco haras que las apegaduras de las junturas, y los cerramientos se enderecen a su centro». Esta última observación, por obvia, suele pasarse por alto, pero esta prescripción es fundamental para evitar los posibles fallos por deslizamiento. Recomienda asimismo que la clave sea una piedra grande. A continuación comenta las características estructurales más sobresalientes de cada uno de ellos, añadiendo disposiciones constructivas que mejoran o responden a dicho comportamiento estructural.

Arco de medio punto: el arco ideal

Alberti consideraba que el arco más estable y resistente era el de medio punto. Y así fue considerado, en general, hasta el siglo XVIII. Trata de demostrarlo por «razón y argumento». Sus observaciones son interesantes por dos motivos. En primer lugar constituyen el primer intento de explicación del funcionamiento estructural de un arco, e influyeron muy posiblemente en los comentarios de Baldi

(1621) sobre los arcos.[1] En segundo lugar, porque ponen de relieve la importancia de la distribución de las masas en la estabilidad de un arco, hecho éste clave en el diseño estructural de las estructuras de fábrica.

En el segundo aspecto los comentarios de Alberti no dejan lugar a dudas sobre la importancia de una adecuada proporción de las masas para conseguir el equilibrio de un arco:

> El arco recto ser el mas firme de todos se ve por ello mismo, y demuestrase por razon y argumento. Y no veo en que manera se pueda deshazer de suyo, sino es que de los cuños el uno empuje al otro echandole fuera, de la qual injuria estan tan apartados que aun el uno se confirma con la ayuda del otro, y si por ventura acometiessen hazer esto son prohibidos por la natura de los pesos debajo de que estan, o con que los mismos cuños estan embutidos. De aqui es aquello de Varro, que dize, en las obras de arcos no se rigen mas las cosas diestras por las siniestras, que las siniestras por las diestras. Y esto se puede ver porque el cuño mas alto que es uno solo en el espinazo de en medio, como puede echar fuera los cuños de los lados o apremiandoles ellos mismos quando podra el ser echado fuera del asiento y occupado: pero los cuños que succeden cercanos por los costados facilmente son retenidos en sus oficios con la igualdad de los pesos. Finalmente los cuños que estan asentados en las dos cabeças, porque han de ser movidos estando los de arriba en sus officios? (85)

Arcos rebajados y apuntados

La característica más relevante de los arcos rebajados es el poderoso empuje que producen. Alberti resalta este hecho y propone, para eliminar el empuje la colocación de tirantes de hierro: «. . . luego en los arcos rectos que facilmente se defienden no tenemos necesidad de cuerda, pero en los disminuydos affirmamos una cadena de hierro, o cosa que tenga fuerça de cuerda a las estensiones de las paredes de una y otra parte, y desseamos que estas estensiones no sean mas breves de que con ellas pueda ser enterada de la redondez disminuyda que falta».

A continuación da dos consejos de buena práctica constructiva sobre los arcos rebajados: a) colocarlos dentro de los muros de modo que el espesor de las paredes resista su empuje; b) aún en este caso, colocar arcos de descarga de medio

punto para aliviar el empuje: «Lo qual mismo nunca menospreciaron hazerlo los antiguos architectos, y los arcos disminuydos mientras pudieron nunca los dexaron de hazer enteros dentro de los lados de las paredes, y observaron excelentemente, que a las vigas derechas donde avia ocasion les aplicavan encima un arco disminuydo. Y de mas desto, a los mismos arcos disminuydos les sobreponian encima arcos rectos que defendiessen debajo de si a los arcos disminuydos y recibiessen en medio las molestias de los pesos».

En cuanto a los arcos apuntados señala el hecho fundamental de que resisten fuertes cargas verticales, en particular si éstas se colocan sobre la clave. De ahí la recomendación habitual de colocarlos en las bases de las torres: «Los arcos conpuestos no se ven acerca de los antiguos [;] ay algunos que piensan que se han de poner en las aberturas de las torres, para que hiendan los pesos puestos encima como con proa contrapuesta, porque los arcos conpuestos se confirman con los pesos puestos encima, mas que no son opprimidos».

Bóvedas: esqueleto resistente. Rellenos

La parte correspondiente a las bóvedas del tratado de Alberti contiene escasas reglas estructurales. Sin embargo, las consideraciones constructivas son excepcionalmente interesantes y no tienen comparación con las vagas indicaciones recogidas, en general, en el resto de los tratados examinados. Por esta razón las comentamos a continuación.

Alberti insiste en varias partes de su tratado en la necesidad de diferenciar el esqueleto resistente o estructura del resto del edificio. Del mismo modo que Rodrigo Gil, como se verá en el siguiente capítulo, y que Viollet-le-Duc casi cuatro siglos más tarde, parece distinguir entre partes «activas» y «pasivas». Parecería obvio atribuir este hecho a la influencia gótica, sin duda presente en su obra, pero las citas de Alberti corresponden a las antiguas edificaciones romanas. En efecto, los romanos frecuentemente tejían en el interior de sus masivas estructuras un auténtico esqueleto de cadenas y arcos de ladrillo. Éste es el caso, por ejemplo, del tambor del Panteón de Roma donde un complicado entramado de arcos y machones de ladrillo transmite la carga de la cúpula (ésta sí es de hormigón en masa) a la cimentación, y el dispositivo se encuentra en muchas construcciones romanas de la época del imperio (Choisy 1873).[2]

Como buen renacentista realiza, en primer lugar, una analogía con los esqueletos de los animales: «Advirtieron los philosophos, en los cuerpos de los animales aver acostumbrado la naturaleza perfectionar de tal suerte su obra, que no haya querido que en algun tiempo estuviessen los huessos apartados de los huessos, ni disjuntos». (84) La idea del esqueleto resistente o estructura como algo autónomo no puede expresarse con mayor claridad: «Assi nos ajuntaremos los huessos a los huessos, y los afirmaremos muy bien con nervios y ataduras, para que sea la orden y conpostura de los huessos tal, que con ella sola, aunque falten las demas cosas este en pie la obra y perfectionada con sus miembros y firmezas».

La idea del esqueleto aparece todavía más clara en el siguiente pasaje, donde vuelve a distinguir entre nervios («huesos») y plementerías («cumplimientos»), que son sostenidas por los nervios: «La razon del conponer las bovedas, guardar se ha la misma que en los muros porque se han de levantar los huessos enteros hasta lo alto de la boveda desde los huessos de la pared, y puestos alli se guiaran segun la manera dellos, y entresi distará por alguna parte quota. Pero de huessos a huessos se estenderán ligaduras y se replenaran los cunplimientos de en medio: pero diffieren en esto que en la pared se conponen y ajuntan las piedras y cada una de las hileras con esquadra y nivel y regla derecha. Pero en la boveda se enderezan las hiladas y las junturas de las piedras azia el centro de su arco con regla flechada».

Más adelante en el tratado vuelve a insistir en la analogía con la naturaleza y en la importancia del esqueleto resistente: «Finalmente en toda la boveda, como quiera que ella sea, imitaremos a la naturaleza la qual quando ajunto huessos a huessos entremetio las mismas carnes con vellecillos y ataduras enxeridos por todos los diametros en largo, en ancho, en alto, en bajo, y al traves. Este artificio de la naturaleza me parece que hemos de imitar en el entretexer las piedras para las bovedas». (88)

Finalmente, Alberti advierte sobre la conveniencia de macizar los riñones de las bóvedas. En efecto, como se verá en la Tercera Parte de este libro, cargando adecuadamente una bóveda podemos aumentar de forma considerable su estabilidad. Por otro lado, un buen relleno reduce de hecho la luz de la bóveda, que se vuelve más rebajada y, por tanto, más estable. Ambas consideraciones conducen

a la práctica habitual de cargar o macizar los riñones: «. . . y los vacios que quedan entre las flechaduras de las bovedas, y la pared en que restriban, al qual lugar los officiales llaman muslo, o embecaduras, hinchanse no de tierra o de pedaços secos de edificios viejos, sino antes con fabrica ordinaria y firme, y una vez y otra enlazada con la pared».

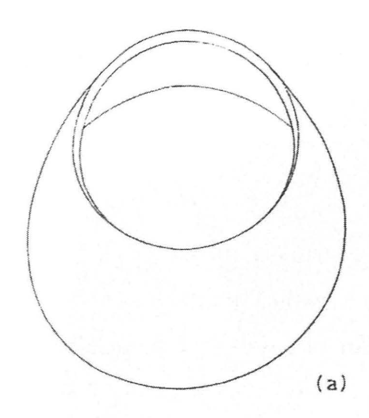
Cúpulas esféricas y poligonales

Los comentarios de Alberti sobre las cúpulas demuestran el profundo conocimiento del funcionamiento estructural que tenían los arquitectos italianos del Renacimiento, que ya quedó de manifiesto en el pliego de condiciones escrito por Brunelleschi para la construcción de la cúpula de Santa Maria del Fiore.[3]

Alberti explica el funcionamiento estructural de las cúpulas esféricas diciendo que se componen de «arcos» y «cornijas» (cornisas), y efectivamente este hecho es el que determina su comportamiento estructural, pues la cúpula se vuelve autoportante por efecto de las compresiones resistidas por los anillos, y puede construirse sin cimbra, o llevar un óculo en su coronación: «Pero entre las bovedas de todas, solo ay una que es la recta spherica, que no pide cimbrias pues ella cierto no consta solamente de arcos, sino tambien de cornijas. Quien podria contar o pensar, quanto sean el uno y otro destos innumerables apegados, aplicados, cortandose entre si en angulos iguales y desiguales, de suerte, que en cualquier lugar por toda la semejante boveda entrecortares alguna piedra, entiendas que tu has puesto cuño de muchos arcos y cornijas, y el que sobrepusiere cornija a cornija, y el que echare un arco sobre otro fingireys que quiere arruynar la obra, de done començara, yendo principalmente todos los cuños o volsores que miran a un centro con igual ahinco y fuerças».

También sabía Alberti que la cúpula poligonal es, en determinadas condiciones, autoportante y puede construirse sin cimbra. Da además la condición geométrica para que esto sea así: «Tambien podras levantar sin algunas cimbrias la boveda angular espherica, con tal que entretexeras por la grosseza de ella misma otra recta espherica».[4]

Mainstone (1977) ya hizo notar este hecho en su estudio sobre la cúpula de Santa Maria del Fiore, figura 6.1, aunque parece desconocer los citados párrafos de Alberti. En el párrafo siguiente, donde habla del método a seguir en su



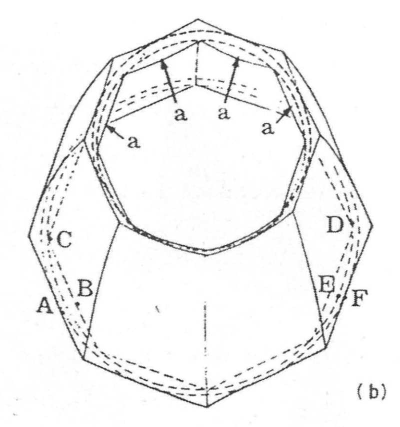


Figura 6.1
Estabilidad de cúpulas semiesféricas y poligonales. (a) la cúpula semiesférica es estable en todas las etapas intermedias de la construcción siempre que se ejecute realizando anillos completos, ya que el último anillo actúa como una clave; (b) la cúpula poligonal es estable si es capaz de contener dentro de su espesor un anillo circular. (Mainstone 1977)

construcción, se refiere en forma implícita al método ideado por Brunelleschi, figura 6.2: «Pero aprovechara que hechas, y endurezidas unas y otras cornijas de piedra enlazar alli debajo livianos cimientos y assas, a los quales los fies tanto andamio o cimbrias, quanto baste para sostener las cornijas que se carguen desde ay sobre algunos pies, hasta que se sequen, y despues quando tambien estas partes se endureciesen cada una orden, traspassaras estas ayudas de andamio hasta perfectionar las cosas mas altas, y esto en tanto que acabas la obra».

Puentes

Las reglas para el proyecto estructural de puentes formuladas por Alberti constituyeron, con pequeñas alteraciones, la doctrina oficial sobre los puentes hasta mediados del siglo XVIII. Aunque, como es natural, se construyeron puentes que se apartaban de lo estipulado por Alberti, en particular en lo que se refiere al empleo de arcos rebajados, la regla para el dimensionado de las pilas fue cuestionada por primera vez por Perronet.

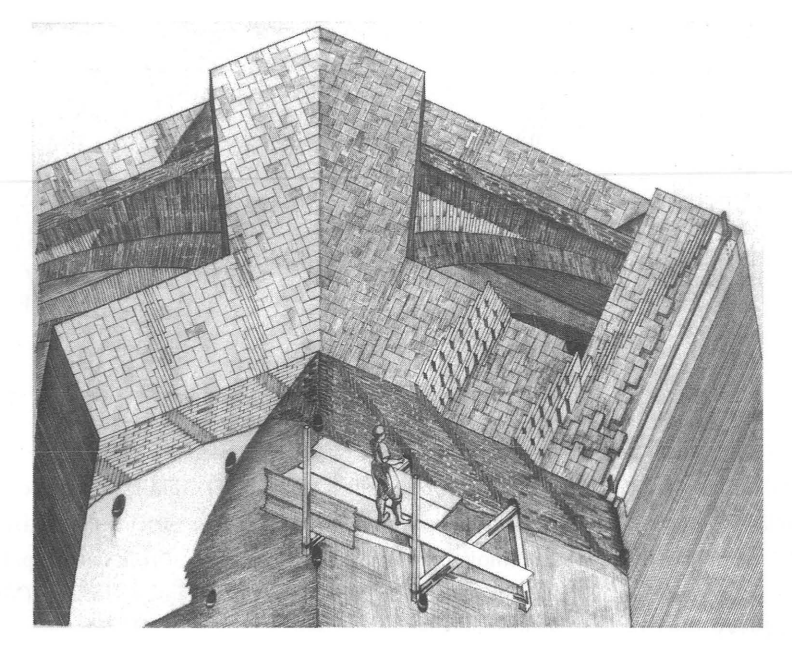


Figura 6.2
Método constructivo de Brunelleschi para Santa Maria del Fiore. La cúpula se construyó sin cimbras, empleando un aparejo de ladrillo en espina de pez. Existen varias interpretaciones; en la figura la reconstrucción de Sanpaolesi (1941).

Las reglas de Alberti afectan a todos los aspectos fundamentales de su geometría y permiten dibujar la sección de un puente «ideal». Así lo hizo Straub, y su restitución aparece en la figura 6.3. De hecho no existe ninguna diferencia entre un sistema de reglas proporcionales y un dibujo a escala.

Sobre las pilas dice: «. . . la grosseza de los pilares sera con la altura de la puente en proporcion subquadrupla». (114) El grueso de la rosca del arco de boquilla o aristón debe ser un décimo de la luz. Las pilas, además de cumplir la condición anterior, deben tener un espesor comprendido entre 1/4 y 1/6 de la luz: «. . . cualquier arco que estuviere en la frente de esta boveda se hara de piedra muy dura y grande, no de otra suerte que aquella que tuviste por bien poner en los pilares, y no avra en el arco piedras mas delgadas, que a lo menos

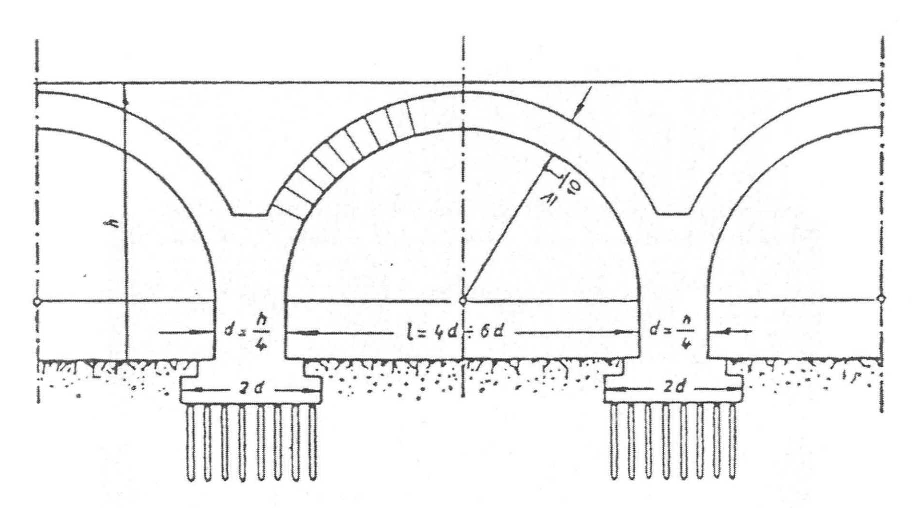


Figura 6.3
Dibujo de un puente siguiendo las reglas de proyecto de Alberti. (Straub 1949). Un sistema de reglas proporcionales conduce a una serie de posibles diseños. Un dibujo contiene, a su vez, un sistema de reglas de proporción.

no respondan con su grosseza en la decima parte de su cuerda, y la cuerda no sera mas larga que seys vezes la grosseza del pilar, y no mas corta que quatro, y aya enxeridos pernos de arambre para enlazar estos tales cuños entre si, y barretas no flacas». Hay, pues, una limitación al grosor de las pilas: un grosor excesivo puede no afectar la estabilidad pero sí dificultar el paso del agua, convirtiendo el puente en una especie de presa, que puede ser arrastrada por las aguas.

En los puentes el grosor de los aristones, los arcos que están en el paramento del puente, no coincide en general, con el espesor de la bóveda. Alberti, de hecho, da otro espesor, menor, para la rosca de la bóveda en otro lugar de su tratado. Así, en el libro octavo, cuando trata de los espacios públicos, figura 6.4, dedica unos párrafos al proyecto de puentes y, sobre el tema de los arcos del puente dice: «Y hazerse han gruessos en las grandes puentes no menos que por la decimaquinta parte de toda la abertura». (248) Es esta regla la que aparece recogida con posterioridad, por ejemplo, en el tratado de puentes de Gautier (1716), casi dos siglos más tarde. Desde luego, la regla del décimo de la luz conduce a espe-

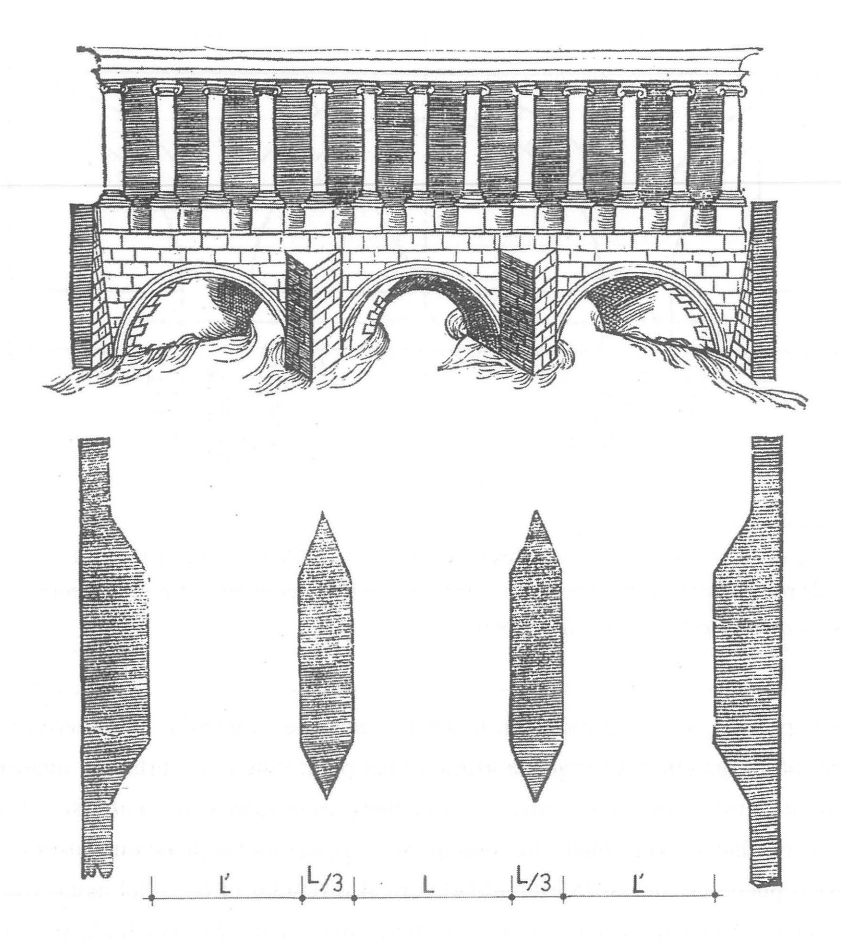


Figura 6.4
Proyecto de un puente para un ciudad. En este proyecto Alberti utiliza reglas distintas de las generales que enuncia en el capítulo sobre puentes: las pilas son de 1/3 de la luz y el espesor de la bóveda del puente es de 1/15 de la luz. Ambas proporciones se pueden verificar en el dibujo que corresponde a la edición de Bartoli (1565).

sores de rosca muy grandes, para puentes de cierto tamaño. En cuanto a las pilas, dice ahora que «a la grosseza de ellas se dar la terçia parte de su abertura» (249), contradiciendo las reglas anteriores. Es posible que Alberti se refiera al puente de Adriano, que cita con anterioridad, o que, simplemente, cita otra regla antigua

también en uso. Esta regla del tercio es la que se aplicó en el proyecto del puente medieval de piedras de Zaragoza (véase cap. 5).

Apunta la posibilidad de utilizar el arco rebajado en vez del de medio punto cuando la situación lo exija, pero no se olvida de advertir, como lo hizo en el capítulo de las bóvedas, que hay que reforzar en este caso los estribos: «Diximos, que la boveda era contenida de arcos y cumplimientos, y que el arco era el mas firme el que era recto, y si por la disposicion de los pilares de tal manera corresponde el recto que seas offendido con su demasiado relieve de medio circulo, usaremos del disminuido confirmados muy mucho los lados de la ribera con mayor grosseza». (115)

Insiste de nuevo en la necesidad de macizar los riñones de las bóvedas: «todos los cumplimientos se replenarán por la parte de dentro con piedra; para que no se pueda dar ninguna ligazon mas entera ni mas ajustada que esta».

Por último, alude a la necesidad de ejecutar las obras de los puentes con cuidado excepcional ya que deben resistir el paso de cargas en ocasiones de gran magnitud: «. . . las bovedas y arcos, assi por las demas cosas, como por los fuertes y continuos temblores de los carros, conviene que sean muy señaladamente fuertes y maravillosamente affirmados. Y añade que algunas vezes se han de traer por la puente, acaso, grandissimos pesos de colossos. . . . Y la razon persuade, que a las puentes se les deven muy grandes piedras enteras con el exemplo del yunque, porque si ella fuera grande y muy pesada facilmente sostiene los golpes de los martillos, pero si es mas liviana ressiste a los golpes y se conmueve».

Torres

Alberti da también reglas para calcular las dimensiones principales de las torres. Aunque este tema se sale del ámbito de este trabajo lo comentaremos por su interés. De hecho, las reglas de Alberti para torres estuvieron en uso hasta mediados del siglo XIX.

Alberti distingue con claridad los dos parámetros fundamentales en relación con la altura: la anchura de la base y el espesor de los muros. Primero trata de las proporciones generales: «La torre, o sera quadrangula, o sera redonda. En las unas y en las otras es necessario que la altura responda con la anchura en cierta

determinada parte». (245) Así mismo distingue entre los dos tipos básicos de sección: cuadrada y circular. La primera presenta una mayor estabilidad a igual perfil aparente y puede tener proporciones más esbeltas: «La quadrangula quando ha de ser delgada, hazer se ha ancha por la sexta parte de su altura. La redonda tendra quatro vezes el diametro en la altura». También da las proporciones para torres menos delgadas: «La que ha de ser muy gruessa si fuere quadrangula hazerse ha ancha no mas que por la quarta parte de su altura. Si redonda tendra el diametro tres veces la grosseza de la pared».

El espesor en la base, para torres de sección constante en toda su altura debe ser de 1/15 de la altura: «Si vuiere de ser alta por quarenta cobdos dar le has no menos que quatro cobdos [*sic*]. Si se fiziere de hasta cinquenta cobdos, entonces dalle has cinco cobdos [*sic*], y a la de sesenta cobdos dalla has seys, y proseguiras de ay adelante con semejante graducion, y estas cosas se deben a las torres puras y senzillas». En esta frase hay un error en la traducción de Lozano: en vez de decir codos debe decir pies en los lugares indicados en el texto. De esta manera la relación entre el espesor y la altura es de 1:15. (Dos codos equivalen a tres pies. Cf. la edición de Rykwert.)

Las anteriores normas se refieren a torres de sección constante en toda su altura, «torres senzillas». Después describe la construcción de una torre donde la sección no es constante sino que se van produciendo reducciones en el espesor a medida que crece la altura, lo que conduce a menor cantidad de material: «Pero el que quisiere hazer torre muy segura contra la fuerça de la tempestad, y muy alegre a la vista sobrepondra cosas cuadradas en las redondas, y redondas sobre las cuadradas, y levantara de grado en grado la obra, de suerte que se vaya adelgazando segun la razon de las columnas, describire la que me parecera ser mas conveniente. Lo primero se levantaran de la planta unos embasamentos quadrangulos, la altura [anchura] dellos tendra la dezima parte de toda la altura que ha de aver en la obra desde lo alto de arriba hasta lo bajo. La anchura tendra la quarta de esta misma altura . . .». Las reglas para torres se resumen en la tabla 6.1, donde h es la altura total y a el ancho entre paramentos exteriores de muros opuestos.

Torres	Planta	Esbeltez (*h*/*a*) delgadas	gruesas	Espesor pared
Sencillas	cuadrada	6	4	*h*/15
	circular	4	3	
Compuestas	variable	4		

Tabla 6.1
Reglas proporcionales de Alberti para las torres. El tratado de Alberti contiene un conjunto de reglas para el proyecto de torres de fábrica. La exposición es sistemática y se ha resumido en la presente tabla.

Palladio

Andrea Palladio (1508–1580) es uno de los arquitectos más representativos del Renacimiento. Su tratado *Los cuatro libros de arquitectura*, publicado en Venecia en 1570, es quizá uno de los más influyentes de la historia de la arquitectura. Aunque en España fue traducido sólo parcialmente en 1625 y la primera traducción completa data de 1797 fue sin duda conocido y empleado por los arquitectos españoles desde finales del siglo XVI.

En lo que concierne al tema de este libro, el proyecto de estructuras de fábrica, en el tratado de Palladio solamente aparece mencionada una regla para dimensionar las pilastras de las logias, y varios modelos de puentes con sus proporciones geométricas fundamentales. Información más concreta ha podido encontrarse en dos de los informes periciales que escribió, sobre la Logia Municipal de Brescia y sobre el Duomo nuovo para la misma ciudad.

Estribos y pilastras de las Logias

En el capítulo XIII de su primer libro, «Sobre el aumento y disminución de las columnas, sobre los intercolumnios y las pilastras», Palladio propone una serie de reglas proporcionales para calcular las pilastras y estribos de las logias o arcadas en los edificios. La pilastra debe tener no menos de $^{1}/_{3}$ del vano y el estribo,

la pilastra de la esquina, $^2/_3$ del vano. Advierte que estas proporciones se pueden incrementar en el caso de que la logia soporte grandes pesos. Entonces, se dará $^1/_2$ del vano o, incluso, los $^2/_3$. Esto es para los edificios públicos. Para los privados, se dará más de $^1/_3$ y menos de $^2/_3$ del vano a la pilastra. Palladio cita ejemplos de edificios, antiguos y coetáneos, para apoyar estas proporciones. El texto de Palladio: «Sin embargo, si la Logia tiene pilastras, deberemos disponerlas de manera que no sean menos gruesas que un tercio del vano que hay entre pilastra y pilastra. Y las que están en las esquinas tendrán de grueso los dos tercios, pues en estos ángulos la fábrica debe ser sólida y fuerte. Y cuando tengan que soportar enormes pesos, como en los edificios muy grandes, entonces se les dará la mitad del vano, como son los del Teatro de Vicenza y en el Anfiteatro de Capua; o bien dos tercios, como en el Teatro de Marcelo en Roma y en el Teatro de Ogubio . . . Alguna vez las hicieron los antiguos tan gruesas como todo el vano, como en el Teatro de Verona. . . . Pero en las fábricas privadas no se harán menos gruesas que el tercio del vano ni más de los dos tercios . . .». (Palladio 1570, 1:16)

Resulta interesante que, al final del capítulo, Palladio insista en el carácter proporcional, independiente de la unidad de medida, de las reglas que propone. En efecto dado que todas las medidas se obtienen en función de un módulo, el grueso de la columna, o a partir de dimensiones obtenidas del módulo (la luz en el caso de las pilastras), «podrá cada uno, haciendo mayor o menor el módulo según el tipo de fábrica, servirse de las proporciones, y de las plantillas dibujadas para cualquier orden que se considere conveniente».

Puentes

Palladio da varios modelos de puentes, estableciendo sus relaciones geométricas fundamentales: las dimensiones de la clave y de las pilas en relación con el vano, figura 6.5. Cada uno de estos tipos dibujados puede considerarse como una regla de proyecto, análoga a la deducida por Straub a partir de las reglas de Alberti. El arquitecto o ingeniero podía luego aceptar o modificar esas proporciones en función de las condiciones particulares del proyecto.

De hecho, la práctica de diseñar a partir de ejemplos construidos fue la norma fundamental en el proyecto de puentes de piedra hasta su desaparición a principios del siglo XX. En los tratados de puentes de los siglos XVIII y XIX,

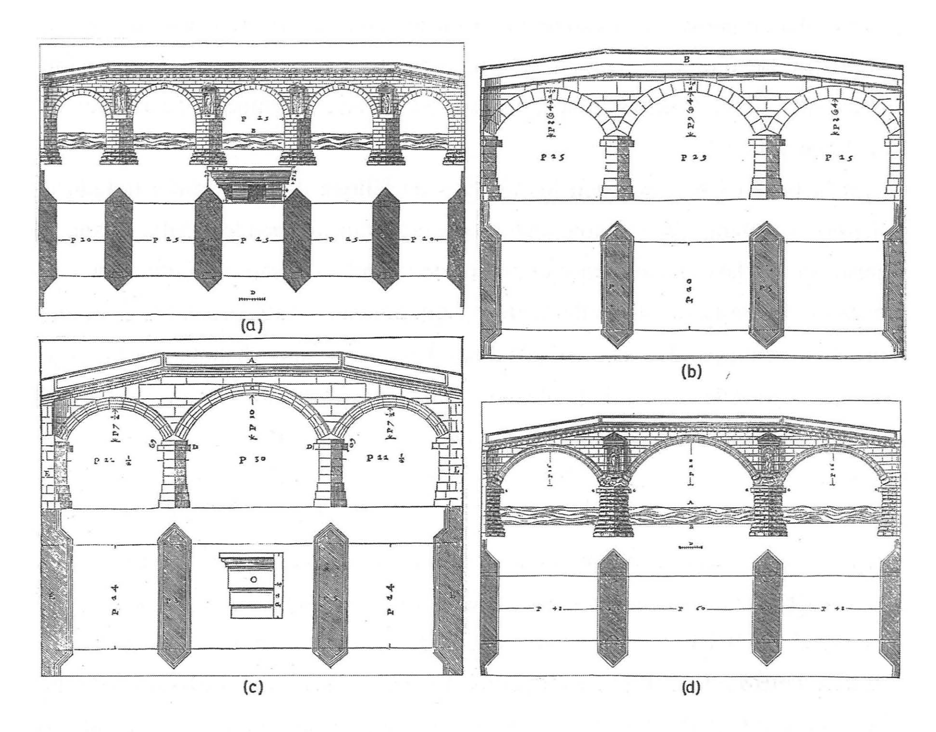


Figura 6.5
Modelos de puentes recogidos por Palladio: (a) Puente romano de Riminí; (b) puente medieval sobre el Rerone; (c) puente de Vicenza de Palladio; y (d) proyecto de puente de Palladio.

	e/l	*p/l*
(a) Puente romano de Riminí	1/10	1/2
(b) Puente medieval sobre el Rerone	1/12	1/6
(c) Puente de Vicenza de Palladio	1/12	1/6
(d) Proyecto de Puente de Palladio	1/17	1/5

Tabla 6.2
Relaciones proporcionales en los puentes recogidos en el tratado de Palladio, figura 6.5. l = vano mayor; e = espesor en la clave; p = espesor de las pilas

se dedicaba un parte considerable a realizar un catálogo de todos los puentes conocidos de los que se daban, además de datos históricos, sus dimensiones fundamentales: luz del vano o vanos, espesor en la clave y arranques, espesor y altura de las pilas.[5]

En la figura 6.5 se recogen los puentes de fábrica descritos en el tratado de Palladio. Los parámetros fundamentales de proyecto, siguiendo a Alberti, son: el espesor de la clave del aristón y el grosor de las pilas. Hemos hallado estas relaciones en base a las medidas del texto o, simplemente, midiendo sobre el dibujo, tabla 6.2. Como puede verse las proporciones no son muy distintas de las recomendadas por Alberti, con la única excepción de las pilas demasiado gruesas del puente romano de Rímini.

Pilastras y arcos: Informe sobre la Logia pública del Palacio de Brescia

«Este edificio, de poca importancia en sí mismo, merece ocupar un lugar en la historia de la construcción por los debates que se suscitaron sobre su estabilidad», dice Rondelet al inicio de su comentario sobre la Lámina en que incluye la planta y sección de la Logia de Brescia. En efecto, las opiniones vertidas sobre este tema por Palladio y Rusconi en un informe pericial conjunto son del mayor interés para estimar las ideas y conocimientos sobre el proyecto de estribos y bóvedas de los arquitectos del Renacimiento.[6]

Destacan entre las cuestiones que se debatieron el tema de los estribos (pilastras) y de la estabilidad de las bóvedas. En el primer caso se trataba de decidir si los muros y pilares sobre los que se asentaba el edificio tenían un espesor suficiente. En el segundo, se quería determinar si las bóvedas sostenidas sobre los pilares y estribos eran igualmente estables.

Palladio y Rusconi dan primero la «regla general», y, luego, la aplican al caso particular. Así, afirman con rotundidad que si los espesores de los estribos son iguales al tercio de la luz de las bóvedas, el edificio tiene una estabilidad suficiente, y que dándoles la mitad del vano tendrán, entonces, una estabilidad a toda prueba. Como hemos visto, estas mismas reglas aparecían mencionadas en el tratado de Palladio.

Dado que los muros que hacen de estribo en la Logia responden a la segunda proporción, dicen que no se puede poner en duda la estabilidad del edificio, y aña-

den como factor favorable la situación de la carga de los muros interiores, que se retranquean hacia el interior: «En relación con las pilastras, decimos que es evidente para cualquier arquitecto experimentado, que un edificio cualquiera, fundado sobre pilastras que tienen de espesor un tercio del vano de la bóveda entre ellas, tiene toda la solidez conveniente que le puede asegurar una larguísima duración; pero si en lugar del tercio, esta dimensión se lleva hasta la mitad para el mismo vano, ciertamente se sostendrá eternamente sin ruina. Y dado que el palacio de sus Ilustres Señorías está hecho con esta proporción (la cual puede calificarse de robustísima), ¿por qué dudar que sostienen convenientemente todo el peso que soportan, y máxime estando situado este peso hacia el interior del palacio, que es lo más seguro?».[7]

El pasaje correspondiente a las bóvedas es de gran interés pues describe un modo de colapso y alude al equilibrio de las distintas partes para asegurar la estabilidad. Palladio dice que el colapso de la bóveda se produce por descenso de la parte superior, pero que para esto suceda el arco debe «enderezarse», la luz aumenta, y los estribos deben girar, lo que no es posible ya que, con su carga superior, son mucho más pesados que la bóveda con su posible sobrecarga. No hay ninguna mención a la posibilidad de fallo del material. Todo el argumento se basa en consideraciones geométricas (mecanismo de colapso) y de equilibrio (mayor o menor peso para que el mecanismo se mueva). Puede verse, pues, un primer germen de las ideas del análisis límite de arcos que se han discutido en la primera parte de este libro. El texto del informe: «En relación con las bóvedas que apoyan sobre las pilastras, nos parece que el arquitecto las ha hecho de un grueso y proporción convenientes, y que teniendo como apoyo unas pilastras de forma tan robusta (como se ha dicho), no es posible que aquella pequeña parte del arco, que se encuentra en la parte alta de esas bóvedas (y que trata de descender más que ninguna otra parte), por su propio peso pudiera enderezarse, para lo que debería alargarse (por ejemplo medio brazo), y así empujaría a las pilastras de cada lado un cuarto de brazo, y consecuentemente con ellas todo el grandísimo peso que soportan. Sucedería entonces que el esfuerzo del peso menor (que aquí es el de esa porción del arco, con las personas que pudieran encontrarse encima), movería el mayor, que consta de todas las pilastras y de todo el muro que soportan, el arco del tejado incluido, lo cual es imposible, pues el menor peso movería al mayor. Así pues, no hay necesidad de pensar en estas frivolidades».[8]

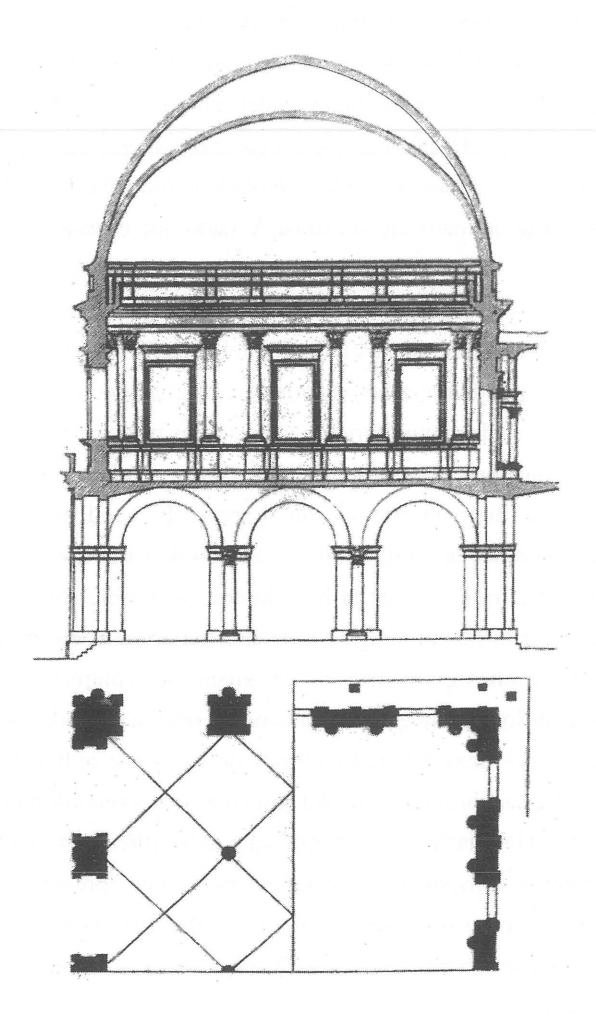


Figura 6.6
Planta y sección transversal de la Logia de Brescia (Rondelet 1834). Palladio y Rusconi escribieron un informe pericial contestando a preguntas sobre la estabilidad de la obra y razonando sus respuestas. Los machones centrales tienen $^1/_2$ del vano y los de las esquinas algo más, cumpliendo las reglas que el propio Palladio enuncia en su tratado de 1570.

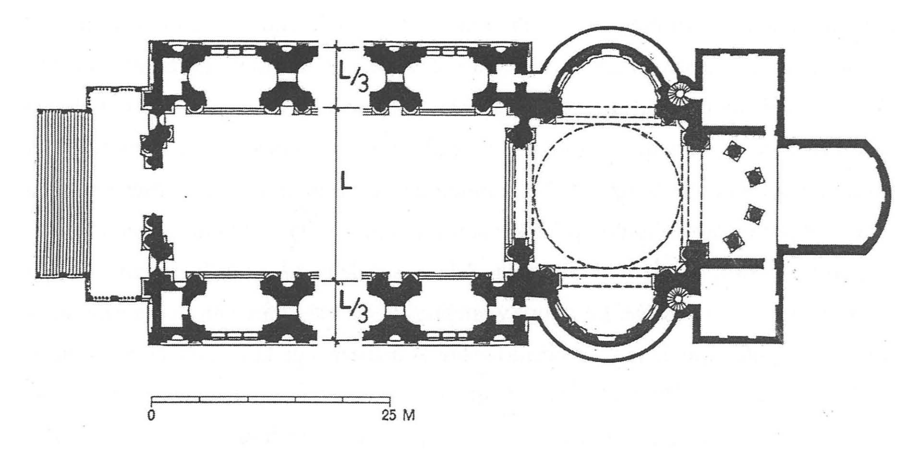


Figura 6.7
Aplicación de la regla del tercio a la Iglesia de Il Redentore de Palladio, en Venecia. Dado que el propio Palladio cita la regla en uno de sus informes periciales es muy posible que la empleara para dar las dimensiones generales de los estribos.

La regla del tercio, dar al estribo de una bóveda de cañón el tercio de la luz, parece haber estado muy difundida en el Renacimiento. En el siglo XVII, como se verá en el capítulo 8, Fray Lorenzo de San Nicolás la toma como base de sus reglas. Por supuesto, hay que tomar con extrema cautela cualquier superposición de una regla geométrica o aritmética sobre un edificio existente, pero ciertamente la regla del tercio supone una buena orientación en el proyecto de estribos para bóvedas de cañón. En la figura 6.7 puede verse cómo los estribos de la iglesia de Il Redentore de Palladio cumplen aproximadamente esta regla, y es probable que la empleara como referencia al realizar el proyecto.

Perfil de las cúpulas: Informe sobre el Duomo nuovo de Brescia

En otro informe sobre el Duomo nuovo de Brescia, escrito en 1567, Palladio discute el perfil de las cúpulas. De nuevo, ha sido Rondelet quien ha llamado la atención sobre el contenido de este informe, que fue publicado, como el anterior, por primera vez por Zamboni.[9] Palladio discute primero la altura que deben tener las gradas sobre el trasdós, argumentando la bondad de esta disposición por la mejora que introduce en la estabilidad de la cúpula. Establece, además, que la cúpula debe ser de

sección variable, disminuyendo hacia la linterna y, finalmente, determina el tamaño de esta última, fijando su ancho y altura con ayuda de un triángulo equilátero con base en el diámetro de la cúpula. El texto es el siguiente: «En cuanto a la cúpula, se debe hacer de manera que sea gruesa a la altura de la imposta, y se construirá un muro que la rodee que tenga de alto la mitad de su semidiámetro; este muro no sólo hará un buen efecto, sino que pesando sobre la imposta la mantiene unida y firme. La parte superior, donde va la linterna, deberá ser delgada, para disminuir la carga en la medida de lo posible. La altura y anchura de la linterna vendrán determinadas por un triángulo equilátero, construido sobre el diámetro de la cúpula, como lo indica el dibujo. Las gradas que vienen encima del citado muro, se construyen tanto por belleza como por firmeza, pues su peso cae precisamente sobre el borde de la imposta de la cúpula. Por lo demás, la construcción se hará simple y sin ornamento».[10]

Zamboni relaciona las instrucciones con un dibujo de Palladio, figura 6.8 (a). El dibujo procede de la edición de Daniel Barbaro (1556) de los *Diez Libros de Arquitectura de Vitruvio*, y es la interpretación del templo circular. En la figura 6.8 (b), se ha dibujado la traza geométrica que sirve de base al dibujo. Como puede verse, el intradós de la cúpula es una semiesfera que está peraltada sobre el nivel de la imposta una cierta altura s. El trasdós vuelve a ser una superficie esférica y su radio es el del tambor que soporta la cúpula. Palladio no define el espesor t del tambor, pero se deduce del dibujo que ha tomado un décimo de la luz. Esta regla parece tener su origen en las recomendaciones de Vitruvio para el espesor de la cella de los templos circulares.[11] Este sistema de traza de cúpulas de sección variable, con dos centros a distinta altura, situados sobre el eje de simetría, y haciendo coincidir el radio de la esfera exterior con el del tambor, está ya presente en los dibujos del tratado de arquitectura de Palladio. Así, la traza puede identificarse con facilidad, con ayuda de regla y compás, en las cúpulas dibujadas.

La traza debía ser común en el Renacimiento italiano. Aparece ya en algunos de los libros de arquitectura de Sebastiano Serlio (1475–1554). En su *Tercer libro de arquitectura*, publicado en 1540 y dedicado a las antigüedades de Roma, emplea la citada traza para dibujar las cúpulas del Panteón, de los templos de Vesta y Baco, del templete de Bramante y, también, del proyecto de Bramante para la cúpula de San Pedro. En 1547 publica su *Quinto libro de arquitectura*, de-

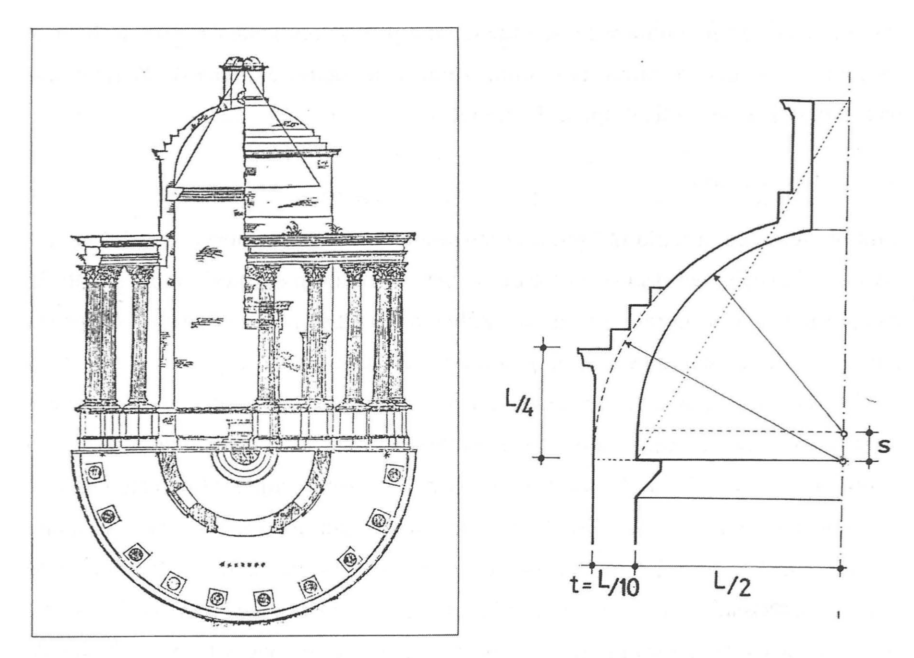


Figura 6.8
Palladio discutió en un informe pericial el perfil de las cúpulas y la altura de las gradas sobre el trasdós. (a) Templo períptero con cúpula (Vitruvio de Barbaro 1556). Rondelet eligió este dibujo para comentar la discusión de Palladio; (b) Posible trazado geométrico de la cúpula.

dicado a los templos, en su mayor parte de planta central cubierta por una cúpula; todas las cúpulas están trazadas con este sistema.[12]

Cuando la cúpula es apuntada, y de sección variable hacen falta cuatro centros. En el cinquecento italiano se construyen varias cúpulas apuntadas (el perfil apuntado es más favorable para recibir el peso de la linterna) y la regla geométrica de su traza debía ser parecida a la propuesta por Fontana (véase cap. 8, más adelante).

Cristóbal de Rojas

Cristóbal de Rojas, ingeniero militar de Felipe II, publicó en 1598 su tratado de fortificación. Tras una primera parte en que sienta los fundamentos geométricos,

está dedicado principalmente a la práctica del proyecto y construcción de fortificaciones. Nos parece interesante citarlo por la mención expresa de la regla estructural del tercio y del empleo de modelos.

Regla sobre estribos

Cita brevemente la regla del tercio, matizando que este espesor se puede reducir cuando el estribo soporta una elevada carga: «siendo un arco de medio punto, le bastara por estribo la tercia parte de su hueco: y algunas vezes bastara la quarta parte, quando cargasse mucho peso sobre los pilares». (97)

La mención de que se puede reducir el estribo aumentando la carga es muy interesante. Era ya conocida por los constructores góticos como lo demuestran la simple inspección de las obras, y un interesantísimo informe de Francisco de Colonia de 1536 en el que se discute el orden de ejecución de los trabajos. Francisco de Colonia indica que se pueden cerrar las bóvedas de las naves laterales sólo si antes se construye en todo su alto la pared de la nave mayor que, con su peso, hace de estribo: «Yten digo, que me paresçe que las dos naves laterales se puede çerrar antes que la nave prinçipal, con tal condiçion que después de çerrados los arcos que van sobre los pilares torales y subidas las paredes que han de yr sobre ellos fasta donde han de començar las ventanas de la nave mayor, se çierren las dichas naves colaterales y no antes, porque el peso de las paredes que van sobre los arcos bastan de estribo, para poderse çerrar las dichas capillas, sin daño de los pilares torales».[13] Christopher Wren discute, asimismo, esta posibilidad en su tratado de arquitectura (véase cap. 8, más adelante).

Empleo de modelos

Al tratar de los cortes de cantería alude expresamente al empleo de modelos. Dado que un modelo a escala puede servir para valorar la estabilidad de la estructura a tamaño real, es importante registrar su empleo frecuente, aunque no aparezca mención alguna explícita de su uso en el proyecto estructural.

Rojas entiende que la mejor manera de aprender los cortes de la piedra es hacer modelos en pequeño, de «contrahacer»[14] las piezas, y evita dar más explicaciones: «. . . no pondre por escrito la declaracion de los cortes de los arcos, porque seria menester una rezma de papel para poder declarar algo de su mucha

dificultad, por ser cosa que consiste todo en experiencia, y que no se puede saber perfectamente el cerramiento de un arco, sino es contrahaziendolo por sus pieças de barro, ò de yesso, y esto digo por la esperiencia que tengo dello, que en tiempo de mi mocedad me ocupe de contrahazer, y levantar modelos de muchas diferencias de cerramientos de capillas». (89)

Juanelo Turriano

El manuscrito que vamos a estudiar es de gran importancia dentro de la Historia de la Técnica en general ya que se trata del primer tratado de lo que, hasta el siglo XIX, se conoció como *Arquitectura Hidráulica*. Se conserva en la Biblioteca Nacional de Madrid y consta de veintiún libros; en el primero lleva en la portada: *Los veinte y un Libros de los Ingenios, y Maquinas de Juanelo, los quales le Mando escribir y Demostrar el Chatolico Rei D. Felipe Segundo Rey de las Hespañas y nuebo Mundo* . . . . Debido a la inclusión en el título del nombre de Juanelo Turriano el manuscrito se ha atribuido tradicionalmente, a este ingeniero y relojero italiano de Felipe II. García-Diego (1983) lo fecha entre 1564 y 1595, pero duda de la autoría de Juanelo. García-Tapia (1990) considera que el autor debe ser el ingeniero español Juan de Lastanosa. El tema no parece estar cerrado todavía. En lo que sigue citaremos a su autor como Juanelo.

Reglas estructurales

Las únicas reglas estructurales del tratado se refieren a los puentes y están contenidas en el Libro 18 «De como se an de hazer las pilas de las puentes de piedra en diversas maneras». Las reglas estructurales y constructivas tienen su origen en el tratado de Alberti en el que evidentemente está inspirado (de hecho muchos párrafos están copiados literalmente). Solamente en el aspecto constructivo aparecen innovaciones en el manuscrito de Juanelo, con una minuciosa descripción del proceso de ejecución de las pilas de los puentes.

Arcos

Juanelo suscribe la doctrina de Alberti sobre el arco ideal: «El que es mas fuerte de todos los arcos es el de medio redondo; porque ninguna de las otras maneras

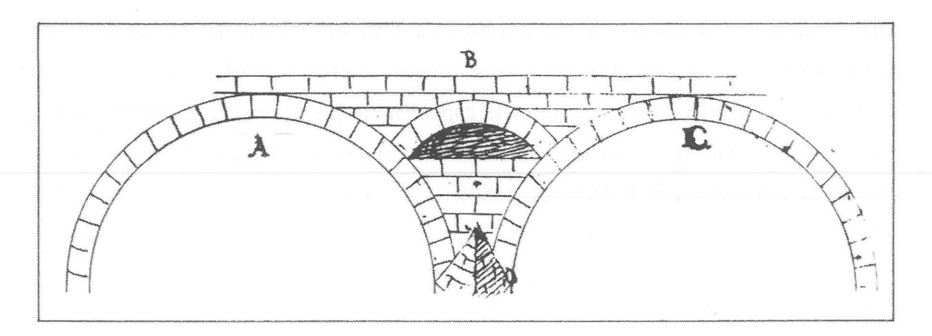


Figura 6.9
Aligeramiento de los riñones mediante arquillos en los puentes. Este dispositivo fue empleado ya por los romanos pero sólo aparece citado en los tratados del siglo XVIII. (Ms. Biblioteca Nacional de Madrid)

es tan fuerte ni paresce tambien, ni tiene tanta graçia como el q' es hecho de medio redondo justamente. . .». (374v)

Insiste, como Alberti, en la necesidad de rellenar los riñones de las bóvedas con buena sillería, para mejorar la estabilidad: «. . . assi mesmo digo, que los arcos se deven hazer, con sus senos, o, costados que sean henchidos y firmes . . .», y más adelante, «. . . lo que hay entre un arco y el otro se deve ir hinchendo de piedra de tal modo, que todo sea muy firme, ni se halle en toda la obra cosa mas firme». (376r)

A continuación describe un procedimiento de ahorrar material, que dice haber visto en Italia, colocando arquillos apoyados sobre los arcos grandes.[15] Los arquillos son rebajados y descargan en el lugar adecuado, aproximadamente en la junta de rotura de los arcos grandes. El texto de Juanelo no deja lugar a dudas de que este aspecto era conocido, figura 6.9: «Ahorranse piedra devaxo de la boveda B. que es la que haze A. y C. en aquel angulo se puede ahorrar gasto y mucha piedra y cal aun tiempo; porque aquel arquillo B. es de mucha fuerça para los dos arcos grandes, y si huviere alguna piedra que fuere muy blanda, o, floxa, puédase poner en aquellos costados del arquillo hazia los arcos A.C. ençima de la B. y assi se pondra en obra lo que paresçera no servir para nada; porque aquel arquillo B. tiene mucho valor en aquel lugar».

En cuanto al espesor de los arcos no da regla, pero sí aconseja, de nuevo siguiendo a Alberti, que «conviene hazerlas muy rezias, por causa del grande atro-

namiento de los carros,. . . . y otros pesos que ordinariamente se offresçen passar por la puente, como son artillerias, colossos, bobeliscos, . . .». (372r)

Las claves de los arcos, recomienda que sean más grandes que el resto de las dovelas, y que se introduzcan, al final, a golpes con un martillo de madera para que hagan presión contra las otras dovelas antes del descimbramiento. De esta manera se pueden reducir los descensos de la clave en el momento del descimbramiento.[16] Ambas consideraciones, como veremos, mejoran la estabilidad del arco: «devese labrar la clave del arco algo mas ancha en la parte de arriba, que ninguna de las otras piedras, la qual çierra el arco... y aun es necessario hazerla entrar a fuerça con calarla con algunos golpes para que entre con un maço de madera para que no se rompa la piedra y hincandose con fuerça haze que se aprieten todas las demas del arco y siendo muy bien apretadas estan muy mas firmes en su lugar y hazen todas muy bien su offiçio». (375v)

Puentes

Juanelo considera el dimensionado de las pilas como fundamental dentro de la construcción de puentes. Lo trata, pues, con detalle dando ejemplos numéricos y diagramas. Las reglas que da están tomadas de Alberti: «No se haga pues mas ancha la cuerda del arco de la puente que quanto es seis vezes gruessa su pila, y esto todo quanto se les puede quitar á las pilas, ni en alguna manera se çufre hazer las pilas mas delgadas de una sesena parte de la cuerda del arco, ni tampoco mas gruessas de la quarta parte de lo largo de la cuerda del arco, que ha de cargar ençima della». (376r)

Para que no quede duda repite de nuevo un ejemplo y, lo que es más interesante, realiza un dibujo a escala de un arco y el intervalo de variación posible de las pilas, figura 6.10, sin duda para acostumbrar el ojo del lector a las proporciones adecuadas: «Digamos agora que el arco tiene de cuerda, de modo que la sesena parte de sesenta es diez que seria lo ancho de la pila, y esto es hazerla tan estrecha, como se pueda hazer, y si tomassemos los mismos sesenta y hiziessemos dellos quatro partes, que es la mayor anchura que se pueda dar a una pila, q' vendria a ser quinze; de suerte que en estos dos extremos se pueden tomar todos aquellos medios, que hay de diez a quince, iran repartiendo como me-

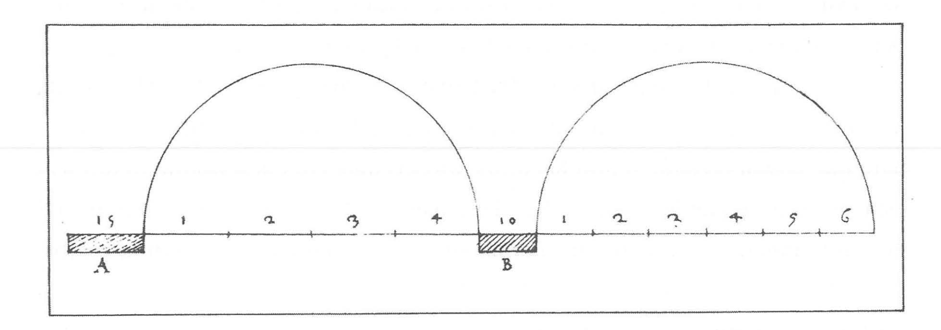


Figura 6.10
Intervalo de variación posible de las pilas de los puentes (Ms. Biblioteca Nacional de Madrid). Juanelo da los dos extremos prescritos por Alberti, máximo 1/4 y mínimo 1/6 y los dibuja para un mismo arco. El esquema podría servir de ayuda en la traza de un cierto puente.

jor les parescera, aunque la mejor proporçion es de treze á doze y doze y medio y sale siempre más verdadera; de suerte que se puede quitar de quinze y añadir á diez, hase esto de hazer con buen juizio y discretion y si la pila es quince, no puede ser el arco menos de sesenta».

7
Rodrigo Gil de Hontañón

Rodrigo Gil de Hontañón (1500–1577) es, quizá, el arquitecto español más importante y prolífico del siglo XVI. Hijo de un conocido maestro constructor gótico, Juan Gil de Hontañón, su familia fue de constructores durante varias generaciones. Por tanto heredó la tradición constructiva gótica, si bien esto no le impidió asimilar el nuevo vocabulario arquitectónico, siendo también uno de los principales maestros del plateresco.[1]

El tesoro de experiencia acumulada procedente de la tradición gótica y sus propias observaciones y reglas, quedaron registradas en un tratado manuscrito que no llegó a publicar. No se conserva el original que aparentemente permaneció en la fábrica de la catedral de Salamanca. Antes de desaparecer fue copiado en 1681 por Simón García, que lo incluyó en su *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos,*[2] formando los seis primeros capítulos; también se le atribuyen una ilustración al final del capítulo 16 y el capítulo 75.

La fecha del manuscrito original de Rodrigo Gil sólo puede deducirse a partir de referencias internas; basándose en éstas, Sanabria (1982) lo sitúa entre los años 1544 y 1554. El manuscrito se ocupa de los principales aspectos del proyecto y la composición de los templos, tratando de establecer sus proporciones y dimensiones correctas. El método empleado por Rodrigo Gil es muy sistemático. En primer lugar calcula la superficie que ha de tener la iglesia, en función del número de ha-

bitantes, el tamaño de la sepultura y de una previsión del crecimiento de la población.

Conocida la superficie, pasa a determinar las trazas generales del templo, la malla geométrica en la que se sitúan pilares, paredes y estribos. Para ello emplea dos métodos: uno clásico, basado en la doctrina de las proporciones del cuerpo humano de Vitruvio, y otro gótico mediante trazados geométricos. Al primero lo denomina «por analogia», al segundo «por ieometria». Por último, aplica una serie de reglas o fórmulas para calcular las dimensiones de los elementos estructurales: pilares, estribos, bóvedas y torres.

Esta última parte es lo que convierte el manuscrito en una pieza única. En ningún otro manuscrito o tratado del gótico tardío o del Renacimiento aparece de una manera tan consciente la separación de la estructura del resto de los elementos que componen el edificio. Las reglas estructurales son completamente independientes del proceso de diseño de las trazas generales y constituyen probablemente el primer intento documentado de crear una «ciencia» independiente para el proyecto de estructuras (aunque su base no sean los principios de la mecánica sino la experiencia acumulada y la observación del comportamiento de las estructuras existentes o en construcción).

Entre las reglas estructurales de Rodrigo Gil podemos distinguir dos grupos fundamentales: 1) reglas para iglesias góticas. 2) reglas para arcos y bóvedas de cañón. Creemos que es importante realizar esta distinción a diferencia de Kubler (1944) y Sanabria (1982) que las estudian juntas. La posición dentro del manuscrito y, sobre todo, los distintos fines, justifican esta división. Las reglas góticas recogen, bien que de forma completamente original, el tesoro de experiencia de la construcción gótica. Las reglas para arcos y bóvedas de cañón tratan de resolver un problema nuevo para un constructor gótico: el estribo de los arcos y bóvedas renacentistas.

El cálculo de estructuras en el proyecto de iglesias góticas

En el siglo XVI, en España, la mayor parte de los templos construidos pertenecen a la tradición gótica. Iglesias de una, tres o cinco naves, normalmente con crucero. En el tipo tradicional la nave mayor es más alta, si bien a lo largo del si-

glo se populariza el tipo de iglesia salón de tres naves. Como ha señalado Kubler, este último sistema estructural es notablemente diferente del empleado en las catedrales góticas europeas de los siglos XIII y XIV. Se caracteriza por tener las naves de la misma altura y por cubrir los tramos mediante bóvedas, muy semejantes a bóvedas vaídas. Así, el trasdós en vez de presentar unas claras líneas de coronación donde se sitúan las claves, muestra una sucesión de superficies cupuliformes que, naciendo de los riñones de los arcos perpiaños, alcanzan su máxima altura en la clave de los arcos cruceros.

Rodrigo Gil muestra su preferencia por este tipo. Las razones que da son estrictamente estructurales y las expone en distintos lugares de su manuscrito. Por ejemplo, dice: «yendo asi a un alto es el edificio mas fuerte porque todo se aiuda uno a otro lo qual no hace quando la principal sube mas, porque es menester que desde la colateral se le de fuerza a la maior y desde la ornacina a la colateral lo qual se da con arbotantes y a este que no se puede subir a un alto o por menoridad de gastos, o por las luces que se fueren a un alto no se le podrían dar que gozabe mas de la una nave». (8v) Y en otro lugar: «El estribo no tan solo sustenta a el arco de su capilla, mas tambien al arco de la colateral y de la maior, las quales si fueren echas a un alto audale mucho el arco de la una a la otra, como el de la colateral a la maior. Mas si fuese mas baja la colateral que la maior el pilar sobre la que carga es menester mas grueso que quando ba la una al peso de la otra». (21r)

La terminología, método de construcción y reglas estructurales que veremos a continuación, son aplicables preferentemente a este tipo estructural. La exposición se desarrolla en el capítulo 6 «Sobre los Templos y sus Alturas con Reglas Generales». La exposición de Rodrigo Gil es sistemática: primero define las trazas generales de la planta, después las alturas correspondientes de naves y bóvedas. Definida la traza general del templo pasa a dimensionar los elementos estructurales. Al final del proceso Rodrigo Gil dibuja la planta definitiva del templo, figura 7.1.

Elementos y construcción de una bóveda de crucería

Rodrigo Gil da una terminología precisa de los elementos que componen la bóveda que cubre un tramo, y describe el proceso seguido en su construcción. Estos

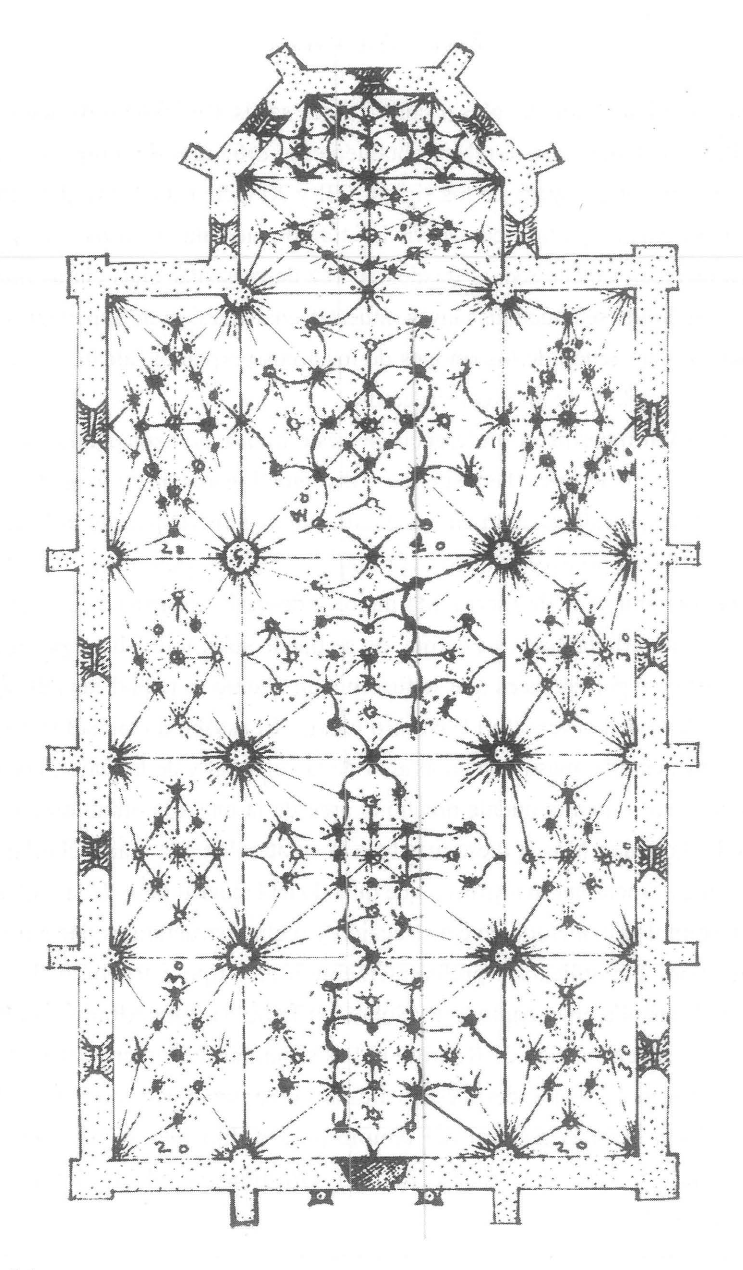


Figura 7.1

Traza para una iglesia. La planta de la figura es el resultado de la aplicación de los métodos geométricos y aritméticos de Rodrigo Gil. Tanto las trazas como las dimensiones de los elementos estructurales (pilares, muros, estribos, claves y nervios de las bóvedas) están determinados utilizando sus reglas. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

elementos son, figura 7.2: los *arcos cruceros* u ojivales, que atraviesan diagonalmente el tramo; los *arcos de forma* o *formeros*, embebidos en las paredes laterales; los *arcos perpiaños* («pripiaños») o transversales, que cruzan el tramo paralelamente a las direcciones principales; los *terceletes*, que subdividen la bóveda entre los anteriores, y las *claves*.

Rodrigo Gil da gran importancia al problema de la construcción y presenta quizá la única exposición escrita coetánea del procedimiento seguido en

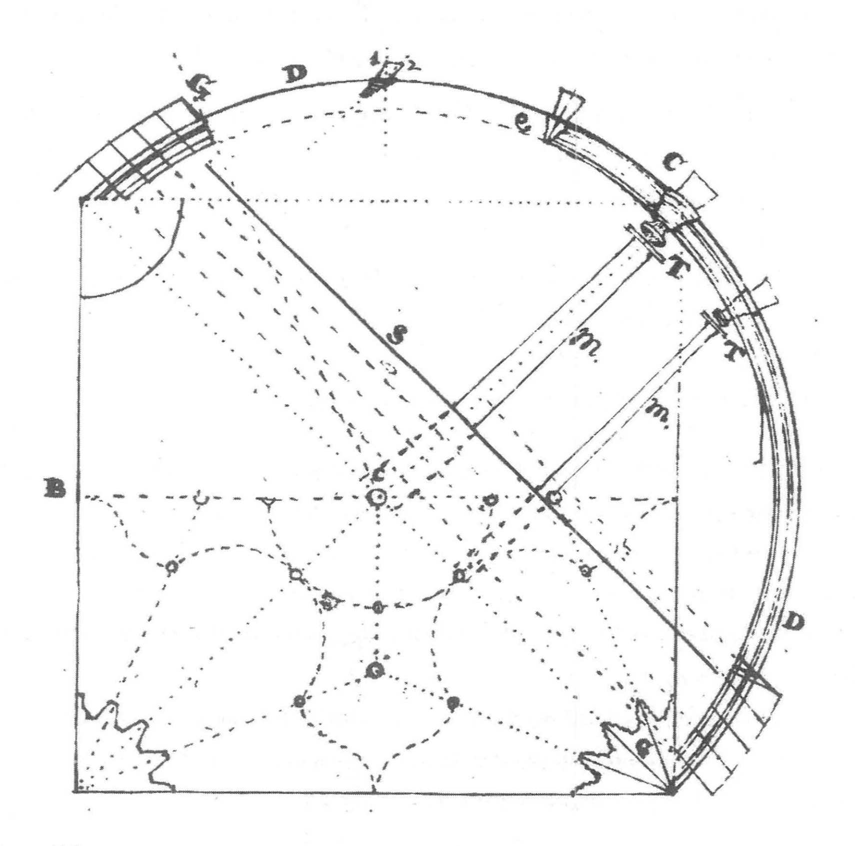


Figura 7.2
Elementos de una bóveda de crucería según el tratado de Rodrigo Gil. En el dibujo aparece la montea de una bóveda con la típica representación gótica en planta y alzado. A diferencia de otras trazas góticas, en ésta el énfasis está en aspectos constructivos y no geométricos. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

el levantamiento de una bóveda de crucería: «Y por que esta materia que tanto importa, quede bien esplicada y exemplicada, pondré a la buelta una demostracion, en que se entienda esto cuanto me sea posible, aunque estas cosas, podran ser difiçiles de comprehender faltando en quien las procura la experiencia, la practica, la profesion de la canteria, y la execuçion, o el aberse allado presente a algunos çierres de cruçeria, para haçerse capaz en el asiento de ella. . .». (24r)

Para explicar el proceso realiza un dibujo, simultáneamente en planta y sección, donde aparecen un arco crucero, los jarjamentos o arranques, y las claves primarias y secundarias. El procedimiento es el siguiente, figura 7.2:

1) sobre los riñones de la bóveda, un poco por encima del nivel de los arranques, línea S en la figura, se construye una plataforma.
2) se dibuja sobre ella la traza completa de los nervios de la bóveda, es decir, la montea.
3) se colocan sobre ella cimbras, para los nervios, y pies derechos de madera que sitúan las claves.
4) se construyen los nervios.
5) se construye la plementería entre los nervios.

Esta descripción confirma el papel auxiliar, de cimbra, de las nervaduras góticas. El examen del trasdós de las bóvedas góticas apoya esa teoría ya que en muchos casos la plementería, porción de bóveda entre nervios, no sigue la curvatura general de la bóveda sino que presenta un pequeño abovedamiento que indica que éstos fueron construidos independientemente apoyándose en los nervios del borde.

Por último, Rodrigo Gil aconseja que las claves, primarias y secundarias, vayan perforadas longitudinalmente. Estas perforaciones servirían para colgar lámparas y retirar los encofrados una vez terminada la bóveda.

Pilares y estribos

Tras haber establecido las proporciones generales del templo (relación entre las medidas de las naves y entre éstas y la altura), Rodrigo Gil enuncia sus reglas es-

tructurales para calcular los pilares y estribos de una iglesia de las proporciones dadas: «Pues que se ha tratado del repartimiento, y de todos sus interbalos sera bien tratar de la groseza de los pilares, y salida de los estribos, para que todo quede medido y proporçionado». (17r)

Pilares

La regla permite obtener el diámetro del pilar en su base. Dado que en esta época los pilares suelen ser cilíndricos éste es el parámetro más representativo. Lo obtiene en función de las dimensiones de un tramo de bóveda y de la altura hasta el arranque de los arcos. Expone la regla en base a un ejemplo de aplicación: «Pues bolbiendo a tratar de la groseza de los pilares digo, que se tomen los pies que tienen por el ancho la nave maior que son 40 y 30 que tiene la capilla de avajo, y sumense y serán 70, junto con estos 70 lo que a de subir esta columna, que son 40 pies, y serán 110, la raiz quadrada de 110 serán 10 y 10/21 abos. Su mitad son 5, 5/21 abos, tanto tenga de diametro la tal columna por la parte de abajo, y esto es lo mas cercano a raçon».

Si expresamos la regla algebraicamente tomará la siguiente forma:

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{h + l + a}$$

donde, d = diámetro del pilar; h = altura de la nave; l = luz de la nave; a = longitud del tramo

La regla no es dimensionalmente correcta; se obtiene una longitud como raíz cuadrada de otra longitud, y para que dé resultados válidos es preciso entrar en pies castellanos.[3]

Aplicando la regla correctamente se obtienen pilares que no difieren mucho de los que se encuentran en iglesias construidas por Rodrigo Gil lo que demuestra, al menos, que pudo ser usada en algunos proyectos. Nótese que en la planta de la figura 7.1, a la que se refieren los cálculos de los ejemplos, aparece escrito un «5» en uno de los pilares, redondeo del valor obtenido según la regla.

Estribos

Para hallar el valor del espesor del estribo utiliza una regla mucho más compleja que, como la anterior, implica la extracción de la raíz cuadrada. Se calculan en primer lugar las semi-longitudes de todos los nervios que acometen al estribo (excepto los arcos de forma), esto es: perpiaños, terceletes y cruceros. Suma después todas estas longitudes, halla los dos tercios de esta cantidad y le suma la altura de la nave hasta las impostas; extrae la raíz cuadrada, y del número resultante, la tercera parte es el ancho y las dos terceras partes el espesor del estribo.

En el manuscrito da primero el enunciado general: «Para saber la salida del estrivo, toma los pies de circunferençia que tienen todos los miembros que acuden al estrivo, esto se entiende la mitad de cada miembro que es en los terçeletes hasta las claves, y los cruçeros asta la clave maior, y el arco asta su mitad, y esto se sume todo junto y de la suma saca la terçia parte; que es lo que rova el molde ordinariamente, la terçia parte y si mas o menos robare, sacalo a el respecto de como fuere; y esto se reste de lo que montó la suma de lo otro. Echo esto mira lo que sube el estrivo y lo que fuere juntalo con la suma de lo que quedó la resta; de esta saca la raiza quadrada, y lo que saliere a la raiz se parta en tres partes, la una tendra de ancho el estrivo, y las otras 2 tendra de largo con el medio pilar y pared y salida de estrivo.» (17v)

Si expresamos algebraicamente esta regla toma la forma:

$$e = \frac{2}{3}\sqrt{h + \frac{2}{3}\Sigma n_i}$$

donde: e = espesor del estribo en su parte superior; h = altura del estribo; Σn_i = suma de la mitad de las longitudes de los nervios que acometen al estribo (desde los arranques hasta la clave)

A continuación realiza los cálculos, paso a paso, para las dimensiones del ejemplo: «Deçimos que 4 terçeletes que acuden al medio pilar, bienen a tener 90 pies por çircunferençia; tienen los cruçeros que son dos, hasta la clave maior, a 34 pies cada uno que suman 68; tiene mas el medio arco 15 pies de manera que

sumados todos, montan 173; de estos se a de restar la 1/3 parte que es lo que le roba el molde. Pues restando de 173, 57 2/3 quedan 115 y 1/3; junta aora la altura de este estrivo que son 40 pies, con los 115 y 1/3 y montaran 155 y 1/3 la raiz quadrada de esto es 12 y 11/21 abos; esto se parte en 3 partes y la una se le de al grueso del estrivo como dicho es». (fol. 18r)

Al aplicar la regla en el ejemplo, parece lógico que hubiera considerado un estribo típico comprendido entre dos bóvedas laterales iguales de luz $l = 20$ pies y ancho $a = 30$ pies. Por otra parte, puede deducirse fácilmente de los cálculos pues Rodrigo Gil supone que todos los nervios están sobre la superficie de una esfera de radio la mitad de la diagonal del tramo, esto es, considera que la bóveda es una bóveda vaída. En este caso no resulta difícil conocer, por simple abatimiento, las longitudes de los nervios, para una montea de geometría dada, como puede verse en la figura 7.3, donde las bóvedas son del mismo tipo que las de las figuras 7.1 y 7.2. Realizando una comprobación numérica, Rodrigo Gil parece haber tomado el estribo comprendido entre los tramos de 40 × 20 y 30 × 20, que en la figura 6.1 está a la altura del pilar marcado con un «5».[4] Por supuesto, la consideración de que los nervios están sobre una superficie esférica es una aproximación destinada a simplificar los cálculos. En las bóvedas reales se observa una ligera desviación (cf. fig. 11.57, p. 483).

La cantidad obtenida permite obtener las dimensiones principales del estribo: su ancho (1/3) y su espesor (2/3). El espesor del estribo incluye el muro y el medio pilar; en este caso, «8 pies y 22/75 abos, tenga de salida este estrivo contando del medio pilar, que será con medio pilar y grueso de pared y salida de estrivo». La matización es importante y va acompañada de un dibujo en el manuscrito, figura 7.4.

Rodrigo Gil señala que este estribo es el estrictamente necesario a la altura de los arranques (luego irá creciendo formando sucesivos retallos), si bien el «artifice» puede añadir algo para mayor seguridad: « . . . y esto es lo que podra sustentar lo que embotan los arcos. Aqui podra el artifiçe añadirle un poco mas, porque mas bale que llebe de mas que de menos; pero esto es lo que podra sustentar como queda dicho». (18r)

Esta regla aparece citada otras dos veces en el manuscrito en distintas partes. La primera vez es en el Capítulo 2, fol. 5r, donde, en el contexto del estudio de las trazas generales de varios templos, aparece la regla, sin explicación, aplicada

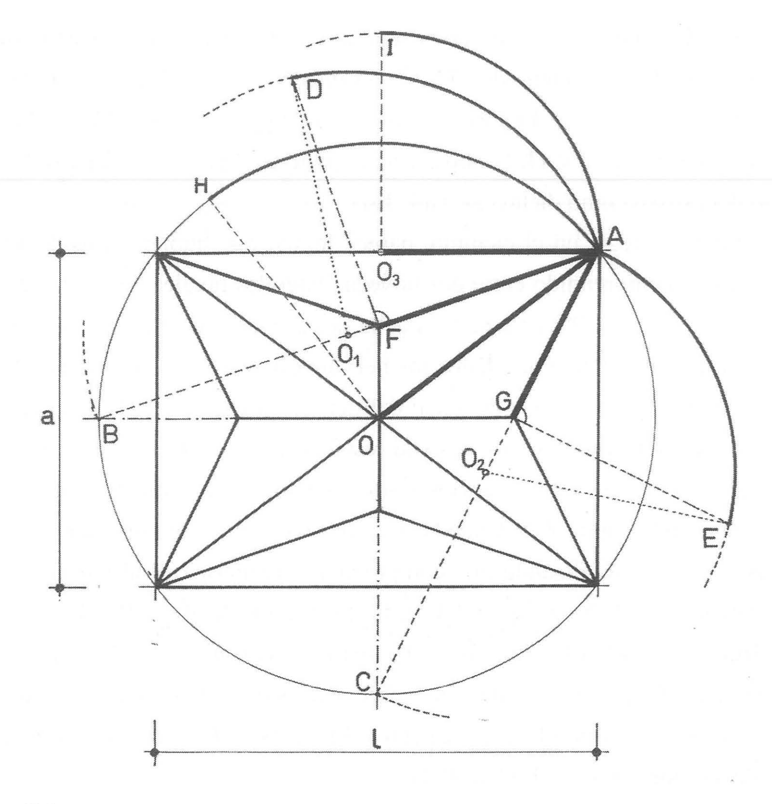


Figura 7.3
Montea de una bóveda de crucería típica. Para una proporción de tramo dada, basta sólo con fijar la dirección de los terceletes, y esto se hace por referencia a la circunferencia circunscrita con centro en O. Si se suponen los nervios sobre una semiesfera del mismo centro, se puede obtener su perfil mediante un simple abatimiento. Después, resulta fácil calcular las longitudes correspondientes para la regla aritmética de cálculo de estribos.

de corrido como una práctica habitual. Rodrigo Gil la considera una regla de uso común y muy segura; así, afirma más adelante en el propio Capítulo 6: «Pues queriendo buscar la intrinseca raçon, y la inrreprobable causa, combendra mirar la manera de la montea que tal templo tiene, y que miembros ofenden a el tal estrivo. . . y açiendo todas las circunstançias arriva dichas quedará fuerte, seguro y ermoso, como le toca». (22r) Como es natural la fórmula también permite calcular los estribos de los tramos extremos.

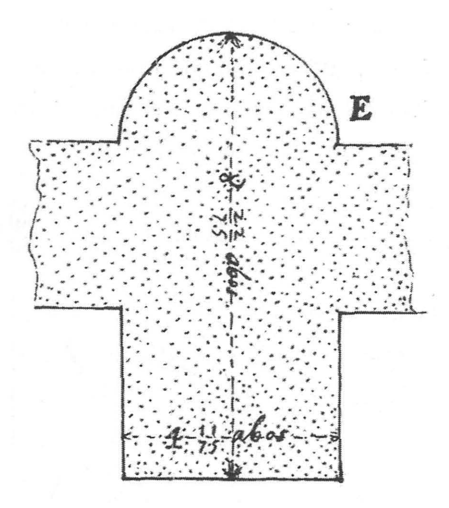


Figura 7.4
Detalle de un estribo de la iglesia de la figura 7.1 calculado con la regla aritmética. El dibujo muestra cómo se deben medir las cantidades obtenidas. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

Nervios y claves

Tras haber dado reglas para dimensionar pilares y estribos, pasa a considerar los elementos estructurales de las bóvedas: claves y nervios. Éstos deben tener las dimensiones correctas porque de no ser así la bóveda puede hundirse y este colapso se produce en general por la insuficiente estabilidad de la bóveda en el momento del descimbramiento: «Por quanto bemos que en las capillas que açen de cruçeria, es bien que se sepa la grandeça que an de tener las claves, y que gruesos los miembros, por quanto bemos que muchas se arruinan, o por ser las claves mui pesadas, mas de lo que los miembros pueden sustentar, o por ser tan libianas que la gravedad de los miembros, las lebantan y açen sentimientos. Y diçen aberse apartado las paredes, lo qual es falso, porque la pared no la puede el casco de la capilla apartar, por mala que sea la montea». (22v)

Observa asimismo que, en ocasiones, son los tejados los que cargando sobre las bóvedas o empujando contra las paredes causan la ruina; aconseja que éstos lleven tirantes y que los muros sean lo suficientemente altos como para que

las armaduras no afecten a la bóveda: «Los tejados suelen algunas veçes cargando sobre las claves ofender, por la carga que tienen; otras veces suelen ofender, estrivando contra las paredes, los quales perjuicios se evitan, con subir las paredes tan altas como la clave maior, de manera que los tirantes, no carguen sobre las claves, ni casco».

Nervios

Da una regla general para obtener el espesor de los nervios, diferenciando unos de otros en función del trabajo que realizan. Para ello establece una analogía con los dedos de la mano, figura 7.5; el arco perpiaño es el pulgar, los terceletes estan representados por el índice y el anular, el crucero por el corazón y el de forma por el meñique: «Pues para tener regla general (que es lo que pretendemos) se entenderá que el dedo polus, se tenga por el arco; y el index, y el anulo por terçeletes, y el de en medio por cruzero, y el auriculi, por forma; y para saber que proporçio tengan estos con la mano, son la mitad de las onzas de estos dedos, que es el largo de la uña». (23r)

Basándose en esta analogía y tras dividir por dos, porque «una mano mide lo mismo que un rostro y en una nave caben dos rostros» obtiene las proporciones para cada uno de los nervios para la bóveda de un tramo. La aplicación de la proporción es un poco forzada (la división por dos es arbitraria) y parece como si Rodrigo Gil hubiera buscado una forma de adaptar unos valores conocidos al sistema de las proporciones del cuerpo humano. Estas proporciones son las siguientes para un tramo cuadrado de luz l:

- arco perpiaño $l/20$
- arco crucero $l/24$
- terceletes $l/28$
- arco de forma $l/30$

Las hemos expuesto en forma algebraica pero en el tratado aparecen, como todas las reglas, discursivamente: «. . .partiendo lo largo o lado de la capilla en 20 partes una sera el alto del arco pripiaño, y que el largo partido de este lado en 24 partes, una sera el alto del cruzero. Y el terçelete una de 28, y la forma una de 30. Y de esta manera serán proporçionados, segun lo que travaja cada uno». (23r)

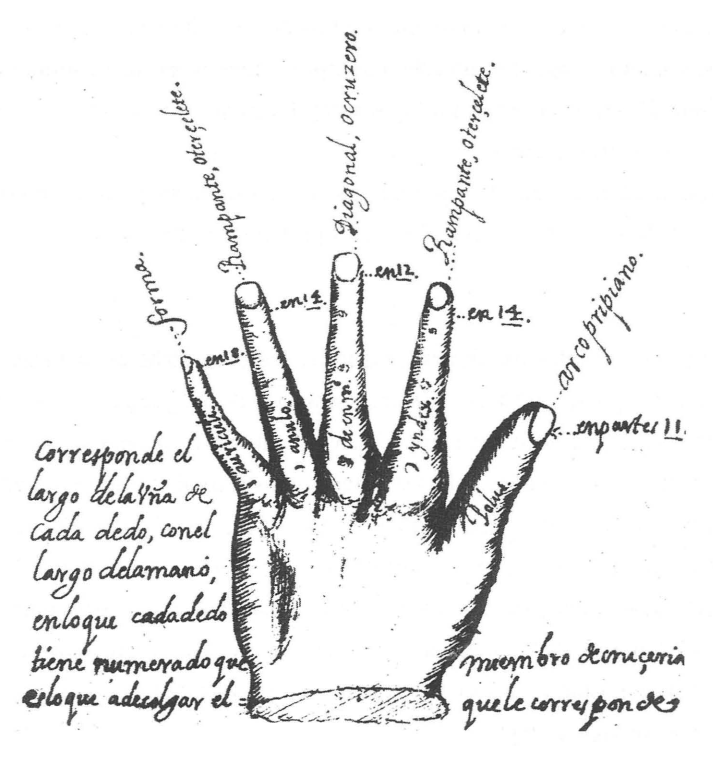


Figura 7.5
Relación de analogía entre los dedos de la mano y los nervios de una bóveda de crucería. Como en otras ocasiones Rodrigo Gil intenta conciliar las reglas geométricas del gótico con las analogías renacentistas sobre el cuerpo humano. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

Rodrigo Gil especifica que esta es la fórmula para cuando la altura de los pilares es igual a la luz del tramo; si esta altura es mayor o menor se aumentará o disminuirá el espesor de los nervios en la misma proporción. Es preciso también realizar una corrección si la montea, la altura de la bóveda en relación con la luz, fuera más rebajada («a paynel») de lo normal: «Adbiertase que esta regla damos, subiendo la capilla de pie otro tanto como tubiera por lado, y si mas subiera se le añada por regla de 3. Y si menos se le disminuia. No obstante que si la montea fuera a paynel por la mesma regla de 3 se le acreçiente segun bajare». (23v)

En el caso de que los lados del tramo fueran desiguales se tomará para realizar el cálculo de los nervios la media aritmética de ambas cantidades: «Si fuera

perlongada no se toma, el lado maior, ni el menor mas juntese, y partase por medio. Y de aquello se saque esta regla. Exemplo: supongo ser una capilla que tiene por un lado 20 y por otro, 30, juntos son 50. La mitad son 25. Pues de esto se a de sacar y repartir lo dicho».

Se trata evidentemente de una regla usada con frecuencia en la práctica pues se ha matizado su aplicación para los casos particulares más usuales.

Claves

Ya al empezar a hablar del dimensionado de los elementos estructurales de las bóvedas, Rodrigo Gil destacó el importante papel que juegan las claves. Para proceder a su cálculo distingue entre los elementos que sustentan y los que son sustentados: «En las claves se an de entender los miembros que sustentan y los que son sustentados. Porque los que son sustentados se an de restar de los que sustentan conoçese en que los que sustentan, naçen de los jarjamentos, y los que son sustentados naszen de las claves. Tambien ay claves que sustentan; y otras que son sustentadas, las que estan en el arco del cruzero, o terçelete, son sustentadas. Y las que estan en los ultimos fines de los arcos de los terçeletes, o cruçero, sustentan todas». (24r)

A continuación da una regla, por vía de un ejemplo, para determinar el peso de la clave mayor de una bóveda de crucería: «Pues queremos saber una capilla que tiene de lado 20 pies, tiene de cruçero 28 pies, tiene por circunferençia 44. Y otros 44 del otro arco cruçero, son 88 pies. Resta lo que es sustentado como el rampante, y allo en sus 4 medios 12 pies. Quitados de 88, quedan 76. De esto saca raiz quadrada, y bienen a la raiz 8 pies y 12/17 abos. Si pesase quintal el pie de cruçero, la clave maior pesa 8 quintales y 12/17 abos de quintal».

Podemos expresar esta fórmula algebraicamente de la siguiente forma:

$$Q = p \sqrt{\Sigma t_i - \Sigma s_i}$$

donde: Q = peso de la clave (quintales); p = peso por pie de los cruceros (quintales/pie); Σt_i = longitud de los elementos sustentantes (pies); Σs_i = longitud de los elementos sustentados (pies).

Torres

Las reglas anteriores aparecen todas en el Capítulo 6 donde se muestra su aplicación en base a un ejemplo de iglesia salón de tres naves. En el manuscrito se citan también otras reglas que permiten dimensionar otro elemento esencial de este tipo de iglesias: las torres.

Rodrigo Gil da dos reglas: una para calcular el espesor de la pared y otra para calcular el espesor de los estribos en su coronación. Estas reglas aparecen citadas en uno de los ejemplos que da en el Capítulo 2 sobre «Medidas de los templos». En primer lugar, define la esbeltez (relación entre la altura y el ancho de la base), figura 7.6. En el caso citado, debido a la situación expuesta del templo, debe ser de cuatro:[5] «Considerese mas que en este templo ha de aber dos torres que tienen 30 pies cada una por lado, por causa de los fuertes vientos, y el sitio de templo estar en alto, se quatro duple, porque el biento no le empezca con furia, que sumado haçe 120». (5v)

A continuación da la regla para el cálculo del espesor de los muros: «Para saber que groseza tengan las pilades por lo alto de arriva, serán de estos 120 pies la raiz quadrada. Su mitad será lo que cave a cada grueso de pared la qual raiz son 11 pies. Por manera que puesto en el angulo le biene los 5 1/2. Y asi a los otros angulos».

Dado que la torre va rematada por una aguja o una cúpula, considera que debe reforzar las esquinas con estribos y da otra regla: «. . .para el estrivo se parte la suma de toda la altura en que a estas torres, se les da otros 30 pies. Para agujas y remates, que todo suma 150 cuia raiz quadrada son 12 pies y 1/4 su mitad es 6 y 1/8; tanto le cabe al estribo, y esto a de tener quando sea en lo ultimo de la cornija».

Dándole expresión algebraica obtenemos, siendo h la altura de la torre, a la altura del remate (que en el ejemplo coincide con su anchura, $h = 4a$), y m y e los espesores de la pared y el estribo respectivamente en la coronación de la torre:

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{h}$$

$$e = \frac{1}{2}\sqrt{h + a}$$

Para los estribos propone, además, una modificación en el caso de que la torre vaya rematada por una cúpula; se le ha de añadir a la suma bajo la raíz cuadrada

la mitad de la longitud del perfil de la citada media naranja: «Tanbien otros diestros arquitectos y arismeticos, añaden a este alto de los estrivos la semicircunferençia que tiene la media naranja que lo çierra en lo supremo, que en esta traça propuesta le sale 23 pies escasos que juntos con 150, açen 173. Su raiz son 13 y 4/31 abos su mitad son 6 y medio poco mas. Y esta es una de las mas llegadas a raçon de las que se allan escritas». (5v)

En forma algebraica:

$$e = \frac{1}{2}\sqrt{h + a + \frac{c}{2}}$$

donde c es la longitud del perfil transversal de la cúpula.[6]

Existe una controversia sobre la aplicación de las reglas por parte de Rodrigo Gil. Como se ha dicho, además de los numerosos ejemplos y matizaciones que las acompañan, su aplicación para el caso de iglesias construidas da valores parecidos. Para las torres, el propio manuscrito contiene la prueba de su aplicación. En efecto, el Capítulo 75, con el título «En que se ponen unas condiciones generales para proseguir un edifiçio arruinado» (135r–137r), contiene las condiciones para la construcción de una nueva torre en el emplazamiento de una antigua en ruinas. La planta de la torre aparece en el folio 9v, figura 7.6, y el alzado en el 10r, figura 7.7.[7]

La descripción es sumamente minuciosa y, evidentemente, se trata de un caso real. Lo que nos interesa es que los gruesos dados a muros y estribos coinciden con los resultantes de aplicar las reglas anteriores: «. . .tendran las paredes 5 pies de grueso en su macizo supremo, y abran disminuido en los dichos 120 pies en cada cornija de cada cuerpo, 2/3 de pie, de manera que començaran con 7 y acabaran con 5. Así mesmo los 2 estrivos al dicho alto quedaran en 7 pies y abran disminuido lo que las paredes, y segun arismeticos es su propia mensura». (136r) Puede verse que las medidas de la torre se corresponden con las empleadas en los ejemplos, limitándose a realizar un redondeo; no cabe duda de que Rodrigo Gil ha aplicado su regla en el proyecto de la nueva torre.

Finalmente, hay que señalar que la mención a «otros diestros arquitectos y arismeticos» parece indicar que la regla, u otra similar, era conocida por algunos de sus coetáneos.

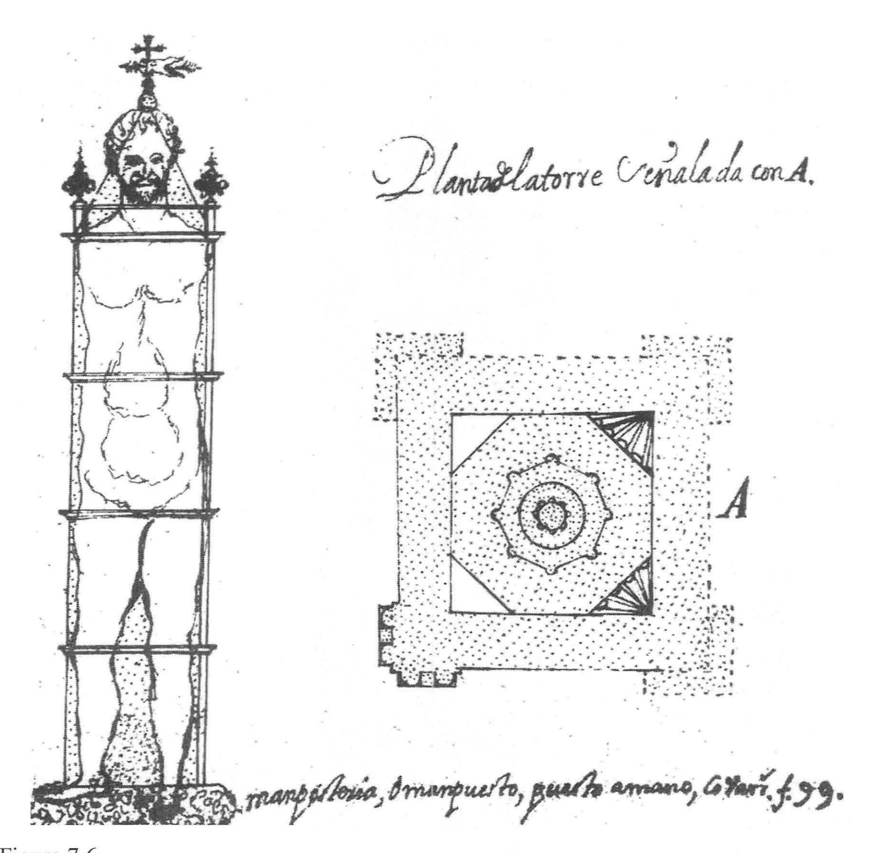


Figura 7.6
Regla para proporcionar una torre por analogía con el cuerpo humano. El ancho son dos rostros y el alto ocho. La cimentación es de un rostro y el resto se da para el remate. La planta marcada con A se corresponde con el alzado de la figura 7.7. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

Investigación sobre los estribos para arcos y bóvedas de cañón

El conjunto de reglas anteriores permite calcular los elementos estructurales fundamentales en una iglesia gótica (pilares, estribos, nervios y claves de las bóvedas), así como los de sus torres (paredes y estribos). Se aplican por tanto a este tipo concreto. Las reglas que veremos a continuación forman un apartado del Tratado titulado «Sobre los estribos», al que se puede añadir una anotación suelta en el Capítulo 16. En su conjunto presentan el aspecto de ser el resultado de una investi-

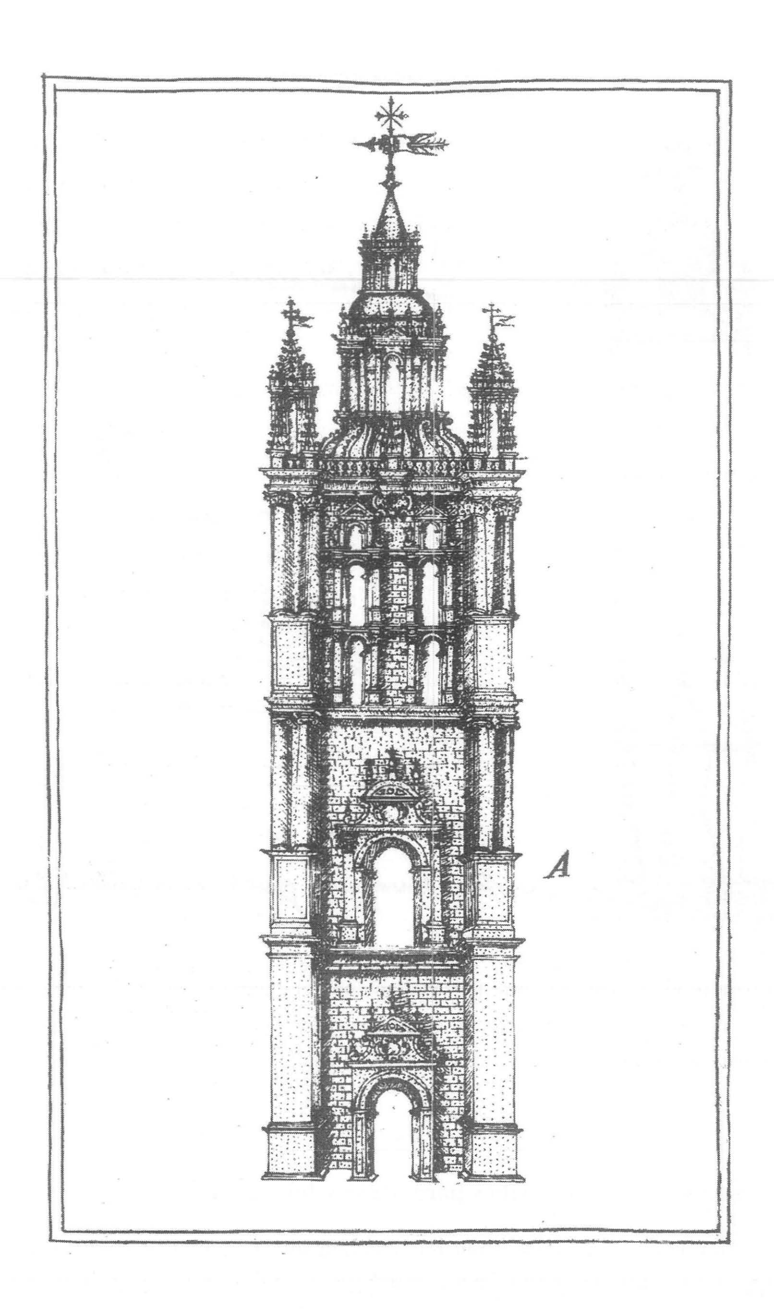


Figura 7.7
Alzado de un proyecto de nueva torre para construir en el lugar de una antigua arruinada. Rodrigo Gil calculó las proporciones y dimensiones de muros y contrafuertes aplicando sus reglas aritméticas. Planta en figura 7.6. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

gación realizada por Rodrigo Gil sobre el problema de hallar el estribo necesario para un arco o bóveda de cañón de perfil cualquiera. Se trata de un tipo estructural completamente extraño a un constructor gótico pero esencial para un arquitecto del Renacimiento. Las distintas propuestas presentan una clara evolución en el sentido de su grado de complejidad y generalidad, por lo que es de suponer que reflejan un trabajo desarrollado durante bastante tiempo.

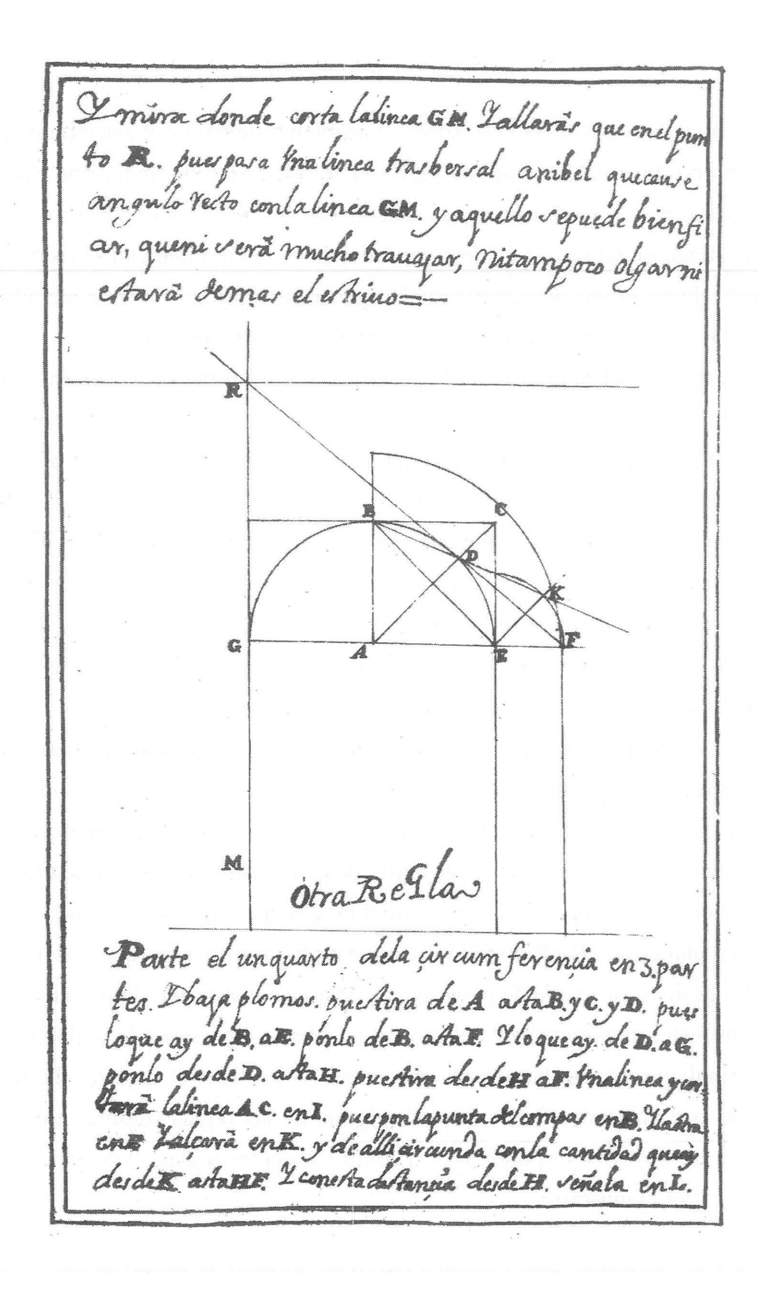
Al comienzo del apartado Rodrigo Gil expresa su profundo interés por el tema y su descontento con el estado de la cuestión en su época: «Probado he muchas veçes a sacar Raçon del estribo que abrá menester una qualquiera forma y nunca hallo regla que me sea sufiçiente, y tambien le he probado entre arquitectos españoles y estrangeros, y ninguno paresçe alcançar verificada regla, mas de un solo albedrio; y preguntando por que sabremos ser aquello bastante estrivo, se responde por que lo a menester, mas no por que raçon. Unos le dan el 1/4 y otros por ciertas líneas ortogonales lo haçen y se osan encomendar a ello, teniéndolo por firme.» (18v)

En efecto, Rodrigo Gil, que no tiene ninguna duda a lo hora de calcular los distintos elementos de la estructura gótica, manifiesta su perplejidad ante un problema nuevo: el estribo para un arco o bóveda de cañón.[8] Conviene señalar que la palabra «razón» no se debe interpretar aquí como la búsqueda de una justificación racional o científica: «razón» tiene también la acepción en castellano de «orden y método en una cosa». Rodrigo Gil busca una regla en forma de receta, del tipo de sus reglas góticas: una serie de pasos que le conduzcan al resultado buscado.

A continuación expone, para el mismo problema, una serie de reglas geométricas y finaliza recomendando una aritmética. Es evidente el carácter de investigación de este apartado. Como se verá, alguna de las reglas sugieren incluso la realización de ensayos. Expondremos a continuación las reglas en orden de aparición dentro del manuscrito.

Reglas 1 y 2. Relación entre estribo y carga de un arco de medio punto

Las dos reglas siguientes permiten obtener el espesor de un estribo que sostiene un arco de medio punto, el cual soporta un muro de altura dada. Nótese que en ambos casos la rosca del arco aparece dibujada del mismo espesor que el estribo.



Y mira donde corta la linea G M. Y allarás que en el pun-
to R. pues para vna linea trasbersal a nibel que cause
angulo recto con la linea G M. y aquello se puede bien fi-
ar, que ni será mucho trauajar, ni tampoco olgar ni
estará demas el estriuo =—

Otra Regla

Parte el un quarto de la circumferencia en 3. par-
tes. Y baja plomos. pues tira de A asta B. y C. y D. pues
lo que ay de B. a E. ponlo de B. asta F. Y lo que ay de D. a G.
ponlo desde D. asta H. pues tira desde H a F. vna linea y cor-
tará la linea A C. en I. pues pon la punta del compas en B. y la otra
en F. y alcará en K. y de alli circunda con la cantidad que ay
desde K. asta H F. Y con esta distancia desde H. señala en L.

Figura 7.8

Regla nº 1 para calcular el estribo de un arco de medio punto que soporta un muro. La regla relaciona el espesor del estribo y la altura del muro que carga sobre el arco. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

REGLA Nº 1: La regla adopta la forma de una receta a seguir paso a paso.[9] La figura 7.8 muestra el dibujo del manuscrito; la construcción geométrica aparece explicada por etapas en la figura 7.9.

Se trata de obtener los puntos R y F que definen el espesor del estribo y la altura de carga. El reconocimiento de que ambas variables están relacionadas es importante, si bien la construcción produce unas relaciones fijas, que podemos expresar algebraicamente de la siguiente forma,[10] siendo r el radio del arco, $l = 2r$ la luz, e el espesor del estribo y q la altura de carga a partir de los arranques del arco, se verifica:

$$e = (2 - \sqrt{2})r = 0{,}586r$$

$$\frac{e}{l} = \frac{1}{3{,}414}$$

$$q = (2/3 + \sqrt{2})r = 2{,}081r$$

La construcción le parece a Rodrigo Gil tener una seguridad suficiente: «. . . y aquello se puede bien fiar, que ni será mucho travajar, ni tampoco olgar, ni estará de mas el estrivo». (19v)

La regla no se puede generalizar a arcos distintos del de medio punto (Rodrigo afirma explícitamente que es para este tipo de arcos), ya que conduce a resultados absurdos: el arco rebajado precisa menos y el apuntado más estribo que el de medio punto, como demuestra la figura 7.10.

REGLA Nº 2: Esta regla es análoga a la anterior. Se trata también de una construcción geométrica, expuesta paso a paso, y, como antes, se obtienen dos puntos que definen el espesor del estribo para una cierta altura de carga sobre un arco de medio punto, figura 7.11.[11] La construcción se explica en la figura 7.12.

Las relaciones que resultan en este caso, empleando la misma notación que antes, son las siguientes:[12]

$$e = 0{,}626r$$

$$\frac{e}{l} = \frac{1}{3{,}25}$$

$$q = 2{,}894r$$

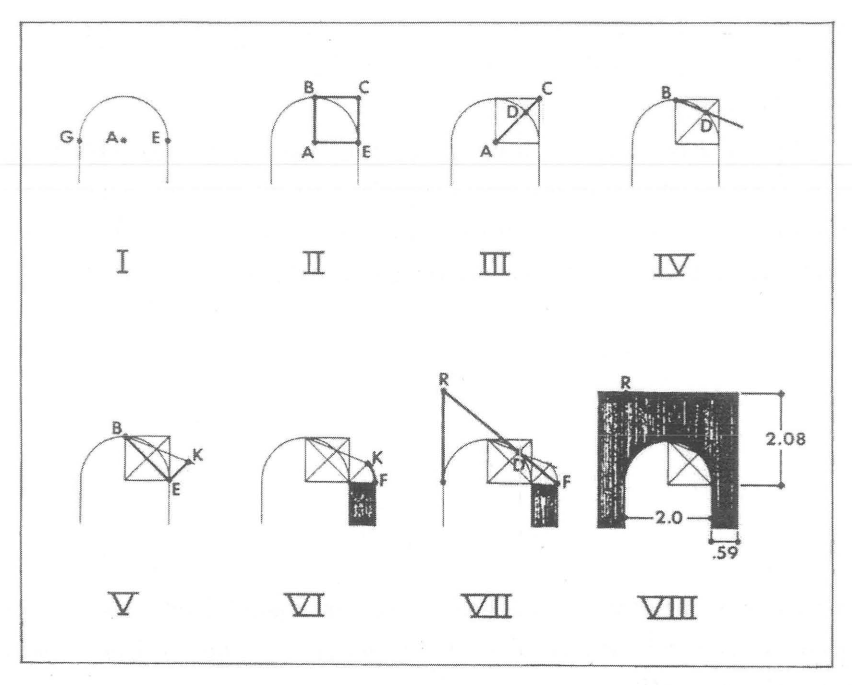


Figura 7.9
Regla nº 1 de Rodrigo Gil de Hontañón para calcular el estribo de un arco de medio punto. Explicación de la regla paso a paso. (Sanabria 1982)

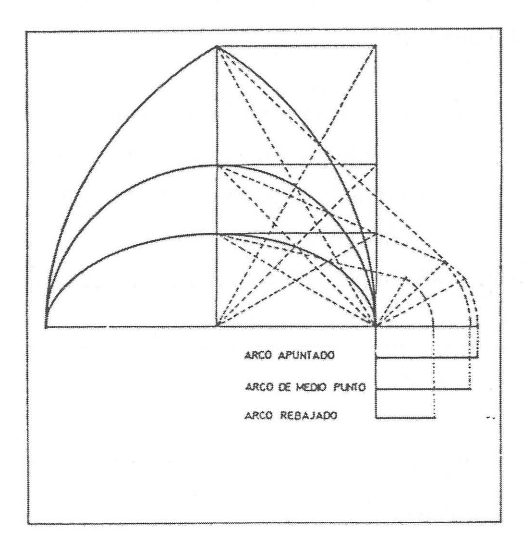


Figura 7.10
Generalización de la Regla nº 1 de Rodrigo Gil de Hontañón a arcos apuntados y rebajados. El resultado es absurdo pues los arcos apuntados precisan más estribo y los rebajados menos. La regla es particular para arcos de medio punto.

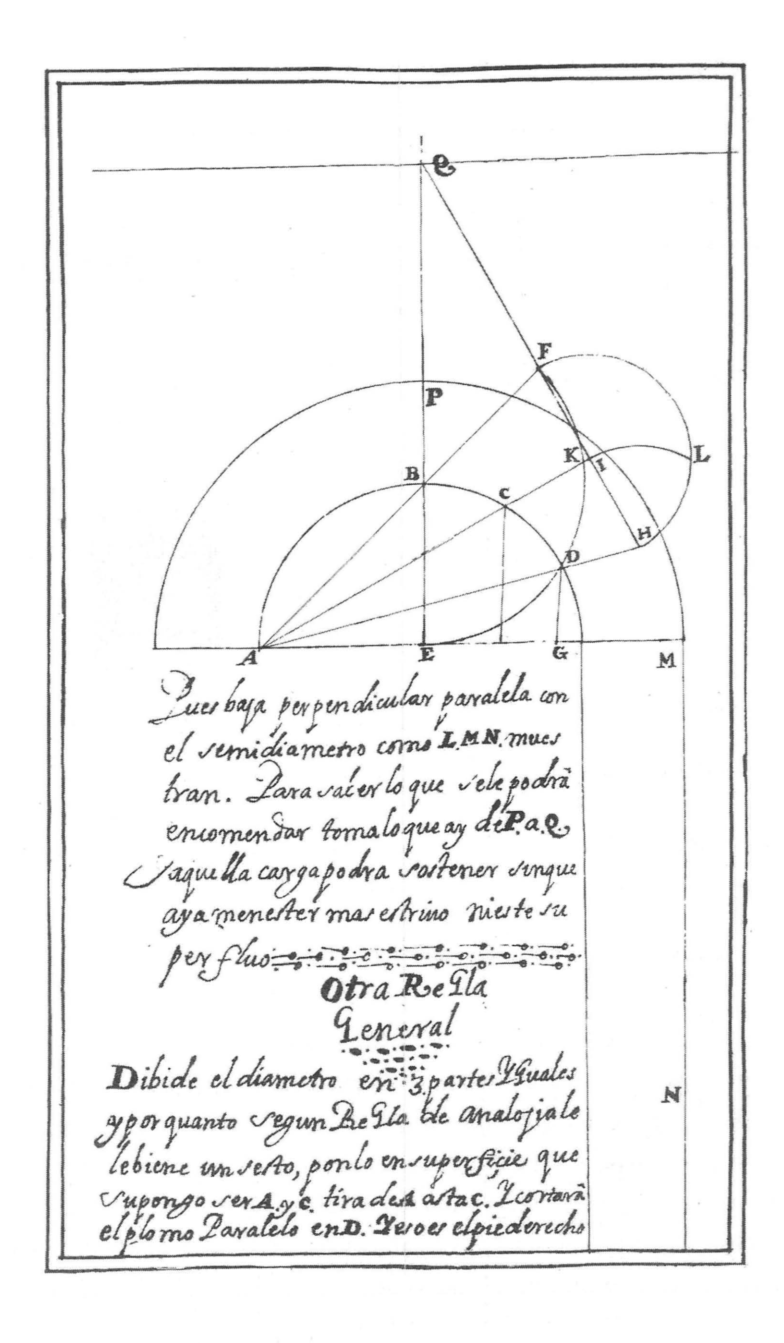


Figura 7.11
Regla geométrica nº 2 de Rodrigo Gil de Hontañón para un arco de medio punto. Dibujo original del manuscrito. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

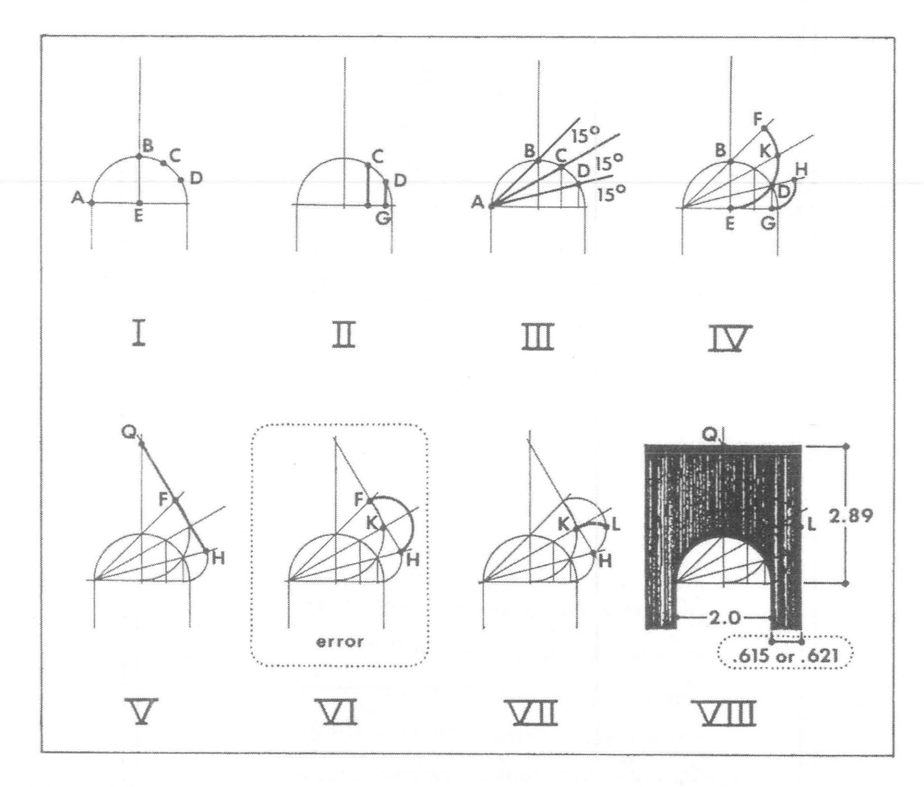


Figura 7.12
Regla nº 2 de Rodrigo Gil de Hontañón. Explicación paso a paso de la regla. (Sanabria 1982)

Como era de esperar, al aumentar la carga aumenta el estribo a igualdad de luz. Como en el caso anterior, Rodrigo afirma al final de su exposición que de esta forma se obtiene el estribo necesario, ni más, ni menos: «. . . y aquella carga podra sostener sin que aya menester mas estrivo ni este superfluo». (20r)

Las dos reglas parecen aplicarse al caso de un arco que soporta un muro, siendo arco, muro y estribo del mismo espesor. En ambas aparece un ajuste de dos variables: altura de carga y espesor del estribo. Esto es interesante ya que parece, como sugiere Sanabria, que se hubieran realizado ensayos con dos arcos de la misma luz y diferentes estribos, aumentando la carga hasta que se produjera el colapso, para luego fijar las proporciones obtenidas con un cierto margen de seguridad. Por otra parte, los estribos tienen alturas distintas en relación con la luz. En efecto, las reglas

parecen registrar medidas de estructuras reales, ya sean parte de una arcada construida en un edificio existente o los modelos de ensayo que sugiere Sanabria. Los ensayos podrían haberse hecho sobre modelos, quizá de pequeñas piezas de yeso, o con arcos de piedra de mayor tamaño (la posición de Rodrigo Gil, maestro mayor de varias catedrales, le hacía disponer de suficiente mano de obra a su cargo para realizar los ensayos descritos). En el manuscrito, sin embargo, no aparece la menor referencia al respecto.

Regla 3. Generalización del problema del arco de medio punto

La construcción que expone a continuación constituye un intento de establecer una regla estructural general que determine las proporciones correctas de un arco y sus estribos. La regla considera todos los parámetros geométricos que intervienen: espesor del arco, luz del vano (diámetro del arco), y espesor y altura del estribo. No se especifica la altura de carga, como en los casos anteriores.

Los párrafos en los que Rodrigo Gil expone la regla son bastante oscuros;[13] sin embargo, una lectura detenida y la comparación con la figura 7.13, permiten deducir el procedimiento geométrico que relaciona las distintas variables. El mérito de haberlo descifrado corresponde a Sanabria; Kubler y Hoag lo ignoran por su dificultad, que atribuyen a un error de transcripción por parte de Simón García.

Estamos de acuerdo en la interpretación de Sanabria, si bien habría que hacer algunas precisiones en cuanto al posible origen de la regla. El texto del manuscrito empieza así: «Dibide el diametro en 3 partes yguales y por quanto segun Regla de analojia le biene un sesto, ponlo en superfiçie que supongo ser A. y C. tira de A asta C. Y cortará el plomo Paralelo en D. y eso es el pie derecho. Y lo que ay de c. asta E. es la magnitud». (20v–21r)

Parte, pues, de la conocida regla renacentista del tercio: el estribo de una bóveda de cañón ha de ser el tercio de la luz. Por otro lado, supone que el espesor del arco es de 1/6 de la luz, «por analogía» (si bien no especifica a qué parte del cuerpo humano se refiere). Fijados estos dos parámetros, los puntos A y C del dibujo, obtiene la altura del estribo prolongando la recta AC hasta que corta a la vertical que pasa por los arranques. Por sencillas consideraciones geométricas se deduce que la altura del estribo para los valores anteriores es de 4/3 (1,33) de la luz (en el manuscrito la altura es algo mayor, de 1,4 veces la luz).

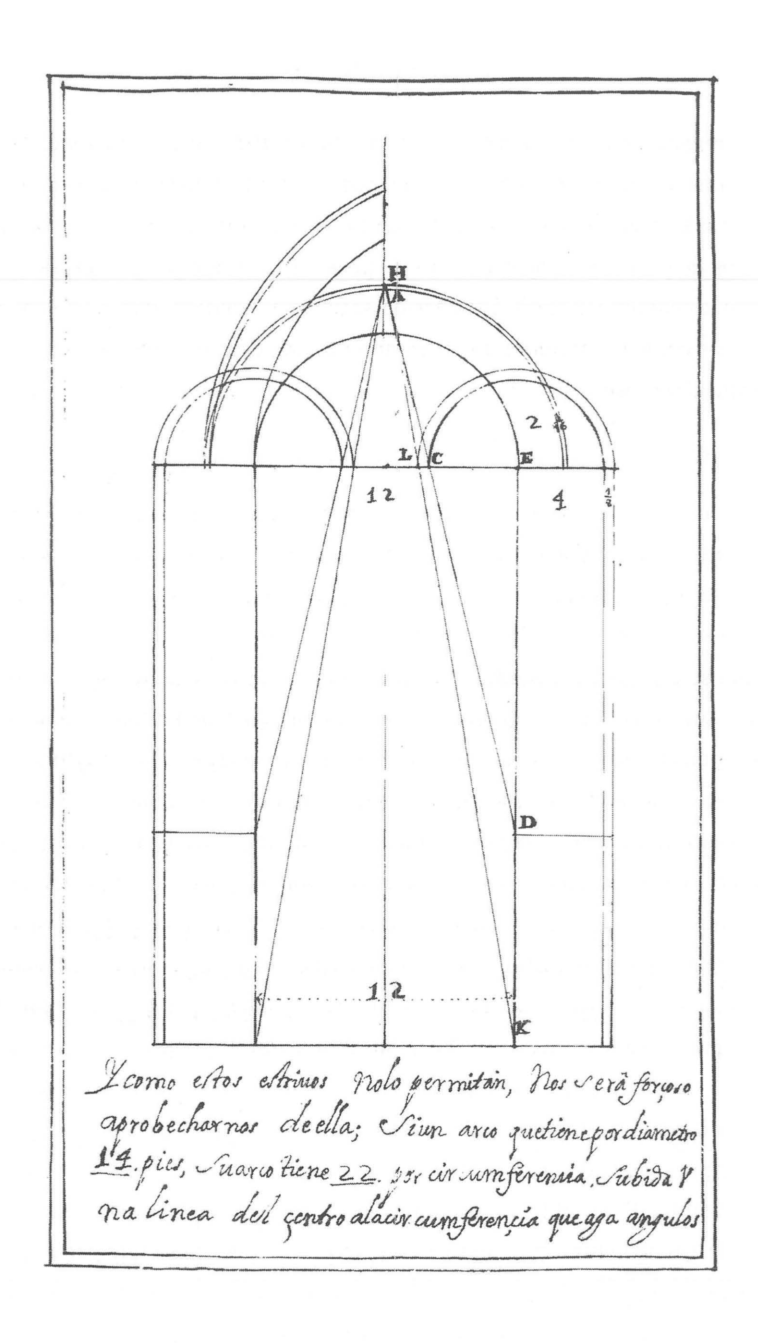


Figura 7.13

Regla geométrica nº 3 para hallar el estribo de un arco o bóveda de cañón en función del espesor de la rosca del arco y la altura del estribo. (García 1681. MS. Biblioteca Nacional)

A continuación expone el procedimiento para hallar el espesor cuando el estribo tiene una altura de vez y media la luz. Para este caso supone que el arco tendrá un espesor de *L*/5: «Y si de a de subir tanto y medio que es de 2. de hueco 3. de alto, se le de vna quinta parte a la Rosca que sera en H. pues tira desde H. asta K. y cortará el diametro en L. Y lo que ay de L.a E. es lo que le cabe . . .». (21r) Se generaliza, pues, la primera construcción para un arco de distinta rosca y sobre un estribo de mayor altura. La regla relaciona mediante una traza geométrica el espesor y la luz del arco con el espesor y la altura del estribo, para arcos de medio punto. En el dibujo aparece también medio arco apuntado. Sanabria lo interpreta como un sistema para encontrar la altura de carga (cf. fig. 7.14, donde Sanabria dibuja los dos casos anteriores). No obstante, esto no aparece citado en el manuscrito y la naturaleza de la siguiente regla parece establecer esta traza como un tanteo intermedio.

El texto que sigue es de difícil interpretación. Parece sugerir que la misma construcción geométrica se puede emplear para hallar la altura del estribo, conociendo la rosca del arco y el espesor del estribo. En efecto, en el dibujo, figura 7.13, aparece un segundo tanteo; supone un arco de espesor 2 $^{1}/_{16}$ pies y que el estribo crece en proporción, y pasa a ser de 4 $^{1}/_{8}$ pies. La altura correspondiente aplicando la misma construcción geométrica es de 18 pies (17,74 valor exacto; nótese que en el dibujo del manuscrito la proporción es errónea; quizá Simón García lo copió mal o se pretendía diferenciar las dos construcciones para mayor claridad): «. . . si doçe pies que este arco tiene de hueco bienen a la rosca 2. de tanto que le bendra ni mas ni menos sera en la salida de este mesmo estriuo, sera por ReGla de 3. diçiendo si de 12. de hueco bienen 4. y un ochauo de salida de estriuo, de tanto que bendra esto es subiendo su cuadrado de pie derecho, mas si es que sube tanto y medio, como si tiene 12 de hueco 18. de pie derecho . . .». (21r).

Termina el apartado insistiendo en la generalidad de la regla y en la posibilidad que ofrece de relacionar las variables de formas distintas: «Y sabida la Rosca será sabida la Grandeza del estriuo, vsando la ReGla de 3. Y sabido el hueco Y alto de pie derecho. por la dicha ReGla de 3. se sabra la Rosca, y estriuo».

Resumiendo, tanto el texto como el dibujo evidencian una serie de tanteos en que se relacionan las distintas variables.

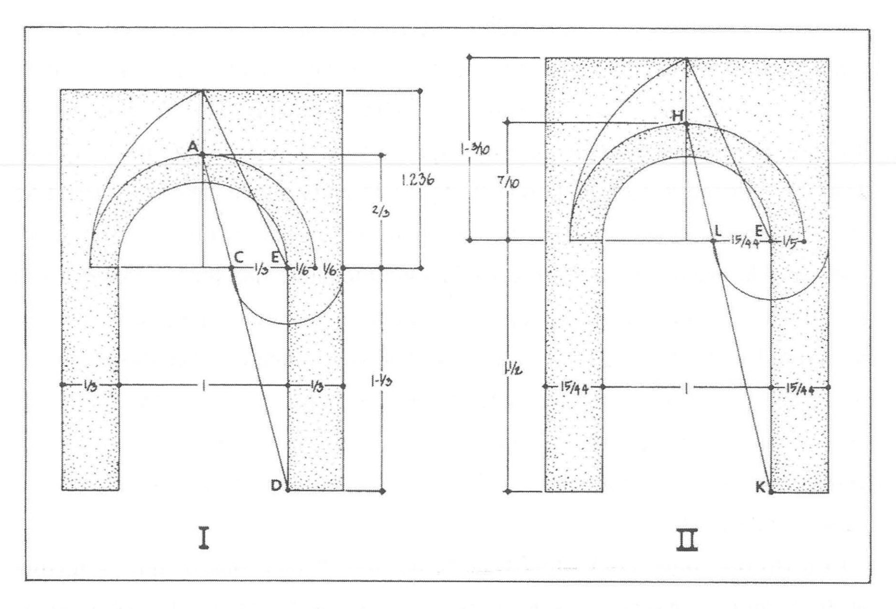


Figura 7.14

Regla nº 3. Se han dibujado por separado dos de los casos citados en el manuscrito, interpretando la traza del perfil apuntado como un método para hallar la altura de carga. (Sanabria 1982)

Regla 4. Estribo para cualquier tipo de arcos

La siguiente regla aparece al final del Capítulo 16, «Reglas generales para disminuir las columnas», en el folio 59r, fuera de todo contexto. La intercalamos, sin embargo, a continuación por ser un desarrollo evidente de la regla anterior. La regla consiste en un dibujo, análogo al de la regla nº 3, que lleva al lado el siguiente texto, figura 7.15: «Esta demostraçion sirbe para saber lo que le toca de estribo a cualquiera genero de arco».

En la figura aparecen representados tres tipos de arcos, apuntado, de medio punto y rebajado, representados por sus líneas de intradós, cubriendo la misma luz. Dada una altura, representada por un punto sobre la vertical que pasa por el arranque del arco, el estribo de cada uno de ellos se obtiene uniendo el punto medio de la curva de intradós con dicho punto. La regla, como puede apreciarse en la figura, da menores estribos para los arcos apuntados y mayores para los reba-

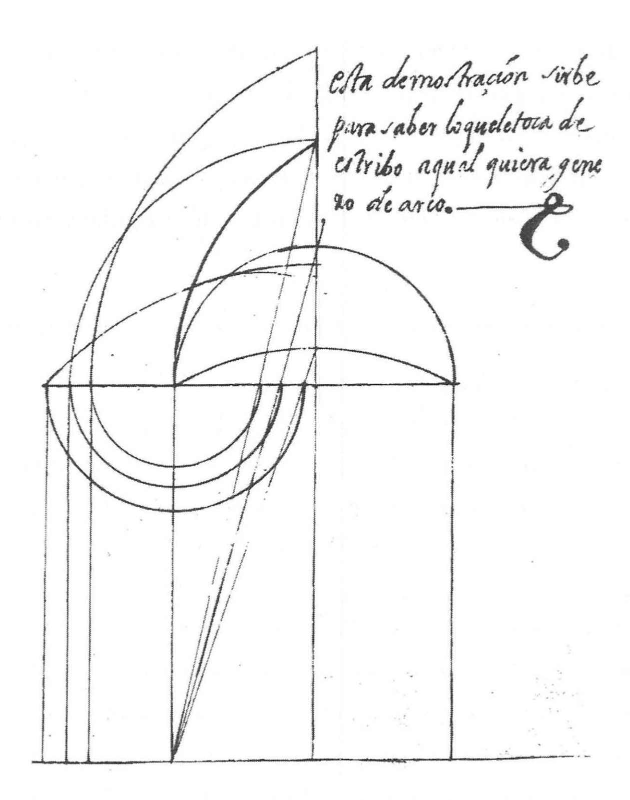


Figura 7.15
Regla nº 4 de Rodrigo Gil de Hontañón para calcular el estribo de un arco o bóveda de cañón de cualquier perfil; en el texto se puede leer: «Esta demostraçion sirbe para saber lo que le toca de estribo a cualquiera genero de arco». (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

jados. Hay que señalar que, como en las reglas nº 1 y 2, más arriba, se dibuja la rosca del mismo espesor que el estribo.

En relación con la regla nº 3, las diferencias consisten en su generalización para todo tipo de arcos y en la supresión del espesor del arco en la construcción. Esta modificación, que Sanabria interpreta como un error o una simplificación del dibujo, supone una verdadera mejora en la regla, que de esta forma se hace más sintética y representativa.

¿Por qué decimos esto? En arcos sometidos a su propio peso el proyecto del arco se reduce a fijar una relación espesor/luz que varía según la forma del

arco (por ejemplo, 1/10 de la luz). Dado que podemos considerar esta relación fija, el espesor desaparece como variable. Así pues, no se trata de un error sino de una mejora. Si el arco soporta un muro o relleno, el empuje depende de su altura y no del espesor del arco. Esta simplificación aparecía también en la regla gótica nº 1 (cap. 5) y en otras reglas geométricas que veremos más adelante.

Regla nº 5. Regla aritmética para el estribo de un arco de medio punto

Esta regla aparece inmediatamente a continuación de la regla nº 3. Su ámbito de aplicación es el mismo: se trata de hallar el estribo de un arco semicircular para una altura dada. Emplea para ello una fórmula algebraica que considera mejor por su mayor precisión y, quizá, por usar lo que para él es su herramienta más sofisticada, la raíz cuadrada: «No contentandonos con los dicho, por ser la arismetica una disçciplina que no resçive engaño y como estos estrivos no lo permitan, nos será forçoso aprobecharnos de ella». (20v)

Como de costumbre y para mayor claridad, Rodrigo Gil da primero un ejemplo, lo que resulta muy útil dado que su exposición es confusa: «si un arco que tiene por diametro 14 pies, su arco tiene 22 por circumferencia, subida una linea del çentro a la çircumferençia que aga angulos rectos con el diametro, parte el diametro en 2 partes y biene a tener 11 pies, lo que sube de pie derecho es tanto como tiene de hueco, que es 14 pies; juntandolos con 11, montan 25, raiz quadrada de 25 son 5, tantos pies tenga el estrivo. . . De lo dicho se advierta que la mitad del arco se junte su balor de dicho medio arco, con el balor de todo lo que sube de pie derecho, y de ello se saque la raiz quadrada, y que este estribo a de ser de la groseça del mismo arco.» (21v)

Los valores numéricos permiten deducir con exactitud la regla. Si la expresamos algebraicamente, llamando e al espesor del estribo, c a la longitud de la semicircunferencia y h a la altura del estribo:

$$e = \sqrt{h + \frac{c}{2}}$$

La forma es similar a la regla para hallar los estribos de una iglesia salón. Como puede verse fácilmente sólo es aplicable a arcos de medio punto, ya que si

la usamos para arcos apuntados o rebajados da el resultado, contrario a la práctica, de que el arco apuntado tendría más estribo y el rebajado menos.[14] Resulta interesante la matización final de que «este estribo a de ser de la groseça del mismo arco», pues coincide con los dibujos de las reglas nº 1, 2 y 4 más arriba.[15] Sin embargo, a pesar de este evidente defecto Rodrigo Gil considera esta fórmula como la mejor de las que había expuesto hasta el momento: «Esto allamos lo mas çercano y racional de todas las reglas».

8
El siglo XVII

En el siglo XVII se consolidan en toda Europa los tipos estructurales de construcción abovedada que podríamos denominar clásicos o renacentistas, basados en el empleo de la bóveda de cañón y de la cúpula. Los autores tratan de sistematizar un conjunto de reglas para estos tipos y sus derivados, en uso ya desde hacía más de dos siglos. En España, el agustino Fray Lorenzo de San Nicolás propone, gracias a su erudición y gran experiencia como arquitecto, el conjunto más completo de estas reglas para bóvedas de templos. Las reglas de Fray Lorenzo fueron una referencia constante para los arquitectos españoles en los siglos siguientes. Algo posterior, Simón García representa al compilador ecléctico y acrítico. En su tratado, llevado por su afán de citar todo aquello que conoce, mezcla las reglas góticas con las renacentistas, sin distinción. Esta confusión también se explica por la pervivencia de la construcción gótica en España durante este siglo.

En general, los autores no justifican sus reglas, sólo las enuncian. Sin embargo, es evidente que las reglas codifican la experiencia constructiva. En este sentido, son de gran interés las reglas sobre cúpulas de Fontana que, por primera vez, explica el método seguido: se parte de una selección de buenas cúpulas construidas de las que se deducen las proporciones adecuadas.

El siglo XVII es también el del nacimiento de la teoría científica de estructuras. Galileo en 1638 acomete por primera vez un problema de resistencia de ma-

teriales: la flexión de vigas. La primera aproximación científica al problema de los arcos y de las cúpulas la realiza Hooke en los años 1670. A partir de esta fecha, algunos arquitectos o ingenieros que conocen las leyes del equilibrio y de los centros de gravedad, pero que siguen empleando reglas empíricas de proyecto, tratan de justificar éstas en base a razonamientos científicos. Este interés por una justificación científico-racional de la práctica habitual, se manifiesta, por ejemplo, en la publicación por el arquitecto inglés Wotton de los teoremas sobre arcos enunciados por Bernardino Baldi en un oscuro tratado sobre la mecánica de Aristóteles. Pero la coexistencia entre reglas empíricas y el enfoque científico, con su contradicción implícita, se manifiesta por primera vez en los escritos de Christopher Wren. Primero, científico de renombre, y después dedicado en cuerpo y alma a la arquitectura, Wren quiere formular reglas que concilien ambos enfoques. Se inicia una transición que durará doscientos años. Por otra parte, algunas reglas góticas intentan ser asimiladas en el nuevo contexto; resulta significativo el caso de la llamada regla de Blondel, reinterpretación de la regla gótica nº 1.

Fray Lorenzo de San Nicolás

El Arte y Uso de Arquitectura de Fray Lorenzo de San Nicolás (1595–1679) es el tratado de arquitectura más importante del siglo XVII en España. Según Kubler «es, desde muchos puntos de vista, el mejor libro sobre instrucción Arquitectónica escrito jamás».[1] No ha sido siempre tan bien valorado: Llaguno lo cita pero señala que el libro resulta provechoso para canteros y albañiles pero entraña pocos conocimientos sobre arquitectura.[2] Consta de dos partes publicadas, respectivamente, los años 1639 y 1664, pero el tratado propiamente dicho lo forma la primera parte, y a ella nos referiremos en lo que sigue, salvo que se indique lo contrario.[3]

Desde el punto de vista de la historia de la construcción es un texto fundamental. Describe con claridad y detalle todos los procesos constructivos. Así, por citar un ejemplo, sus descripciones sobre la forma de construir los distintos tipos de bóvedas y cubiertas de madera constituyen una fuente valiosísima, y prácticamente única, para conocer el estado de dichas técnicas constructivas en el siglo XVII español.

Fray Lorenzo era un hombre de vasta erudición y conoce, y cita, los más importantes tratados de arquitectura de su época; es también un arquitecto de gran experiencia que construye numerosas iglesias. Pero su obra no es en modo alguno un collage de opiniones de distintos autores, cosa harto frecuente en aquella época. El presente estudio sobre la técnica de construir bóvedas, puentes y torres demuestra que era un hombre estudioso pero crítico, y, aunque es notoria la influencia de Alberti, siempre expone su opinión personal con independencia de criterio.[4] Comentaremos las distintas reglas de proyecto siguiendo el orden de aparición en el tratado.

Reglas para estribos de iglesias

Las primeras reglas se refieren a los estribos de las iglesias abovedadas. Aparecen formando un capítulo aparte que «Trata de la fortificacion de un templo» (Cap. 24), y constituyen el conjunto más completo de reglas para el proyecto de estribos que hemos encontrado. Las reglas se refieren a una iglesia con planta de cruz latina, de una nave, con o sin capillas, cubierta con una bóveda de cañón, figura 8.1.

En primer lugar, Fray Lorenzo señala la importancia de la materia de que se trata: «Que gruesso ayan de tener para sustentarle, assi el de su mismo pesso, como el del empujo de las bovedas, importa mucho el acierto». (30v) El estribo ha de tener la medida justa y critica, por ejemplo, los estribos de San Pedro de Roma, cuyo espesor es de la mitad del vano, que considera excesivos en comparación con las proporciones de edificios coetáneos: «Hanse ido adelgaçando los ingenios, y a este passo los edificios, y en el tiempo presente se conoce la mucha grosseza de los edificios antiguos, y la sutileça de los presentes». Rechaza la creencia general de que los daños se deben precisamente a las proporciones más esbeltas y señala que comúnmente se deben a fallos en las cimentaciones o al paso del tiempo: «Podràn dezirme, que por tanto adelgaçar ha auido ruinas en ellos. A esto respondo dos razones, y es, que el daño ha nacido de estar mal plantados, mas que de su delgadez. Y lo otro, que ni los edificios plantados muy gruesos en sus paredes, han dexado de tener muy grandes ruinas, como las historias dizen, causadas del tiempo, de que adelante tratarèmos».

Afirma que un exceso en el dimensionado puede ser tan perjudicial como quedarse corto, refiriéndose, en forma implícita, a la necesidad de buscar un equilibrio entre las distintas partes, como sucede en el cuerpo humano: «Conserua a un cuerpo, segun sienten los Phisicos, una mediana en el sustento; porque la abundancia la acaba, y la falta le destruye; assi siento que passa en los edificios, que mucho peso, o gruesso les haze abrir quiebras, y falta de gruesso les hace perecer: assi, que conviene que guarde una mediana para conseruarse». (31r)

Tras estas digresiones generales pasa a discutir el tema fundamental de la «fortificación de un templo» que es el correcto dimensionado de su sistema de contrarresto, formado por muros y estribos. La exposición es discursiva y en ella contempla todos los casos más frecuentes en la práctica: bóvedas de piedra, de rosca de ladrillo o tabicadas, estribadas sobre muros continuos o reforzados con estribos.

Fray Lorenzo se ocupa primero de las iglesias con bóvedas de piedra: «Comunmente se lleua, que cualquiera Templo tenga de gruesso en sus paredes la tercera parte de su ancho, hallando inconueniente en poder echar estrivos en los lienços de los lados, que suele suceder por estar en calles publicas... mas lleuando estribos... le basta de gruesso la sexta parte de su ancho; y lo que falta para cumplimiento del tercio, ha de lleuar de estriuos, aunque quando en ellos exceda algo, importe poco, y obrando como queda dicho, no ay que temer, ni falta de gruesso ni abundancia, sino obrar con seguridad».

A continuación, y para que no haya ninguna duda, da un ejemplo numérico de las reglas que acaba de enunciar: «porque si el Templo tiene quarenta pies, y sin estrivos lleva el tercio de quarenta, son trece pies de gruesso, y un tercio de pie; y si lleva estribos, la sexta parte de quarenta son seis pies, y quatro sextos, que es poco mas de seis y medio, y lo restante de hasta el tercio de estrivos, es otro tanto, y como queda dicho puede exceder algo en esto de los estrivos, aunque siento son suficientes». El tamaño no está elegido al azar; la luz de cuarenta pies, algo más de once metros, corresponde a una iglesia de tamaño mediano.

Sin solución de continuidad pasa a considerar la bóveda de rosca de ladrillo, primero de muro con contrafuertes y luego con un muro de espesor uniforme. Dado el menor peso y, consiguientemente, menor empuje, reduce la salida de los

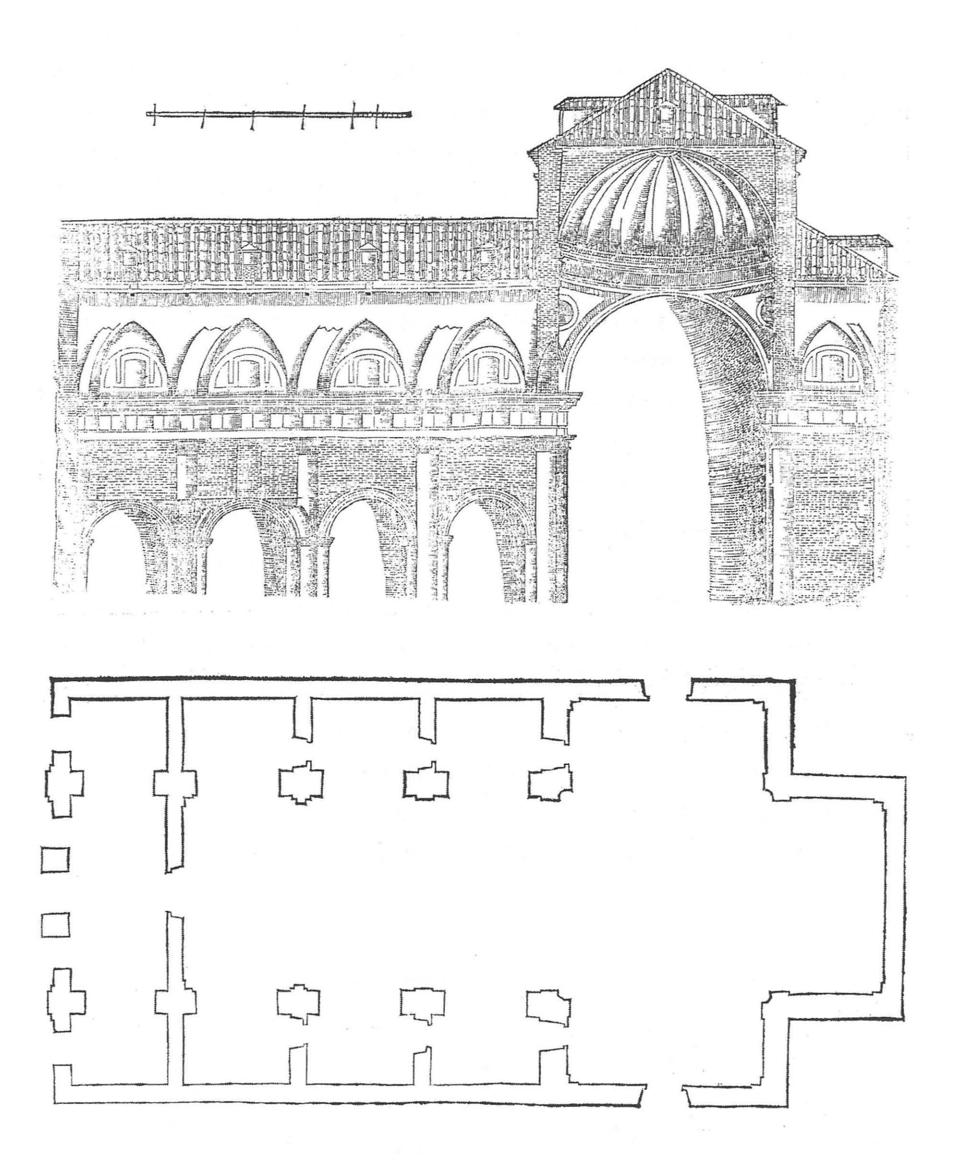


Figura 8.1

Sección y planta de una iglesia. Fray Lorenzo explica muchos temas exponiendo primero la teoría y haciendo después referencia a ejemplos concretos. La planta y sección de la figura, que aparecen en lugares distintos del tratado, parecen corresponder a un mismo edificio. (Fray Lorenzo de San Nicolás 1639)

estribos: «aviendo de ser la bobeda de rosca de ladrillo, por ser materia mas ligera, se puede aligerar el edificio, y assi en los gruessos no llevara mas de la septima parte de gruesso, que de quarenta es septima parte cinco pies, y cinco septimos de pie, y en los estribos llevara el cumplimiento al tercio, sin excederle por ser suficiente, y puedes obrarla con seguridad, no llevando estribos: y siendo la bobeda de rosca de ladrillo, llevará de gruesso la pared la quarta parte de su ancho, que de quarenta es diez pies, y sin temor se podran cargar las bobedas».

Finalmente, considera la posibilidad de que las bóvedas sean tabicadas: «quando la bobeda huviese de ser tabicada de ladrillo, baste que lleven las paredes de gruesso la octava parte de su ancho, que es de quarenta, cinco pies de gruesso, y los estribos se cumplan con el gruesso hasta la quarta parte de su ancho. Si en el Templo, cuyas bobedas han de ser tabicadas, no pudiese aver estribos, tendran de gruesso las paredes la quinta parte de su ancho, que es de quarenta, ocho pies de gruessos, y aun ay lugar en esta parte de adelgazar mas».

Esta parte tiene extraordinario interés pues es la primera vez que se menciona este tipo de estructura en un tratado de arquitectura. Por otra parte, dentro del contexto de la historia de la construcción tabicada, tiene gran importancia que las agrupe dentro del mismo tipo que las de piedra o ladrillo, siendo la única diferencia su menor empuje debido a su menor peso.[5]

La exposición, aunque discursiva, es muy sistemática y puede reducirse a un cuadro de doble entrada, como el que se presenta a continuación:

Material	*Muro uniforme*	*Muro*	*Muro + estribos*
Piedra	$L/3$	$L/6$	$\geq L/3$
Rosca de ladrillo	$L/4$	$L/7$	$L/3$
Tabicada	$L/5$	$L/8$	$L/4$

Tabla 8.1.
Reglas de Fray Lorenzo para obtener las dimensiones de los muros y estribos en función de la luz L y del material de la bóveda. Las reglas se refieren al tipo de iglesia de una nave con bóveda de cañón y lunetos, muy común en la España del siglo XVII. Las reglas de Fray Lorenzo tuvieron una enorme influencia y fueron incluidas en muchos tratados posteriores.

Fray Lorenzo manifiesta su seguridad en las reglas al final de su exposición: «Y assi... este edificio con tres diversidades de bobedas, ira seguro, con tal que en los demas guarde los preceptos que diremos: y en la alteza del Templo no exceda de suerte que parezca mal y el peso y el empujo lo destruyan». En la segunda parte, y como contestación a una de las objeciones de Pedro de la Peña sobre las reglas de dimensionado para los estribos, reafirma de nuevo la seguridad que tiene en sus reglas: «Y todos los que no han guardado en sus edificios estas reglas, las ruinas de ellos lo han manifestado; y aunque pudiera yo referir algunos descuidos de Pedro de la Peña, siendo la defensa natural, porque me deva algo lo dexo de hazer... En quanto a los gruessos, digo, que si la bobeda es de piedra, que es menester tengan las paredes los gruessos que digo, y estimara que me diera proporcion en el empujo de la bobeda de piedra, para que considerando el empujo de la bobeda de ladrillo, viera quan verdad es lo que digo». (2a. parte, 11r)

Para que las dimensiones estén completamente definidas da a continuación el grueso de los estribos en función del espesor del muro, dos tercios, así como la separación entre los estribos: «Los estribos han de tener de gruesso comunmente las dos partes del gruesso de la parte, de tal modo, que si la pared tiene seis pies, ellos han de tener quattro, que son las dos partes. El hueco que ha de aver entre uno, y otro ha de ser la mitad del ancho del Templo, quitando de los huecos los gruessos de los mismos». También contempla el caso de la existencia de capillas laterales: «Y si tuviese la planta Capillas, tendrà de fondo lo que tuviere la Capilla, hasta que ella levante lo que huviere menester, que despues tornarà à telejar, como està dicho, y la planta lo mostrarà adelante en el siguiente capitulo».

Fray Lorenzo da también regla para determinar el espesor de las paredes cuando éstas no reciben el empuje de ninguna bóveda y solamente soportan el peso de la cubierta: «notarás, que no todas las paredes necesitan de un mismo gruesso, porque... [las] paredes... [que] no hacen sino sustentarse a sí mismas, sin que ninguna bobeda cargue en ellas, sino solo las armaduras, y porque estas tambien observen preceptos, siendo el Templo de canteria..., tendrá de gruesso la septima parte de su ancho: y siendo de ladrillo las paredes, tendràn de gruesso la octava parte de su ancho; y siendo asi, quedaràn seguras, y firmes, por no sustentar mas que à sì, y servir de hermosear el Templo».

Como en el caso de Rodrigo Gil esta exposición sistemática permite determinar las dimensiones de los elementos estructurales de una iglesia. Si las reglas de Rodrigo Gil se referían a las iglesias del gótico tardío, las de Fray Lorenzo parecen destinadas a las iglesias de nave única con capillas laterales, si bien el dimensionado es suficientemente generoso como para tener un ámbito más general de aplicación.

Sobre los arcos

Fray Lorenzo dedica un capítulo completo al tema de los arcos, sus tipos y estereotomía, el capítulo 42, que «Trata de los generos de los Arcos, y de la forma que se ha de tener en labrarlos». Desde el punto de vista de los cortes de cantería, se contemplan solamente los casos más sencillos y en modo alguno tiene comparación su contenido con los tratados de Martínez de Aranda o Alonso de Vandelvira. Los comentarios sobre su funcionamiento estructural sí son de interés.

Como Alberti, procede de manera sistemática y primero define los distintos tipos de arcos: «Muchos son los generos de los arcos que la industria ha inventado: mas aunque muchos, reducirlos hemos à cinco... Los nombres a los que los reduzco son: el primero, es escarzano, el segundo carpanel o apaynelado, el tercero buelta de cordel, ò punto hurtado, el quarto medio punto, el quinto todo punto». (64r) Sobre cual de ellos es el mejor, desde un punto de vista estructural, suscribe la doctrina de Alberti: «Entre todos es el mas fuerte el de medio punto, y el mas agradable a la vista, y al fin en todo el mas perfecto».

Menciona el problema clave del diseño de arcos: determinar su espesor en función de la luz, aunque no da ninguna regla: «Del gruesso de los arcos no se puede dar regla asentada y cierta aunque algunos la dan: mas en esto el Maestro le aya prudente, y conforme à lo que ha de sustentar el gruesso». (64v) Más adelante se reafirma en su opinión de que no hay regla universal y que sólo un maestro constructor con experiencia puede decidir un tema tan importante. Como ejemplo compara la aplicación de una regla proporcional, el espesor igual a la doceava parte de la luz, para dos luces de veinticinco y cincuenta pies, para un puente y una iglesia. Los espesores resultantes de dos y cuatro pies le parecen adecuados para un puente pero excesivos para la bóveda

de una iglesia: «del gruesso que han de tener los arcos, de que no podemos dar regla, como diximos en el cap. 42. y es la razon, que si a un gruesso de veinte y cinco pies diessemos dos de rosca, a uno de cinquenta aviamos de dar quatro, y esto podria convenir en puentes, de que adelante trataremos, mas no conviene en Templos; y assi el gruesso quede arbitrariamente a juicio del Maestro». (75r)

Los comentarios sobre las propiedades y ventajas estructurales de cada tipo de arco coinciden con las expresadas por Alberti. Así, sobre el arco de medio punto dice: «Este es un arco muy perfecto, como en su lugar diximos, y muy seguro, con tal que los empujos esten acompañados con suficientes estrivos, de que en su lugar diremos, assi deste, como de los demás». (68r) Es muy interesante la alusión a una regla para conocer el estribo correspondiente a cada arco. Sin embargo, en este caso Fray Lorenzo parece haberse olvidado de su promesa y ni en la primera ni en la segunda parte de su tratado aparece ninguna mención (o al menos no la hemos encontrado) sobre este particular.

Sobre el arco apuntado, menciona su empleo en los arbotantes y su propiedad de no sólo resistir empujes horizontales sino también verticales: «Este arco puede sufrir muchissimo peso, y comunmente se echa el medio para recibir algun empujo de Iglesia, salvando alguna calle; y estando assi le llamamos botarete». (69r)

Generalidades sobre las bóvedas

Fray Lorenzo dedica ocho capítulos, del 51 al 59, al estudio de las bóvedas. Este nivel de detalle en la descripción de la técnica constructiva de las bóvedas no tiene equivalente en ningún otro tratado.

En primer lugar enumera los distintos tipos de bóvedas: «Los nombres de las bobedas son tantos, quantas son sus diferencias. Algunos difieren en sus nombres, aunque no en su efecto. Pueden ser tantas las bobedas, quantas las areas... Mas aunque tantas, reduzirlas hemos a cinco, por estos nombres. El primero llamamos, un cañon de bobeda, que pertenece a cuerpos de Iglesias, y a salas largas, guardando en su buelta medio punto. La segunda es media naranja; pertenece a Templos, y plantas, sobre figuras redondas, y ella por sí lo es. La tercera se llama, Capilla bayda: plantase sobre plantas quadradas. La quarta se llama,

Capilla esquilfada; tiene su planta como la passada, y tambien la quinta, a quien llamamos, Capilla por arista, y destas cinco se originan las demas». (90v)

A continuación cita la terminología de Alberti y habla de la probable etimología del término, así como de la escasez de estudios sobre las bóvedas:[6] «A todas se les dà un nombre comun de bobeda, a imitacion de los cielos, que su figura es en bobeda, y assi Crio Poeta llama a los cielos bobedas grandisimas, y en este nombre de bobeda concuerdan todos, aunque pocas demostraciones he visto dellas impressas». (91r)

Afirma que es un tipo de estructura muy estable; en efecto, una bóveda con curvatura en dos direcciones presenta más posibilidades de equilibrio y precisa por tanto, en general, de menor espesor que los arcos, siempre y cuando los contrafuertes o estribos sean suficientes: «Es fabrica [la de la boveda] de suyo muy fuerte, siendo bien entendida del Artifice; porque todos sus lineamientos van à parar à su centro, que es donde hacen su empujo, hermosea mucho un edificio: y teniendo resistencia, de que tratamos en el cap.24. duraràn lo mismo que èl». (91r)

Para cada forma de bóveda describe el modo de construcción según su tipo de material: tabicada de ladrillo, rosca de ladrillo o piedra (cantería). En este último caso describe la generación geométrica, que permitiría construir las cimbras o formas, y los cortes de cantería.

Espesor de las bóvedas

Sobre el espesor de las bóvedas, como en el caso de los arcos no da regla, aunque sí señala que éstas suelen tener muy poco espesor en comparación con los arcos. Así, cuando trata de sus medidas dice: «Las medidas de las bobedas comunmente es tan solo superficial, y es la causa que su gruesso es muy pequeño, mas quando se ofreciese el aver de medir su cuerpo, o gruesso; medida su superficie la multiplicaràs por el gruesso, o alto que tuviere». (159r)

Sin embargo no da nunca regla sobre este aspecto e insiste de nuevo en ello al tratar de aquellos tipos de bóveda donde el espesor puede ser importante: [cañón seguido] «El gruesso que haya de tener dexo à la decision del Artifice, que en todo debe ser muy considerado» (92r); [media naranja] « . . . como diximos en el cap.38. no se puede dar regla universal à los gruessos, por la razon que alli dixi-

mos» (94r); [rincón de claustro] « . . . el gruesso de la rosca, dexo al arbitrio del Artifice, que en todo debe ser muy considerado, assi en su hueco, como en el gruesso de las paredes, para no cargar mas de lo que moderadamente pueden sufrir, que siendo assi, harà sus obras con acierto». (100r)

Estabilidad de las bóvedas

La forma de «estribar» una bóveda, esto es, de disponer los rellenos sobre las *embecaduras* o *enjutas* y las *lengüetas*,[7] tiene una influencia enorme sobre el funcionamiento estructural. Así, para cada tipo de bóveda dice hasta qué altura y de qué forma hay que disponer embecaduras y lengüetas.

Cuando trata de la bóveda de cañón, insiste de nuevo en que esta forma es la mejor así para un arco como para un bóveda pues «es la mas firme, y vistosa buelta, y de menos peso». (91v) A continuación explica los modos de construcción correspondientes a cada tipo de material (piedra, rosca de ladrillo o tabicado), poniendo énfasis en el macizado de las embecaduras (esta recomendación también la daba Alberti) y la construcción de lengüetas: «y assi como vayas tabicando, la iras doblando y macizando las embecaduras hasta el primer tercio, y esto ha de ser en todas las bobedas, echando sus lenguetas à trechos, que levantan el otro tercio, para que asi reciban todo el empujo ò peso de la bobeda».[8] Los lunetos ejercen la misma función estructural, como ya indicó antes («hazense en las bobedas en unas y otras lunetas, tanto para hermosear la bobeda, como para fortalecerla» (91r)), pero Fray Lorenzo los trata en un capítulo aparte. Las recomendaciones anteriores se aplican también a las bóvedas de ladrillo, y de piedra: «Y de la suerte que queda dicho, que se macize, y eche lengüetas en las pasadas, se ha de hazer en esta». (92r)

Sobre las cúpulas o «medias naranjas», dice que pueden ser de tres tipos: perfecta, rebajada y perlongada. La regla en cuanto a embecaduras y lengüetas es la misma que para las bóvedas de cañón, lo que, en este caso, supone un cierto exceso de seguridad por ser más estables las cúpulas que las bóvedas de cañón: «En esta, la passada, y la que siguiere, sacaràs sus enharrados, ò embecaduras, hasta el primer tercio, y hasta el segundo las lenguetas». (94r)

La idea que tiene Fray Lorenzo sobre el funcionamiento de las cúpulas esféricas coincide básicamente con la de Alberti, aunque no entra en el mismo detalle

que aquél. Así, insiste en dirigir las juntas hacia al centro de la esfera, «en todas las dobelas se han de buscar lechos, y sobrelechos, juntas, y paramentos, y todo ello es causado de su mismo centro, contra quien van guiados todos los empujos» (94v), y señala la posibilidad de hacer óculos pues «la media naranja, en cerrando cualquier hilada empezada, està segura, por hacer el empujo contra simisma; y assi no hay dificultad en hacer linternas». (95v)

Cuando la cúpula sea exenta señala la conveniencia de colocar unas gradas o escalonamientos sobre los riñones, al modo que aconsejaba Palladio, pues esto disminuye aún más el empuje, que dice, con razón, que es el menor en las cúpulas esféricas con respecto a los otros tipos de bóvedas: «podra quedar descubierta; y en ella podràs si quixieres, dexar unas gradas, para subir à su alto, que muchas las tienen, y fuera de servir para esto, sirven de fortaleza a la misma bobeda, aunque la media naranja es la bobeda que menos empujo hace». (95v)

Sobre la bóveda vaída dice que «es una bobeda vistosa y fuerte, aunque por mas tengo las passadas». (96r) Como en los casos anteriores insiste en la importancia de cargar adecuadamente la bóveda. Así para la bóveda tabicada «macizaràs el primer tercio de la embecadura, ò trasdosados, y dobla segun la necesidad lo pidiere; echaràs lenguetas, que sirven de estrivos, y estas han de coger la tirantez de la diagonal, para que resistan a su empujo, y queden con seguridad y firmeza». (96v) Más adelante, tratando las bóvedas de cantería: «Esta bobeda, se ha de trasdosar, ò macizar los enharrados, como queda dicho para las de yesso, echando las lenguetas de piedra; porque de ordinario conviene, que todo un edificio sea de un material». (97v)

En cuanto a las bóvedas en rincón de claustro, da las mismas reglas que para las anteriores: macizar las embecaduras hasta el primer tercio y echar lengüetas hasta el segundo tercio, pero advierte que «si llevase estas lunetas, no ay que echar lenguetas para su fortaleza, sino solo macizarla hasta su primer tercio». (98v) Para el caso de bóveda de cantería: «Las lenguetas, y macizos desta seràn como se dixo en la tabicada: Advirtiendo, en que a rosca mas gruessa, mas gruessos requieren los estrivos. Del que han de tener las dobelas para el gruesso de la rosca, dexo al arbitrio del Artifice, que en todo debe ser muy considerado, assi en su hueco, como en el gruesso de las paredes, para no car-

gar mas de lo que moderadamente pueden sufrir, que siendo assi, harà sus obras con acierto». (100r) También advierte la necesidad de realizar una buena unión entre los distintos paños, ya que es en este punto donde la bóveda tendería a abrirse: «Es de advertir, que a esta bobeda conviene, que en los rincones vaya trabada, porque si cada quarto de los quatro fuere de por si, seria falso el enjarjado». (99r)

En referencia a las bóvedas de arista, Fray Lorenzo discute, con acierto, el funcionamiento estructural característico de estas bóvedas y la importancia de los arcos cruceros, si bien la descripción que realiza no corresponde a una bóveda de crucería gótica, sino a la derivada de la intersección de dos cilindros rectos. En cualquier caso su comentario es interesante: «La pasada [de rincón de claustro] se asienta, y bassa sobre las quatro paredes: Mas esta no tiene otro principio mas del de las quatro esquinas, haciendose fuerte en ellas, y en las quatro formas que ella misma montea, segun su buelta. Es bobeda muy usada en todas partes, y muy acomodada para qualquiera fabrica vistosa, y fuerte». (101r)

A diferencia de las otras, señala que no necesita lengüetas aunque sí es preciso macizar las embecaduras hasta el primer tercio de la altura de la bóveda: «No necesita esta bobeda de lenguetas, ò estrivos, por causa de que tiene los empujos contra sus mismos diagonales: mas necesita de macizar las embecaduras hasta el primer tercio; y con esto tiene lo suficiente». (101v)

Finalmente, dedica un capítulo a las «lunetas», lunetos, que sirven, además de para iluminar, para equilibrar las bóvedas de cañón o en rincón de claustro, actuando a modo de estribos: «En todas las bobedas, que sus bueltas son cañon seguido, ò por esquilfe, estan muy bien las lunetas; y no solo adornan y hermosean el edificio, sino que fortalecen la bobeda; y la que lleva lunetas, poca necesidad tiene de estrivos, ò lenguetas». (103v)

Puentes

Fray Lorenzo dedica el capítulo 65 al tema de los puentes, «Trata del sitio conveniente para las puentes y de su fabrica». Su doctrina está claramente inspirada en la de Alberti, aunque como es habitual expresa sus propias opiniones y existen algunas discrepancias.

Como todo buen constructor de fábricas sabe que el comportamiento estructural es el mismo para estructuras de ladrillo o piedra: «siendo las puentes de ladrillo, y piedra, lo que se dixere de la una, se ha de entender de la otra por ser en todo muy semejantes». (122v) Sigue una descripción muy detallada de la construcción de las pilas de los puentes que, dice, han de tener de espesor la mitad de la luz, figura 8.2: «El gruesso de las cepas ha de ser por la mitad del hueco del arco». (123r) Esta proporción es muy conservadora e indica que Fray Lorenzo era más un arquitecto de edificios que de puentes.

Como Alberti, recomienda macizar y levantar las pilas hasta los dos tercios de los arcos: «Los estrivos levantaràn hasta los dos tercios de los arcos, y hasta el ultimo se iràn rematando con la misma nariz del tajamar, ò angulo, que llevarà bien soldado, para que assi tambien sea defendido el estribo de las inclemencias del tiempo», (123v) y aconseja construir torres para que con su peso estabilicen el puente. Dado el excesivo ancho de las pilas parece una medida prudente: «Haze las puentes mas seguras, si en el medio se levantassen algunas Torres, fundadas sobre sus cepas; porque el peso en las avenidas, resiste el impetu de las aguas: y assi las vemos en las puentes del Arzobispo, y Alcantara, y en otras partes». (124r)

En el caso de los arcos de los puentes favorece el empleo del arco de medio punto, que como hemos visto considera el mejor estructuralmente: «La buelta que el arco ha de tener serà bien sea de medio punto, por ser mas fuerte». (123v)

Sobre el espesor de la bóveda distingue, como Alberti, entre los aristones o arcos de boquilla, y el espesor de la rosca del interior de la bóveda. Para las primeras da una proporción de 1/12 de la luz, como Palladio (Alberti propone 1/10); para las segundas no da regla, si bien advierte que deben ser considerablemente más gruesas que en el caso de las bóvedas de los edificios: «El gruesso de las dobelas serà de alto en las bobedas segun al Artifice pareciese: mas los aristones, que son las dobelas exteriores, que reciben los golpes, seràn por la dozaba parte de su ancho, aunque en el capitulo quarenta y uno diximos, que no se podia dar regla cierta para los gruessos de los arcos. Mas en este caso corre muy diferente regla; porque se ha de considerar, que por una puente passan muchos, y diversos pesos de piedras, golpes de carros, y otras cosas y por esta razon convie-

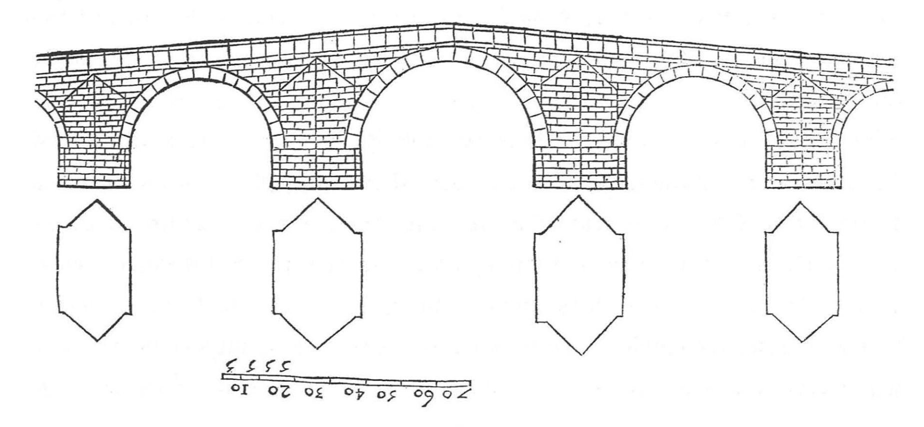


Figura 8.2
Traza de un puente según Fray Lorenzo. Las pilas tienen de espesor la mitad de la luz. La regla es mucho más conservadora que la de Alberti que recomienda entre un sexto y un cuarto para las pilas. (Fray Lorenzo de San Nicolás 1639)

ne, que sean tan gruessas las bobedas, ò arcos de los puentes: y si el gruesso que pide fuese tal, que comodamente no se puedan subir, ni assentar sus dobelas, en tal caso lo repartiràs en dos bobedas, o arcos, y servirà de cimbra la primera à la segunda, y assi quedarà la puente segura». (123v)

Torres

Fray Lorenzo también dedica un capítulo completo, el 63, al tema de las torres, «Trata de la suerte que se ha de plantar una Torre, y de su fortificacion, y de algunas cosas tocantes à Muros y Fortalezas». Como en el caso de los puentes las proporciones generales están tomadas del tratado de Alberti, si bien Fray Lorenzo es más cauto con la esbeltez de las torres, y sólo admite una esbeltez aparente de seis si se coloca un machón central dentro de la torre, que, con su peso, incrementa su estabilidad: «la elevacion de la Torre, o altura, serà hasta quatro cuerpos, ò quatro anchos, hasta el alto de la cornisa: y si la necesidad lo pidiere podràsla dar cinco cuerpos; y sin ella ay Autores que se alargan hasta seis; Mas yo no me atreviera a seguir en esta parte su doctrina, sino es echando en medio de la Torre un macho, ó pilar, que comúnmente llamamos Alma, del

qual tambien cargaran las campanas; y si acaso la hizieseis, le daràs de gruesso la tercia parte del hueco de la Torre; esto es, levantando mas que los quatro cuerpos». (114v)

El espesor de las paredes lo da en función del ancho y no de la altura total como hacían los maestros góticos y recoge Alberti. Fray Lorenzo dice que sea el espesor la cuarta parte del ancho, figura 8.3, lo que para una torre de esbeltez 4 se traduce en 1/16 de la altura, algo más delgado que el 1/15 recomendado por Alberti: «mas no excediendo del numero de quatro, puede quedar hueco lo que ay entre las paredes, que tendran de gruesso, de qualquier manera que sea la Torre, la quarta parte de su ancho, y assi quedara con seguridad y firmeza».

Luego da un ejemplo práctico de aplicación, haciendo referencia a las dimensiones de la Torre de Comares en Granada: «que puesto en practica, es: Si la Torre fuesse de sesenta pies de ancho, se ha de abrir de basis setenta y dos; y viene a quedar de zarpa o rodapie, la decima parte que diximos; y de hueco, o fondo, veinte pies: de gruessos de paredes, quince pies, que es cuarta parte: y de alto doscientos y quarenta pies; y estas medidas guarda la Torre de Comares en la Alhambra de Granada».

Un poco más adelante, vuelve a discutir el problema de la esbeltez de las torres en relación con su planta y la existencia o no de un machón central o contrafuertes: «Si la torre fuere redonda, la darás de alto quatro diámetros. Y es de advertir, que parecerà mayor que la cuadrada, y que la ochavada y todo: y la ochavada parecerà mayor que la quadrada, mas de la forma que fuere ha de observar las medidas dichas. Si quisieres hazer torre sin el alma, ò pilar, puedes, con tal que eches a la torre estrivos por la parte de adentro, y por la de afuera, en esta forma, segun lo demuestra la planta A.B.C.D. y assi quedarà segura: y assi lo està la de la santa Iglesia de Toledo». (115r)

Empleo de modelos

En la primera parte se vio cómo con la ayuda de modelos a pequeña escala, hechos de piezas sueltas, es posible sacar conclusiones respecto a la estabilidad de arcos, bóvedas compuestas e incluso edificios. Algunas de las reglas de Rodrigo Gil sugerían el empleo de modelos con este fin. No hemos encontrado evidencia

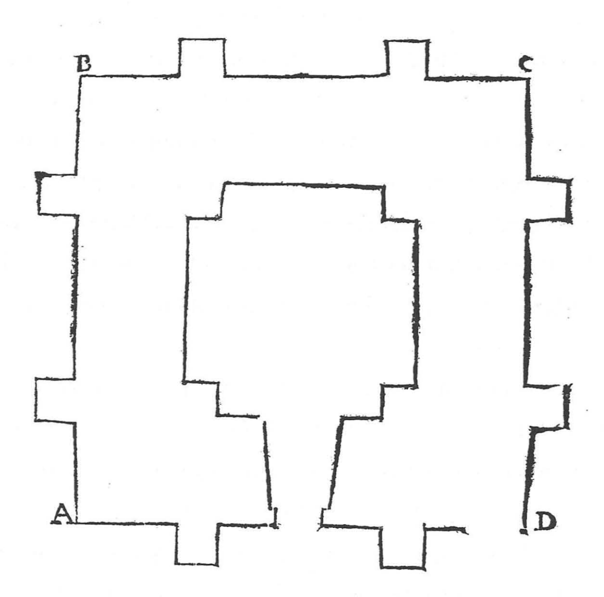


Figura 8.3.
Planta de una torre según Fray Lorenzo de San Nicolás. El espesor de los muros es la cuarta parte del lado de la base. Siendo el interior hueco, la altura sólo puede alcanzar cuatro veces dicho lado. Para mayores esbelteces recomienda construir un machón central de fábrica o, como aparece en la figura, reforzar el muro por dentro y por fuera con contrafuertes. (Fray Lorenzo de San Nicolás 1639)

documental de que los modelos de arcos y bóvedas tuvieran este propósito; más bien, se empleaban para tratar de dominar la técnica del corte de piedras. Lo que sí es indudable es que de forma indirecta los modelos permitían obtener una sensibilidad o criterio intuitivo sobre las proporciones correctas de los espesores de los arcos o de los estribos. Fray Lorenzo hace continuas referencias al empleo de modelos a pequeña escala de escayola para descubrir los secretos del arte del corte de la piedra. Citamos a continuación algunas de sus persistentes admoniciones sobre su uso.

Así, al tratar de los arcos dice: «El diestro Maestro, este, y los demas deseños, primero los forja, y corta en pequeño de yeso, que los haga. Mas los cortes dichos, por averlos assi primero executado, como se obren como està dicho,

saldràn bien» (66r); «Los cortes dichos hallarás estar bien ajustados, si con diligencia los obrares: y tambien lo conoceras, si los cortares en pequeño de yesso, que assi lo advertimos al principio, de que yo por los diseños que obro en piezas de yesso, conozco su justificacion; y es obrar con seguridad, quando lo que se obra es costoso, pues te aprovecha el tiempo y se gasta menos» (69r); «Importaria, que antes que hiziesses el arco, que le cortasses de yeso en pequeño, para que de su conocimiento resultase el hazerte mas señor en las dificultades: mas los cortes dichos, antes los he experimentado, que llegase a tratar dellos». (67v)

Cuando describe los cortes de las bóvedas insiste de nuevo: «Si deseas aprovechar, y experimentar este mi escrito, haz cortes con yeso, y por ellos conoceràs ser cierto, y concordar lo practico con lo especulativo: todo lo qual experimentè con mis manos antes de escribirlo, siendo este mi exercicio, como en otras ocasiones he dicho». (91r) Y más adelante: «Sera bien, que para enterarte de lo dicho hicieres de piezas pequeñitas de yeso los cortes dichos; y fuera del enterarte conoceras ser asi». (95r)

Simón García

Simón García (ca. 1650-1697) fue un oscuro arquitecto salmantino[9] que ha pasado a la historia por compilar entre 1681 y 1683 un tratado titulado *Compendio de Arquitectura y Simetría de los Templos*. La obra nunca llegó a publicarse y se conserva en forma manuscrita en la Biblioteca Nacional de Madrid.[10] El tratado no es original y en su mayor parte está formado por fragmentos extractados de otros tratados anteriores. Además de la parte del manuscrito correspondiente a Rodrigo Gil de Hontañón, ya tratada en el capítulo 6, otra buena parte está copiada de la obra de Fray Lorenzo de San Nicolás.[11]

Reglas estructurales sobre Templos

Simón García tras haber incluido en la primera parte de su manuscrito las reglas de Rodrigo Gil de Hontañón, aumenta ahora su número dando reglas que en ocasiones se contradicen con éstas. Parece convencido de que el saber es una acumulación de datos: «Aunque desde el capt. 2 hasta el fin del capt. 6 se a tratado de

la proporçion y repartimiento de los templos asi por la estatura humana, como por iometria, con advertençias y reglas generales, no obstante proseguire, que la abundancia de reglas y preçeptos, no daña». (50r) Las reglas que siguen pertenecen al capítulo 11 titulado «en orden a los templos».

Para una iglesia de una nave da las reglas habituales del Renacimiento, citadas entre otros por Palladio. Contempla dos casos: con y sin capillas laterales. Si hay capillas laterales, que llama «capillas hornaçinas», se emplea el muro de separación como estribo y se le da la mitad de la luz (como en San Pedro de Roma): «si el templo ubiere de ser de una nabe, se tomarà el ancho del sitio, por los extremos de afuera, el qual se partira en 4 partes y dos se daran al ancho de la nave y dos a los de los dos lados, de pilares, y paredes, haçiendose entre pilar y pilar capillas hornaçinas, que sirban y parezcan cruçeros».

Si no hay capillas se da al estribo un tercio de la luz. Esta última regla del tercio la cita además en dos formas distintas, no pareciendo darse cuenta de que la proporción resultante es la misma, lo que demuestra que Simón García copia de varias fuentes distintas: « . . . y si la yglesia no llebase hornaçinas, sino solas unas correspondençias que salgan fuera poco de la pared . . . se dara de grueso, a la pared, y pilar, la terçia parte del ancho de la nabe, y los pilares, y estrivos quedarán a la parte de adentro adornados de buena arquitectura». Y más adelante: «Si la yglesia fuera de una nave, se partira todo el ancho en 5 partes y 3 se daran a la nave, y dos a las paredes de los lados, haçiendose a manera de cruçeros con sus correspondencias». (51r)

Para una iglesia de tres naves también da dos proporciones distintas según haya o no capillas hornacinas entre los estribos. Para el caso con capillas hornacinas: «Si la yglesia fuera de 3 naves, se partira el ancho en 8 partes; dos se daran a la nave maior, y dos a los pilares de los lados, y dos a las dos naves colaterales, y algo mas, y dos se darán a las paredes y pilares de los lados, abiendo de llevar ornaçinas». (50v) Cuando no hay capillas hornacinas: «Y si el templo fuera de 3 naves, se partira el ancho en 11 partes, 3 se daran a la nave maior, y 2 a los dos pilares de los lados con sus correspondençias de pilares». (51r)

Si la iglesia tiene cinco naves, como en el caso anterior da dos proporciones diferentes en distintos lugares y, debido a las dimensiones excesivas de los pilares y estribos, no parece que pueda hablarse de reglas estructurales propiamente

dichas: «Y si fuere de 5 naves, se partira el ancho en 12 partes, dos se daran a la nave maior, y 4 a los 4 pilares, y 4 a 4 colaterales; y 2 a las paredes de los lados». Un poco más adelante: «Y si la yglesia fuera de 5 naves, se partirá el ancho en 17 partes, 3 se daran a la nave maior, y 4 a 4 pilares, y 8 a quatro colaterales, y 2 a las paredes de los lados, con sus correspondençias».

Por si no fuera bastante esta diversidad de preceptos Simón García todavía da otros tres conjuntos de proporciones para los pilares y estribos de una iglesia. Los primeros corresponden, según dice, a las proporciones de San Pedro de Roma; los dos últimos a las catedrales de Toledo y Salamanca.

Las proporciones de San Pedro las relaciona con el cuerpo humano: «Otra proporçion se saca de un vien proporçionado cuerpo humano, y es, que la espalda que es el ancho que ay de un hombro, a otro, sea la nave maior, y lo que ay desde el hombro al codo, sea el grueso del pilar, y lo que ay desde el codo al juego de la moñeca sea la nave colateral, y lo que tiene de largo la mano la pared del lado, que por otro termino, es, 15 partes de nave maior, y 12 de cada pilar, y 9 de cada colateral la qual proporçion da la Yglesia de San Pedro de Roma».

En la catedral de Toledo: «La proporcion de la Santa Yglesia de Toledo, es, la 4a parte del ancho de la nave maior, al pilar; de 2/3 a cada colateral, y a cada pared lo que al pilar, lo qual es no llegando al cimborrio». A continuación da las proporciones de las catedrales de Salamanca y Segovia: «La proporçion de la Santa Yglesia de Salamanca y Segovia, es la 4a parte del ancho de la nave maior, el pilar, y los 2/3 la colateral, y otro tanto a cada ornaçina, a la pared, lo que al pilar».

En resumen, Simón García realiza una recopilación acrítica de reglas, que en ocasiones se contradicen entre sí, o que no corresponden al mismo tipo estructural. También parece haber deducido reglas proporcionales de edificios existentes. Sorprendentemente, ignora las reglas claras y sistemáticas de Fray Lorenzo de San Nicolás, cuando, sin embargo, en muchos otros temas le copia literalmente.

Reglas sobre cúpulas y cimborrios

El capítulo 13 titulado «de los templos» contiene reglas para un «templo redondo» y para la cúpula o cimborrio que lo remata. Las reglas tienen gran interés pues son

las primeras que aparecen sobre este tema en un tratado español. Pueden tener su origen en las reglas y proporciones citadas por Alberti y Serlio (véase cap. 6).

Simón García empieza dando las proporciones de la base del templo, formada por paredes y capillas: «Queriendo haçer un templo redondo se dividirá el maior çirculo que haçe la pared, por la parte de afuera en 5 partes, 2 se daran, a las paredes, y ornaçinas de los lados, y 3 al espaçio, y hueco». (52v)

En cuanto a la cúpula y linterna primero da las proporciones generales: «Y haçerse há el çimborio conlinterna, y orden de colunas, tan alto, por lo menos, como el doble del ancho, o diametro . . . Y lo que hubiere de vasis del dicho çimborrio, a su cornija, abrá de allí a la clave de la linterna, subiendo de pie derecho, tendrá la linterna, doblado de alto que de ancho . . . » (52v-53r).

El óculo será de 1/4 de la luz y el muro del tambor de la cúpula de 1/5 de la luz: « . . . haçiendose del ancho que se dirá, que bendrá a ser de la una quarta parte del ancho del çimborrio por abajo; y el grueso de la pared de la una quinta parte . . . ». (53r) Curiosamente estas proporciones se verifican en la sección de Perret de la cúpula de El Escorial, figura 8.4, y también, aproximadamente, en la cúpula real construida.[12]

Reglas sobre puentes

La regla para el cálculo de las pilas de los puentes que aparece en el manuscrito de Simón García constituye un caso excepcional. En vez de basarse en proporciones o funciones de la luz (sea geométrica o aritméticamente) como ha sido el caso hasta ahora, utiliza relaciones de áreas. Así, dice, que la pila tiene que tener de superficie la mitad de la superficie que cubre la bóveda: es decir, el producto de la mitad de la luz del arco por su ancho. Las proporciones de la pila, sin embargo, no aparecen claramente establecidas y dice vagamente que se den tres partes al tajamar situado en la dirección de la corriente y dos al de la parte de abajo, figura 8.5: «La orden que se a de tener para sacar la traça de un puente, y darle el area que requiere el pilar segun el ancho del puente, y el largo de uno de los arcos sera esta... Teniendo quenta de dar a los pilares el area que requieren que será de esta manera de exemplo. En esta planta que queda señalada con A, que tiene el arco de longitud 40 pies. Y de ancho 16 pues multiplica 40 por 16 y baldran 640. La mitad de estos 640 que son 320 serà el area que tendra este pilar,

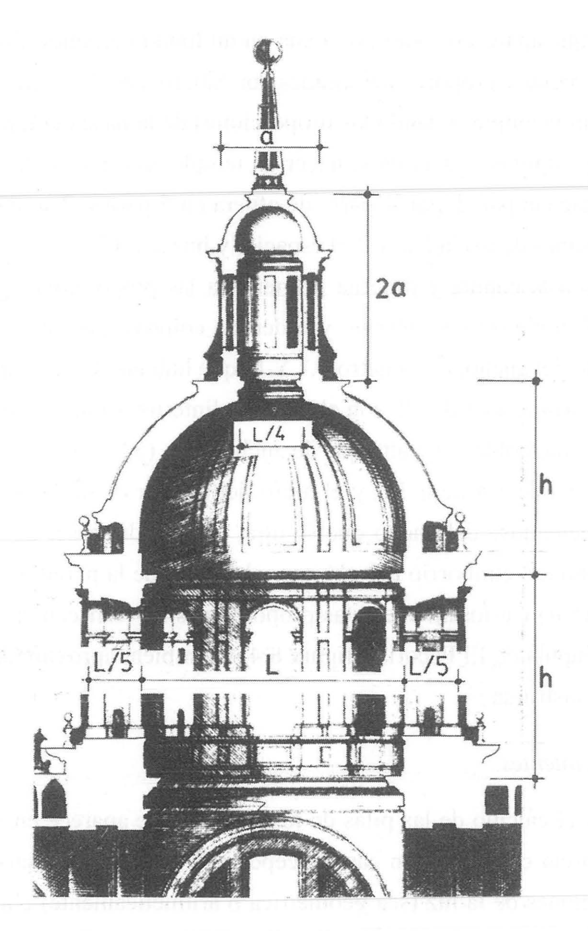


Figura 8.4
Reglas de Simón García para el cimborrio de un templo redondo, superpuestas sobre la sección de Perret de la cúpula de El Escorial.

y el tajamar que está açia la parte de arriva que corta el agua tendra tres partes y el de abajo dos». (40v)

Una interpretación podría ser, basándose en la figura y manteniendo la forma del tajamar de arriba (arco apuntado aproximadamente equilátero) y abajo (rectangular), que la relación entre las longitudes transversales de ambos esté en la relación de tres a dos. Como, a su vez, los dos serían función del ancho de la pila, en este caso todas las dimensiones quedarían prefijadas al determinar la

luz *L* y ancho *A* del tramo, produciéndose las relaciones geométricas que aparecen en la figura 8.6. De esta forma podemos establecer relaciones entre la luz del tramo y el espesor *e* de la pila, *L/e*, para cada proporción del tramo *L/A*, figura 8.7.[13]

Como puede observarse los valores del espesor de la pila están comprendidos entre 1/3 y 1/6 de la luz. A medida que la calzada se hace más estrecha influye más el papel estabilizante de los tajamares y la pila disminuye de espesor. Esta manera tan sofisticada de relacionar varias variables parece corresponder más a la tradición de Rodrigo Gil que a la de Alberti y Palladio. La forma de presentar la regla también coincide y es probable que esta regla perteneciera al antiguo manuscrito de Rodrigo Gil.

Más adelante, Simón García menciona las reglas de Alberti; cita primero a Cataneo, pero las reglas corresponden al tratado de Alberti. «Segun Cataneo, no

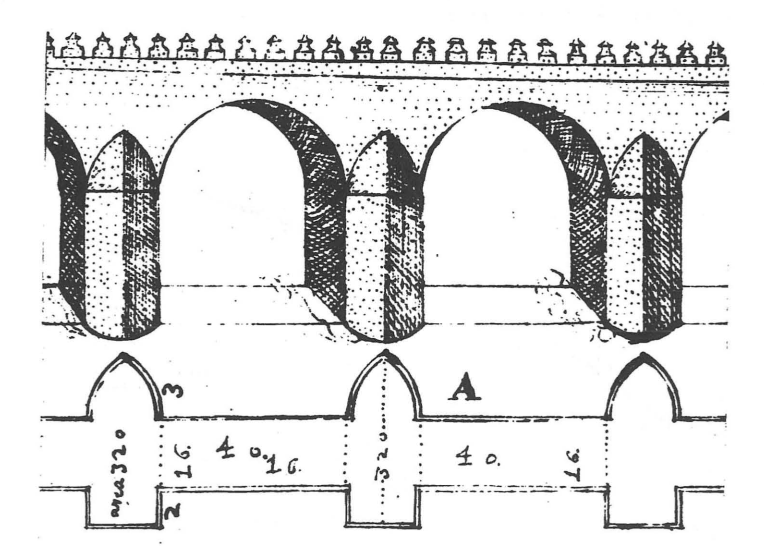


Figura 8.5
Regla para el cálculo de las pilas de los puentes incluida en el manuscrito de Simón García. La regla se aparta del tipo habitual, en que se calcula el espesor de la pila como una fracción de la luz. En vez de ello, se relaciona el área de la pila con el área de la calzada del puente entre las pilas. (García 1681. Ms. Biblioteca Nacional)

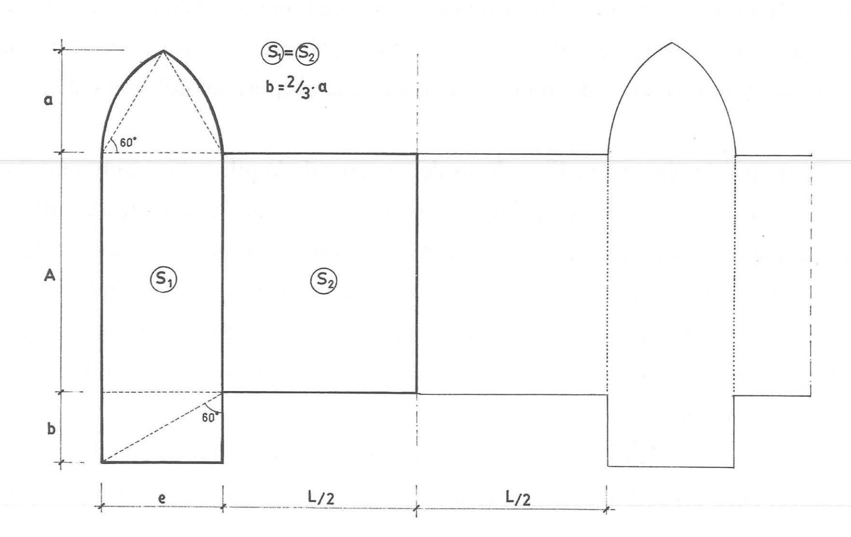


Figura 8.6

Restitución hipotética de la forma de los tajamares.

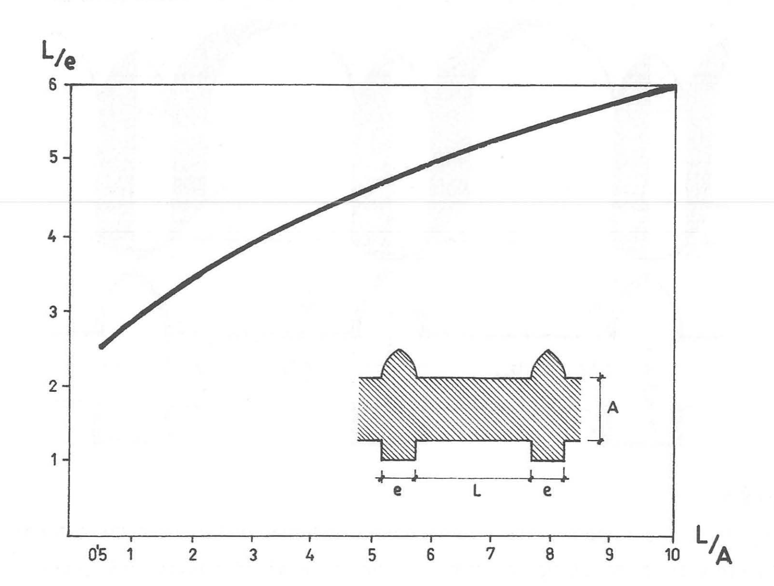


Figura 8.7

Relación entre luz y espesor de la pila en la hipótesis anterior.

seran las pilastras mas subtiles que la sexta parte del hueco del arco y concuerda con Leon Baptista Alberto que en el libro 4 Cap. 6, dice que sean los pilares de grueso la terçia parte de la mitad del arco que biene a ser la sexta del arco entero». (40v)

Sobre el espesor de la bóveda del puente da la regla de Alberti para los aristones: «Las dobelas de los arcos serán tan altas como la 10a parte del ojo maior y ya que no puedan ser tan grandes todas las dobelas por lo menos los aristones». (40v)

Torres

Sobre las torres todas las reglas de proporción están inspiradas en Alberti, como el propio autor reconoce. Una prueba más de la importancia y difusión de su obra, que, como dijimos marcó la pauta en el diseño de torres hasta el siglo XIX: «Segun Leon Bautista, si fueren pulidas, y cuadradas, tendran de alto, 6 de sus anchos, y si fueran toscas, subiran 4 de su ancho. Y si fueran redondas, y pulidas 4 y si redondas y toscas 3 veçes su diametro. El grueso de las paredes, 6 pies, si sube 60. Si sube 70 tendra de grueso 7 y asi se hirà proporçionando, de modo que se tenga por regla general darle de grueso a las paredes la deçima parte de lo que subiere de alto». (53r)

Primeros teoremas sobre arcos: Henry Wotton y Bernardino Baldi

Henry Wotton (1568-1639), fue un escritor y diplomático inglés que pasó largas temporadas en Italia, donde fue embajador en Venecia durante dos decenios. Desde joven manifestó un gran interés por las ciencias (mantuvo correspondencia con Francis Bacon y Kepler) y las artes. Aunque nunca trabajó como arquitecto, publicó en 1624 el primer tratado inglés de arquitectura, *The Elements of Architecture*. Este librito tuvo mucha difusión en toda Europa y se publicó en español en 1698.[14]

El tratado de Wotton es básicamente, como él mismo reconoce, una recopilación resumida de observaciones y reglas recogidas de tratados anteriores. En el contexto del presente estudio resulta de extraordinario interés que decidiera incluir los teoremas sobre arcos del matemático y arquitecto italiano Bernardino

Baldi (1621): se trata de uno de los primeros intentos de explicar el funcionamiento de los arcos de piedra empleando razonamientos basados en las leyes de la mecánica.[15] Su inclusión demuestra la necesidad que a principios del siglo XVII sentían las personas con una cierta formación de justificar científicamente sus opiniones. En realidad, los Teoremas de Wotton no aportan ninguna regla al diseño estructural de los arcos, pero por su énfasis en el equilibrio de las masas, que como veremos se recoge también en las interpretaciones de otros tratadistas, como el padre Tosca, y por tratarse de uno de los primeros intentos sistemáticos de análisis de arcos, merecen ser citados íntegramente.

Wotton pone, en primer lugar, énfasis en la importancia de la materia y limita el campo a los arcos y bóvedas de cañón, que como dice son equivalentes: «Porque las mas de las vezes se hallan sustentando Bobedas y Arcos [los muros] . . . trataremos de estos; pues la Bobeda no es mas que un Arco dilatado, y ensanchado; y el Arco una Bobeda estrechada. Y para proceder en esto de Compendiosa, Clara y fundamentalmente, reduciré todo este negocio à pocos Theoremas». (57)

El Primer Teorema trata de la caída de los graves: «Todas las materias solidas si no las impiden, descienden perpendicularmente azia abaxo; porque el peso tiene natural inclinacion al Centro de el Universo; y la Naturaleza perficiona sus movimientos por las lineas mas breves».

En el Segundo Teorema afirma que los arcos adintelados con dovelas rectangulares de lados paralelos no son estables. La afirmación parece obvia, sin embargo, al final observa que «para que esten firmes, es preciso, se mude su posicion, su Figura, o entrambas cosas». En efecto, si los ponemos verticales obtenemos un pilar estable (cambio de posición respecto a la dirección de la caída); la otra única posibilidad es variar su forma: «Los ladrillos de forma Rectangular Ordinaria, si se unen, ò juntan en orden nivelado, y plano, entre fulcimientos que sustentan ambos terminos: Todas las partes intermedias necessariamente harán asiento con su natural gravedad... porque como sus lados son paralelos, tienen espacio para descender perpendicularmente. Y assi para que esten firmes, es preciso, se mude su posicion, su Figura, ò entrambas cosas». (58)

El Tercer Teorema justifica la forma cuneiforme de las dovelas y prescribe además que las juntas concurran en un centro, como es la práctica habitual. Ad-

vierte que aunque la figura resultante es estable los empujes son muy fuertes: «Los ladrillos, ò Piedras de forma Quadrada, si se ponen con Orden Nivelado (en forma de Cuñas...) y sus puntos interiores concurren en un Centro, sustentados sus extremos... Ninguna de las partes intermedias puede hazer asiento, mientras no lo permiten los fulcimientos; porque no tienen espacio (aunque estèn a Nivel) para descender perpendiculares. Pero aun es muy debil este especie de Fabrica; porque los fulcimientos que sustentan los extremos..., padecen el muy violento impulso de las paredes intermedias... Por lo qual se usa rara vez esta forma, si no es en Ventanas, y Puertas angostas». (59)

Prosiguiendo el razonamiento concluye en el Cuarto Teorema que la figura mejor para un arco es la semicircular: «Si los materiales figurados como antes Cuneatium, no se colocan en forma nivelada, ó plana, sino en forma de Arco, ò porcion de Circulo, concurriendo en un Centro: Ni las partes de el Arco pueden hazer assiento, por faltados de espacio para descender perpendiculares. Ni los fulcimientos (assi los llaman) de dicho Arco, pueden padecer tanta violencia como en la Postura plana precedente: porque su redondez causa, que el peso que carga, descanse sobre los fulcimientos mas que impelerlos... De donde se infiere un evidente Corolario, que la mas segura forma de los Arcos es la semicircular: y para Bobedas, la Emisferica... como lo prueba bien Bernardino Baldo, Abad de Guastala, en sus comentarios a Aristoteles». (60)

El último teorema y los comentarios que le siguen tratan simplemente de justificar el empleo de otro tipo de arcos que empezaron a emplearse a partir del Renacimiento,[16] los carpaneles y elípticos: «Assi como los Arcos semicirculares, ò Bobedas hemisfericas son las mas redondas entre todas, y consiguientemente las mas firmes, segun el Theorema precedente: Assi tambien son las mas hermosas entre todas, las que guardando la misma altura, se dilatan, y ensanchan una catorzena partes mas largas, que su Diametro entero; porque esta añadidura en la extension, pone mucho de hermosura, y quita poco de firmeza. Esta observacion se halla en Leon Baptista Albertis: pero la Practica de conservar la misma altura, y dilatar los braços, ò terminos del Arco, està en la Geometria de Alberto Durero». (62)

Finaliza diciendo que toda la ciencia de abovedar se basa en los anteriores teoremas, realizando una acerba crítica de los arcos apuntados y del gótico en general: «Sobre estos cinco Theoremas se funda toda la Ciencia de Arquear y

Embobedar: Y en quanto à las Bobedas, que los Ytalianos llaman: Di terzo, & di quarto acuto; porque siempre terminan en Angulo Agudo, y resultan de la division del diametro en tres, quatro, o más partes; digo: Que estas, assi por su flaqueza, y debilidad, como por su feo aspecto, deben exterminarse de los ojos juyciosos, y dexarle à sus primeros inventores los Godos y Longobardos, con las demàs reliquias de aquel barbaro Siglo». (63)

No parece que el contenido de los Teoremas justifique su afirmación de que constituyen la base (científica) de la construcción de bóvedas. Se trata, en realidad, del mismo tipo de afirmaciones y razonamientos genéricos que hemos encontrado en Alberti. Lo importante, como se ha dicho, es la necesidad expresa de que exista una «ciencia» formalizada en teoremas, como la mecánica clásica aristotélica. La cuestión estaba en el ambiente de la época y hubo otros intentos similares algo posteriores, pero que no tuvieron la difusión del tratado de Wotton.[17]

Carlo Fontana: proyecto de cúpulas

Carlo Fontana (1638–1714) fue uno de los arquitectos más representativos del barroco romano. Trabajó como arquitecto e ingeniero, y en ambas vertientes desplegó una extensa actividad profesional. En varias ocasiones fue llamado para dar su opinión de experto sobre la estabilidad de cúpulas: en 1673 para la iglesia de Santa Margarita en Montefiascone, en 1675 para la iglesia de Santa Maria en Vallicella y, finalmente, en 1680 para San Pedro de Roma.[18] Precisamente este último informe pericial fue el origen de un trabajo que culminó con la publicación en 1694 de un monumental tratado dedicado a la fábrica de San Pedro, *Il Tempio Vaticano e sua origine*.[19]

El libro V de *Il Tempio Vaticano* contiene una serie de reglas geométricas y aritméticas para el proyecto de cúpulas y de su sistema de contrarresto. Como se ha visto, en general las reglas de proyecto estructural simplemente se enuncian pero no se justifican. En este caso, los informes periciales anteriores permiten conocer, de manera explícita, la génesis de las reglas, y esto tiene un interés extraordinario para esta investigación. Las reglas geométricas de Fontana fueron una referencia para el proyecto de cúpulas en el siglo XVIII. Otros autores, como

Vittone, elaboraron reglas análogas, y también fueron citadas en el contexto de los debates sobre la estabilidad de las cúpulas de San Francisco el Grande de Madrid y de Santa Genoveva de París. Finalmente, Fontana también exploró otras formas de fijar las dimensiones de los muros que soportan las cúpulas, en planta, y, de manera más general, de la proporción entre el espacio interior y el volumen de fábrica que los circunda.

Reglas para cúpulas

Fontana distingue entre cúpulas dobles, formadas por dos cáscaras como la de San Pedro, y las simples, compuestas por una cáscara única. Favorece el empleo de las primeras para adecuar mejor la percepción exterior e interior de la cúpula. En efecto, para que la cúpula sea visible desde el exterior debe estar peraltada, pero esto, sin embargo, lleva a una proporción desagradable desde el punto de vista del espacio interior. La solución es hacer una cúpula formada por dos cáscaras, cada una respondiendo a las exigencias del espacio exterior e interior respectivamente: «Porque su Bóveda, aunque por el interior agrada a la vista, no lo hará por la parte exterior, por su mayor anchura, que la hace más achatada, faltando entonces la armonía». (315) Fontana da reglas geométricas para definir la forma de ambos tipos de cúpulas, así como para la colocación de las cadenas de hierro en su parte inferior.

Cúpulas dobles: San Pedro

Como es natural, Fontana considera como forma óptima para una cúpula doble la de la cúpula de San Pedro, y dedica varios capítulos a la forma geométrica y la construcción de esta magnífica mole. Las proporciones generales de la cúpula en relación con la sección completa del templo se discuten en el capítulo XV, titulado «Regole occulte..., per il composto della Cupola, e suoi sostegni» (Reglas ocultas... para la composición de la cúpula y su soporte), figura 8.8. La regla geométrica para el trazado de las curvas de intradós y trasdós se expone en el siguiente capítulo «Del Sesto della cupola Vaticana» (Del perfil de la cúpula vaticana), figura 8.9.

Según Fontana, «Giacomo della Porta y Domenico Fontana dibujaron las plantas y los alzados interior y exterior de las dos bóvedas que forman la cúpula, y éstos fueron grabados en el pavimento de la Basílica de San Paolo en Roma, pues

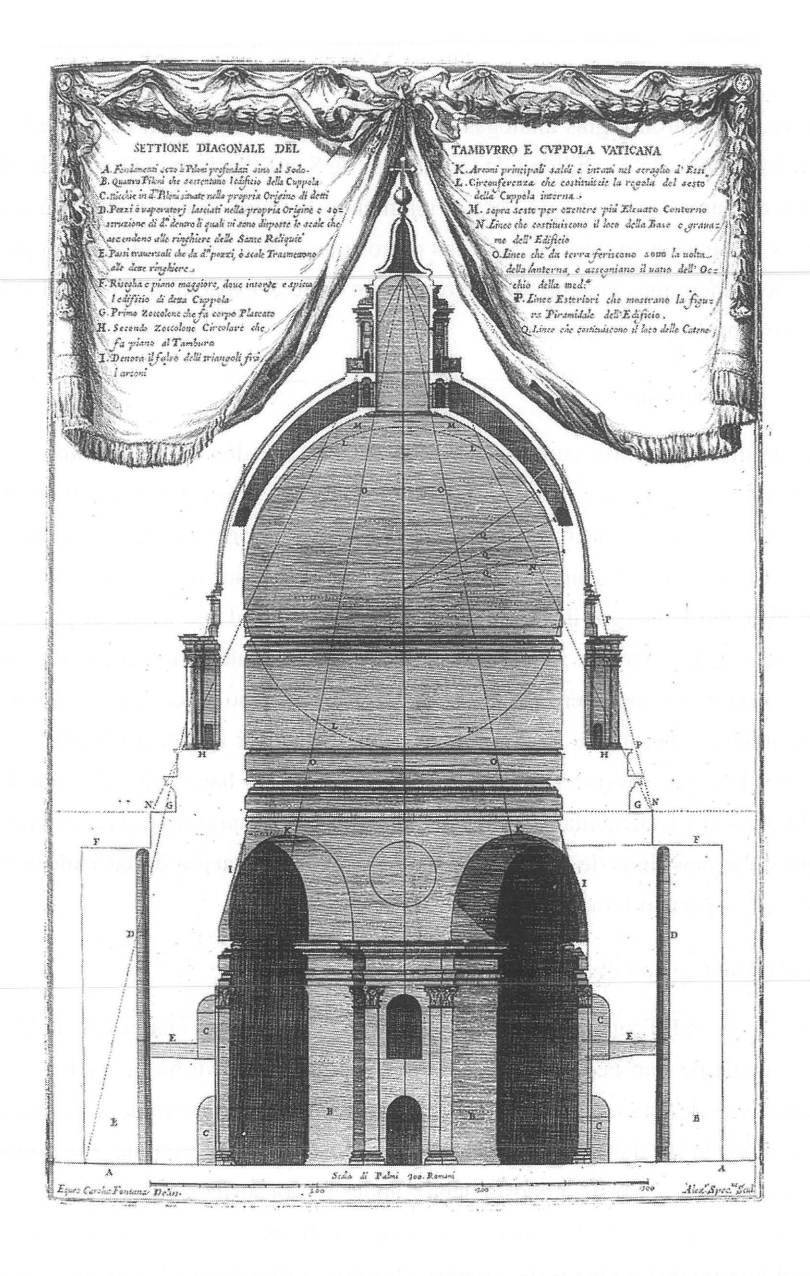


Figura 8.8

Proporciones generales de la cúpula vaticana en relación con la sección completa del templo. La sección es diagonal, por las pechinas, y Fontana ha dibujado una serie de líneas que forman triángulos y definen «la figura piramidal del edificio». (Fontana 1694)

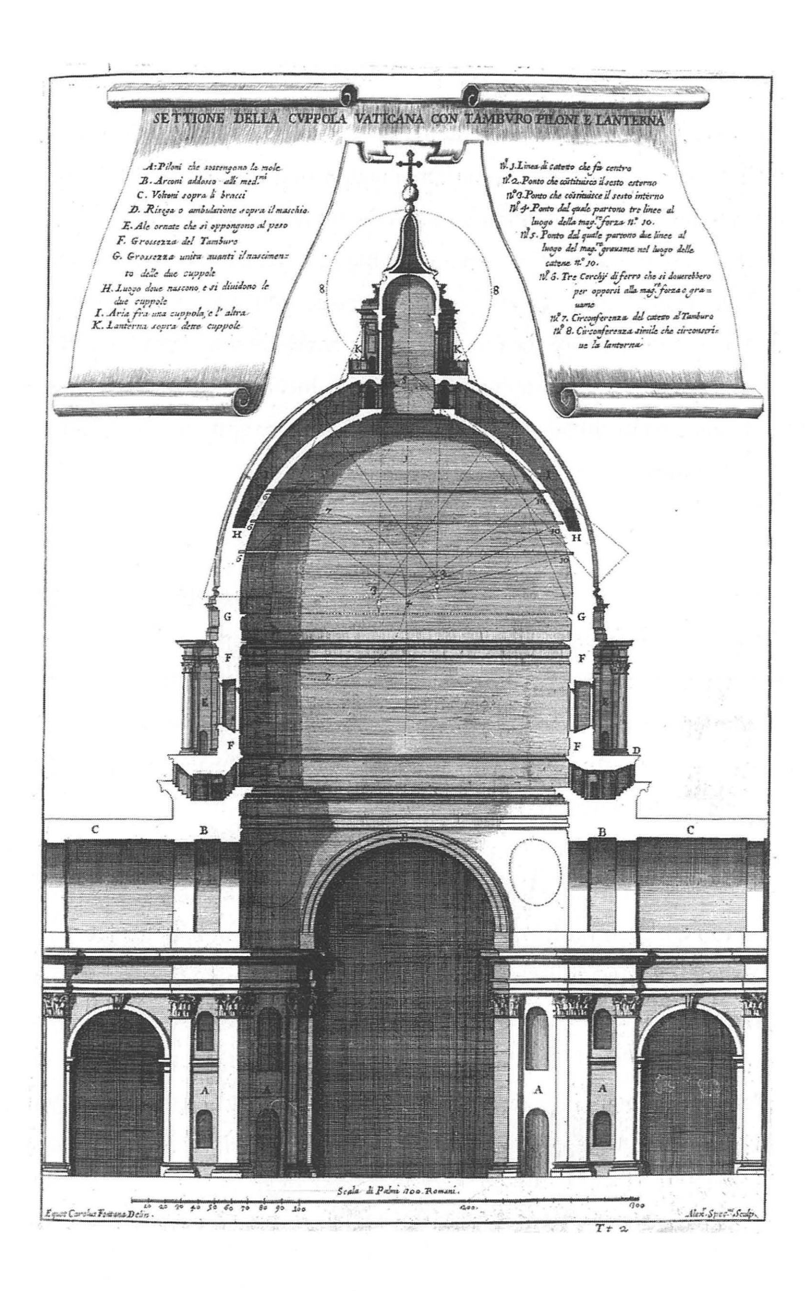


Figura 8.9

Regla geométrica para el perfil de las dos cáscaras de la cúpula de San Pedro. Fontana dice haber hallado esta traza grabada en el pavimento de la Basílica de San Paolo en Roma. Nótese que también se indica la situación de las cadenas de hierro. (Fontana 1694)

sólo allí se encontró espacio suficiente». (329) Fontana dice haber encontrado estas trazas y haberlas estudiado con gran trabajo dado su gran tamaño. En la Lámina de la figura 8.9, aparecen los centros y radios de curvatura, así como, las líneas auxiliares para obtenerlos que, dice Fontana, habían permanecido en el pavimento. La misma regla, u otra muy similar, parece haberse empleado en el proyecto de las dos cúpulas menores sobre los ángulos de las naves laterales del templo. Merece destacarse que en el dibujo aparece también la localización de las cadenas que, según Fontana, están situadas en «il luogo del magiore spingimiento» (en el lugar de mayor empuje). (325)

Cúpulas simples

El capítulo XXIV está dedicado a las cúpulas simples, «Regole per le Cupole Semplici», con reglas para su trazado. Comienza disculpando el empleo de este tipo que considera inferior al anterior y que se justifica «por la escasez de recursos económicos, o por encontrarse los Templos sin cubrir, con soportes o muros ya construidos, no aptos para soportar las dobles . . . por estar los muros faltos de aquellas cualidades necesarias para las dos . . . ». (361)

A continuación presenta su regla: «En la siguiente lámina se ha dibujado la Regla inventada por nosotros y frecuente en muchas Cúpulas . . . cuyo contorno resulta agradable tanto a los Arquitectos, como a los Pintores», figura 8.10. La regla, como en el caso de las cúpulas dobles, consiste en una serie de trazos geométricos donde los centros vienen determinados por fracciones simples de las dimensiones principales. La lámina que reproducimos es suficientemente explícita y también es una buena ayuda la restitución simplificada de Straub (1949). No obstante citamos íntegros, por su interés, los párrafos del libro en los que se establece la regla:

> *Regla del Autor para construir los Tambores y Cúpulas Simples con Linternas*
> Fijado el Vano de la Cúpula y Cornisas sobre los Arcos con el Zócalo, la mitad de la línea diametral determinará el Ornato exterior del Tambor A, cuya altura se dividirá en cuatro partes; tres de las cuales se asignarán al Ornato de Pilastras, Base, Arquitrabe, Friso y Cornisa, como se indica en B; y la cuarta al Pedestal C, siempre y cuando lo permitan las alturas de los tejados, para lo cual no hay regla.

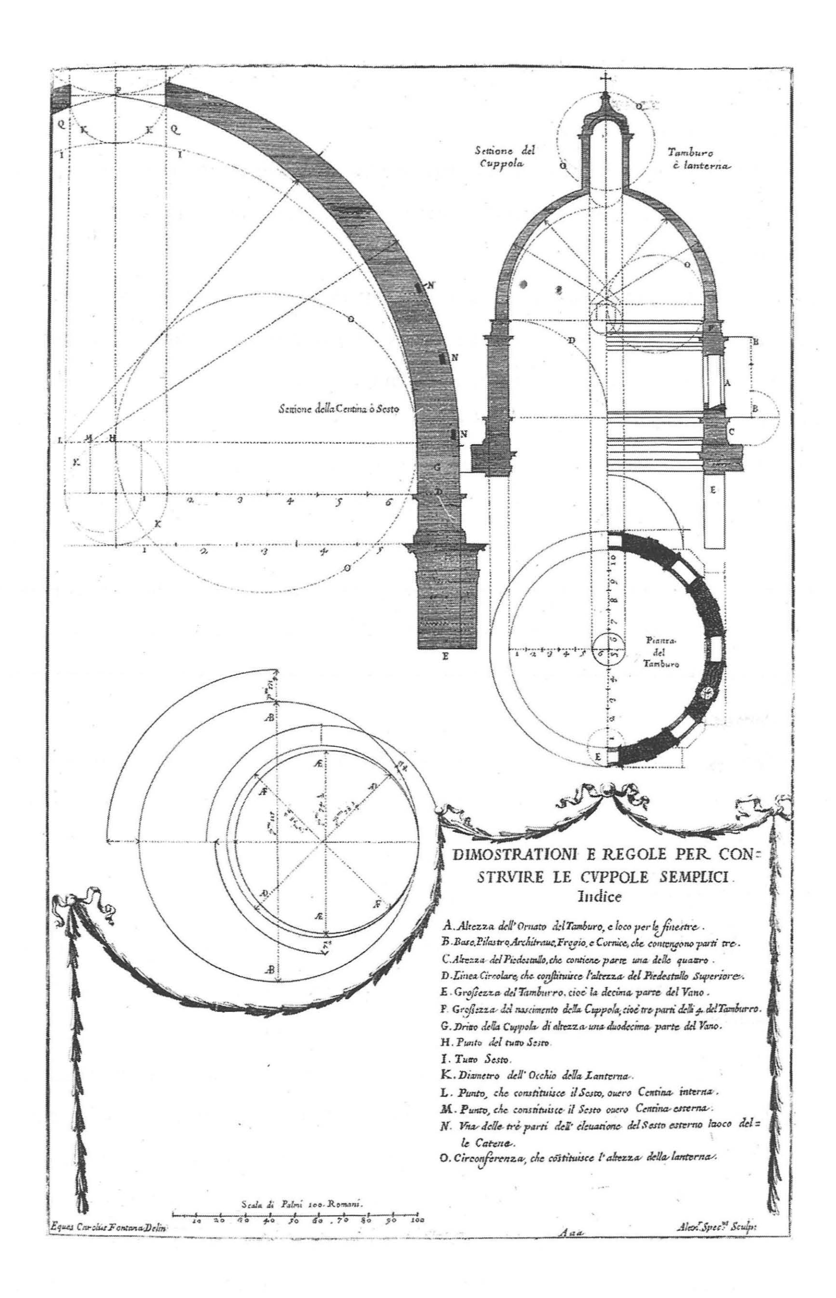


Figura 8.10

Regla de Carlo Fontana para el proyecto de las cúpulas «simples», de una sola hoja. La regla recoge la experiencia de decenios y el estudio de otras cúpulas análogas; ejerció una gran influencia en los tratadistas posteriores. (Fontana 1694)

Ornato interior del Tambor

Dividirás la línea Diametral por la mitad, que elevada sobre la altura del primer Pedestal determinará el Ornato del Pedestal superior según se indica en D.

Espesor del Tambor

Dividirás la línea Diametral en diez partes; una de las cuales constituirá el grosor del Tambor, según se indica en E; y tres partes de este grosor constituirán el Muro, que constituye el arranque de la Cúpula, como en F.

Perfiles

Una doceava parte del Vano se llevará en perpendicular hasta G; y en la intersección con el cateto H se tomará el centro del círculo I; y dos de las doceavas partes determinarán la circunferencia K para la apertura del óculo de la Linterna; su diámetro lo dividirás en cuatro partes, donde el punto de intersección L será centro del Sesto interior, y el otro M, será centro del Sesto exterior, la elevación del cual dividirás en tres partes, una de las cuales indicará la colocación de las Cadenas en el punto de intersección N.

Linterna

La mitad del Vano de la cúpula determinará la circunferencia O; la cual indicará la altura de la Linterna sin la esfera y la Cruz, y tres diámetros sobre el Sesto total constituirán este Vano. (361)

Esta regla «inventada» no se gestó como un juego puramente geométrico de regla y compás: es fruto de años de experiencia y reflexión. En efecto, los informes periciales antes citados sobre las cúpulas de Montefiascone y Vallicella, demuestran que Fontana estudió los perfiles y espesores de cúpulas existentes, y los cotejó con las reglas de proyecto por él conocidas, con vistas a deducir una regla general. Realizó comparaciones gráficas y numéricas, basándose no sólo en medidas de iglesias existentes; también acudió a reglas o secciones de los tratadistas.

Resumió las comparaciones numéricas sobre cúpulas existentes en una tabla donde da las dimensiones del vano y el espesor en el arranque y la coronación. La tabla fue representada gráficamente en forma de diagrama como parte de la Lámina sobre cúpulas simples (figura 8.10; se ha reproducido aparte en la figura 8.11).[20] Lo más importante es la búsqueda consciente de una regla de proporción, que es independiente del tamaño de la cúpula. Fontana concluye que el tambor que soporta la cúpula debe tener un espesor igual a la décima parte de la

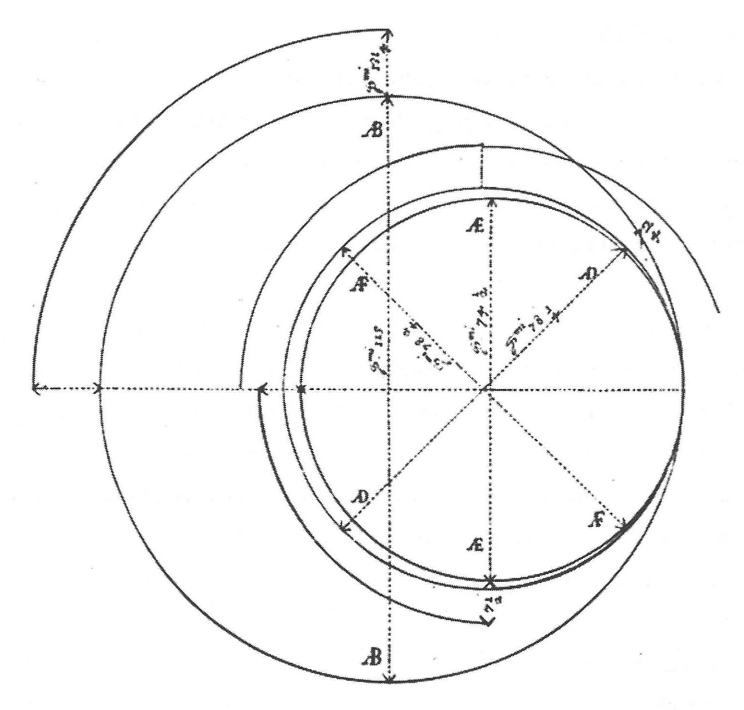


Figura 8.11

Comparación en planta de las luces y espesores del tambor de varias cúpulas, para demostrar la validez de la regla que consiste en dar *L*/10 al espesor del tambor (detalle de la figura 8.10).

luz libre interior, *L*/10, cuando el tambor sea de excelente fábrica de ladrillo y que debe incrementarse a *L*/9, para fábricas de calidad inferior de toba o de piedra.[21] Finalmente, advierte que las cúpulas dobles precisarán de un tambor más grueso.[22] El texto es el siguiente (cf. fig. 8.11):

> *Luces de las siguientes Cúpulas, y Reglas para el grosor de sus Muros, que constituyen el Tambor.*
>
> Cúpula de Santa Margarita en Monte Fiascone, de 115 palmos de Luz, indicada en AB; el grosor del muro, 13 $^{1}/_{4}$ palmos; esto es, aproximadamente la novena parte de la Luz, porque el muro es de Toba.
>
> Cúpula de Sant'Andrea della Valle, de 74 $^{1}/_{2}$ palmos de luz, indicada en *A*E; el grosor del muro, 7 $^{1}/_{2}$ palmos; esto es, aproximadamente la décima parte de la Luz.

Cúpula de la Madonna de, Miracoli, de $78\ ^{3}/_{4}$ de luz, en AF; el grosor del muro $7\ ^{2}/_{3}$, esto es, aproximadamente la décima parte de la Luz.

Cúpula del Gesú de Roma, de $78\ ^{1}/_{4}$ palmos de luz, en AD; el grosor del Muro, $7\ ^{3}/_{4}$ palmos; esto es, aproximadamente, la décima parte de la Luz.

Cúpula de San Carlo a´Catinari, de 72 palmos de luz; el grosor del muro, $7\ ^{1}/_{4}$ palmos; también aproximadamente la décima parte de la luz.

Advertencias

Los muros que deben sostener las Cúpulas simples, si son de una fábrica óptima de ladrillo, deberán tener un grosor de al menos la décima parte del vano de aquellas.

Los muros, como antes, si han de ser de Fábrica de calidad inferior, esto es, de Toba o Piedra, deberán tener un grosor de al menos la novena parte del Vano.

Los muros, como antes, que deban sostener Cúpulas dobles, deberán ser de mayor grosor que las anteriores, según lo que juzgue el Experto. (363)

Para la presente investigación, tiene particular interés la comparación gráfica de reglas del informe para la iglesia de Montefiascone, donde compara seis perfiles distintos, figura 8.12. De ellos, dos son «inventados» a partir de las reglas de proporción de Vitruvio y Alberti, que sólo definen el espesor del tambor; otros están tomados de los tratados de arquitectura de Palladio, Serlio y Scamozzi. El sexto se atribuye a Bramante, pero no cita su origen. El dibujo puede considerarse como el germen de la regla de Fontana.[23]

Influencia posterior

Las reglas de Fontana sobre las cúpulas no pasaron desapercibidas y aparecen citadas en dos de las controversias suscitadas sobre la estabilidad de las cúpulas en el siglo XVIII, concretamente sobre las de San Francisco el Grande en Madrid y Santa Genoveva en París.

En el primer caso, Ventura Rodríguez cita las reglas de Fontana en su Informe a la Academia de Bellas Artes de 1761, para desautorizar el proyecto presentado por Fray Francisco Cabezas: «Las paredes del pie derecho, ó cuerpo de luces, de las seis Capillas de los lados del Templo, no tienen suficiente grueso, como se ve por los cortes ó perfiles, de líneas simples de lápiz que se me han manifestado, dónde solo hai la duodécima parte del vano, ó diámetro de las Cúpulas que han

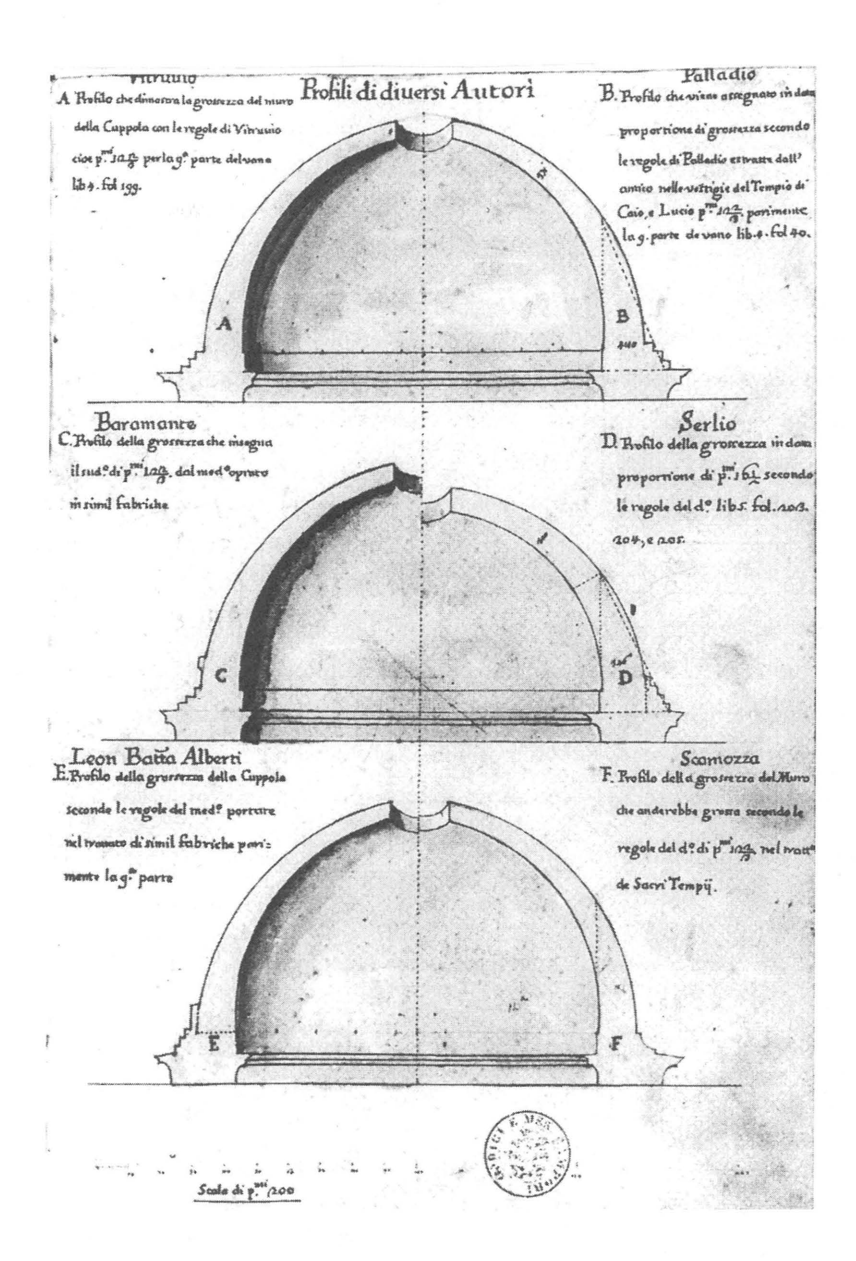


Figura 8.12
Dibujo de Carlo Fontana donde se comparan perfiles de cúpulas tomados de los tratadistas: A, Vitruvio; B, Palladio; C; Bramante; D, Serlio; E, Alberti y F, Scamozzi. Fontana busca una regla para obtener el espesor de la cúpula en el arranque, a partir de la luz. (Fontana 1673)

de sustentar, debiendo á lo menos tener la décima parte, como advierte Carlos Fontana en la descripción del Templo Vaticano».[24]

En el segundo caso, Patte (1770) cita a Fontana en relación con la polémica sobre el proyecto de la cúpula de Santa Genoveva en París. En ella intervinieron, además de Patte, Gauthey (1771, 1798) y Rondelet (1797, 1814). Para Patte, «Fontana, sabio arquitecto del siglo pasado ha dado . . . reglas seguras para hallar las formas más agradables de las cúpulas simples . . . Como sería difícil añadir nada a lo que ha dicho en este tema, basándose en los mejores modelos de Italia, nos limitaremos a citarlas». (Patte 1770, 8)

A continuación describe con detalle la regla de Fontana y, aplicando el análisis de La Hire comprueba su estabilidad por el procedimiento de calcular el estribo de la bóveda de cañón correspondiente y dividirlo por dos, siguiendo la regla de Frézier (véase capítulo siguiente). Concluye que las reglas para cúpulas de Fontana son válidas, y añade otras sobre pilares y estribos: «De todo lo dicho sobre las proporciones de los pilares de las cúpulas, resulta que el espesor del muro del tambor deberá ser de al menos la décima parte del diámetro interior, que el espesor de los estribos, cuando los haya, será de la sexta a la octava parte de su diámetro; y que, finalmente, el ancho de los pilares que han de soportar la cúpula sobre pechinas, estará, siguiendo los ejemplos, entre el cuarto y el séptimo, cualquiera que sea la naturaleza de la bóveda. No conocemos ninguna bóveda esférica o esferoidal, de cualquier tamaño, cuyos soportes no cumplan estas reglas generales; y no creemos que pueda haber reglas contrarias, puesto que éstas contradecirían las leyes del equilibrio y de la gravedad, sobre las que se fundan la solidez de las construcciones». (Patte 1770, 19)

Patte, arquitecto, representa la postura tradicional de proyecto basada en consideraciones geométricas de proporción, que fue seguida por otros tratadistas, (singularmente por Bernardo Vittone).[25] Gauthey, ingeniero, aborda el problema con la teoría científica de bóvedas, cuyos inicios se habían desarrollado en ese mismo siglo XVIII. El debate sobre la estabilidad de la cúpula de Santa Genoveva marca la ruptura entre ambos enfoques que, a partir de entonces, coexistieron de manera independiente.[26]

Sobre el sistema de apoyo y contrarresto. Regla superficial

Dentro del conjunto de reglas y observaciones que aparecen dispersas en el libro de Fontana sobre diversos aspectos de la construcción de San Pedro (cimentaciones, muros, cimbras, cúpulas, etc.), hemos encontrado una particularmente interesante por su originalidad. Se trata de una regla superficial que se explica en el Capítulo XVIII y se titula «Regla empleada para asignar el sitio, vano y paredes del Templo Vaticano».

La regla relaciona la superficie ocupada por los muros y pilares que sostienen la cúpula, *Sp,* con la superficie libre neta cubierta, *Sc,* y establece que la relación entre ambas cantidades sea de dos a tres; es decir, $Sp/Sc = 2/3$. Parece estar deducida de la medición de diversos templos circulares romanos y, en particular, del Panteón: «Se dividió el solar, que ocupa todo el Templo, esto es, el que contiene la parte circular, en cinco partes. Tres de éstas se asignaron al vano esférico, y las otras dos partes a las paredes que lo rodearían». (339)

El cómputo se hace descontando la superficie de las hornacinas y entrantes en las paredes. Fontana realiza los cálculos para una cuarta parte de la planta de San Pedro. La planta libre neta es de 44.300 palmos cuadrados, mientras que la superficie en planta ocupada por pilares y muros es 24.700; la regla no se cumple exactamente, pues hay un exceso del 10% de ocupación de la fábrica en planta, pero la concordancia es bastante buena. Para un tambor de espesor *e* y diámetro interior *L,* esta regla daría una relación $L/e = 6,87$, muy próxima a la proporción $L/e = 7$ del Panteón de Roma.

Más adelante, Fontana empieza a calcular, no ya las superficies, sino los volúmenes de la fábrica (tanto de muros y paredes, como de la cimentación), para compararlos con el volumen del espacio interior. El volumen de fábrica (incluyendo la cimentación) asciende a 10.102.000 palmos cúbicos (112.630 m^3),[27] mientras que el volumen del espacio interior es 7.910.000 palmos cúbicos (88.190 m^3). Según estas cifras «el material supera al vacío en cerca de una sexta parte; el Templo estará seguro, como ha sucedido con los templos antiguos antes citados». (341)

Los razonamientos de Fontana no parecen ser correctos; en particular el salto de relaciones superficiales a volumétricas, manteniendo las mismas reglas, es in-

congruente. De hecho, aunque afirma que la misma relación de volúmenes que hay en San Pedro se cumple en otros templos romanos, en el caso del Panteón no es difícil calcular que la relación entre el volumen de la fábrica y el espacio interno es de 0,68 (0,75 si se incluye la cimentación), proporción muy inferior a la calculada por Fontana para San Pedro (1,16).

Pero Fontana no realiza, aparentemente, esta comprobación. Parece fascinado por la posibilidad de comparar edificios, considerando no sólo las medidas lineales, sino también las superficiales y volumétricas. Así, el siguiente capítulo lo dedica a comparar las medidas del Panteón con las de la cúpula y tambor de San Pedro, puesto que considera que ambas estructuras son análogas, siendo la única diferencia la situación, mucho más alta del tambor y cúpula vaticanas. Compara la luz interior, el diámetro exterior del tambor, su espesor, las alturas, la superficie interior cubierta, la superficie ocupada en planta por el tambor, el volumen del espacio interior, etc. En cada caso, tras dar la medida en ambas construcciones, calcula la diferencia. La mayor parte de las veces San Pedro supera al Panteón.

Este tipo de comparaciones superficiales fueron hechas también por otros autores, muy posiblemente por influencia de Fontana.[28] En cuanto a la posible existencia de estas reglas en la antigüedad, simplemente no hay constancia documental alguna. Según cita Petronotis (1984), el arquitecto P. Theodorides dice haber descubierto la siguiente regla para el dimensionamiento de los pilares que soportan las cúpulas bizantinas: la superficie de los cuatro pilares será igual a la cuarta parte de la superficie del cuadrado que circunscribe la cúpula. Por supuesto, sin una evidencia documental, el empleo de esta regla en la época bizantina, aunque pueda verificarse en algunos edificios, es una mera suposición.

Wren: primeras reglas 'pseudo-científicas'

Christopher Wren (1632-1723), arquitecto y científico eminente, no llegó a publicar ningún tratado de arquitectura. Sabemos que colaboró con Hooke y es más que probable que empleara el principio de la catenaria al proyectar la cúpula para la catedral de San Pablo.[29] También dejó escritos informes periciales y diversos textos sobre arquitectura que fueron publicados póstumamente por su hijo

Ch. Wren (1750). Entre estos escritos una parte conocida como *Tract II* parece haber sido el borrador de un futuro tratado de arquitectura.[30]

En algunos de los informes y, en particular, en el *Tract II* se encuentran comentarios sobre el equilibrio de bóvedas y su contrarresto. Estos textos tienen gran interés pues desvelan el pensamiento estructural de Wren que trata de conciliar las ideas geométricas «medievales» de proporción, con ideas y razonamientos que incluyen conceptos de la ciencia de la estática. Wren se encuentra en la divisoria de dos formas de pensar en el proyecto de estructuras de fábrica: la tradicional, que busca formas correctas, y la científica que trata de justificar estas formas en base a las leyes de la mecánica. Así, en sus escritos Wren mezcla ambos tipos de razonamiento.

Informe sobre las reparaciones en la Abadía de Westminster

Este informe, fechado en 1713, contiene interesantes observaciones sobre el comportamiento estructural de las fábricas.[31] En primer lugar, resalta la importancia del equilibrio entre las masas que componen el edificio: «La buena Arquitectura depende de la debida consideración a los Principios de la Estática, y de la adecuada posición de los pesos que sirven de estribo a los arcos». (298).

A continuación habla de la conveniencia de cargar los pilares de las naves de las iglesias para conseguir una estabilidad suficiente. La discusión es detallada y va acompañada de un esquema para su mejor comprensión, figura 8.13: «Sea ABC un arco que apoya en C, contra una pared inamovible KM, pero en A apoya sobre un pilar AD, demasiado pequeño como para servir de estribo contra el empuje del arco AB. ¿Qué se puede hacer en este caso? No se puede añadir FG para formar un estribo, pero construyo el muro E tan alto que, por la adición de peso, se vuelve tan firme, como si se le hubiera añadido FG para convertirlo en un estribo. No es preciso preguntarse cuánta altura puede tener E, pues nunca puede ser excesiva, siempre que AD pueda resistir su peso. Y ésta es la Razón por la que en todas las Fábricas góticas de esta forma, los arquitectos quisieron construir torres o agujas en su crucero, no sólo por ornamento, sino para afirmar los pilares centrales contra el empuje de varias series de arcos, que hacen fuerza contra ellos en todas direcciones». (301)

Desde luego, este problema, se plantea durante la construcción de cualquier iglesia con las naves laterales más bajas que la central. Cerradas las bóvedas de

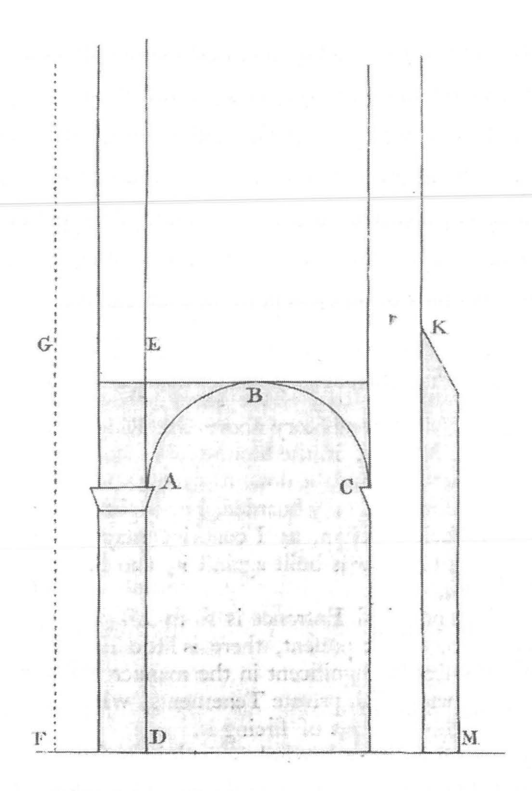


Figura 8.13
Pilar de la nave de una iglesia gótica, actuando como estribo gracias al peso del muro superior E. La discusión aparece en el informe de Wren sobre las reparaciones a efectuar en la Abadía de Westminster (Wren, hijo, 1750).

las naves laterales, es preciso, antes de descimbrar construir el muro de la nave central hasta la altura de los arranques para poder descimbrarlas; es el peso del muro el que hace de estribo. Este hecho era bien conocido por los constructores góticos y fue mencionado ya por Cristóbal de Rojas en el siglo XVI (véase capítulo 6).

El «Tract II» sobre Arquitectura

En el Tract II sobre Arquitectura, Wren vuelve a discutir, entre otros temas, el del empuje de los arcos y el estribo necesario para resistirlo. Antes de abordar

el problema se maravilla de la poca atención que se presta en los Tratados de Arquitectura a los «problemas geométricos», esto es, de estabilidad, y en concreto de la estabilidad de los arcos y sus estribos, realmente el problema central de las estructuras de fábrica: «Parece incomprensible que la generalidad de nuestros arquitectos más recientes se hayan preocupado tanto del ornamento, apenas considerando lo geométrico, que es la parte más esencial de la Arquitectura. Por ejemplo, ¿puede un Arco sostenerse sin un estribo suficiente? Si el estribo es más grande de lo necesario, es un gasto inútil de material; si es demasiado pequeño, se hundirá; y esto puede decirse de cualquier Abovedamiento, y no obstante, ningún Autor ha dado todavía una regla verdadera y universal para esto, ni tampoco ha considerado todas las formas distintas de arcos». (356)

A continuación, cita la regla gótica n.º 1 (véase cap. 5), *Fig.* 1 en la figura 8.14, que juzga desfavorablemente pues «no está basada en ningún Teorema geométrico verdadero». La solución al problema, dice, reside en procurar un adecuado equilibrio de las distintas masas, para lo cual es preciso emplear la ciencia de la estática, en particular la parte que se ocupa de encontrar los centros de gravedad: «lo verdadero sólo se podrá calcular por la Doctrina de encontrar los Centros de Gravedad de las Partes del Diseño propuesto».

Propone, entonces, una regla general para determinar el estribo para cualquier arco o bóveda. La regla calcula el estribo necesario en base al siguiente razonamiento, *Fig.* 2 en la figura 8.14:

> Sea una Piedra cortada en esta forma: F B un paralelogramo, C D un semicírculo añadido, A B una perpendicular, M el centro de gravedad de F B, y N de A C D, ahora, si N es equiponderante de M a cada lado de la perpendicular AB, es indudable que la piedra entera permanecerá inmóvil sobre la base en B, aunque sea la mitad de un arco; añádase otra piedra igual en el lado opuesto, hasta que los dos cuernos formen un arco completo, entonces, el todo se sostendrá del mismo modo que se sostienen ambas mitades. Si se añadiera algo fuera de M, esto no alteraría nada y sólo sería un gasto inútil; pero si algo se añade sobre N, esto alteraría el centro de gravedad, lo que debe tenerse en cuenta, añadiendo más peso sobre M; y lo mismo puede demostrarse en todo tipo de bóvedas. Por tanto, parece que el proyecto, en el que hay arcadas, debe regirse por el Arte de

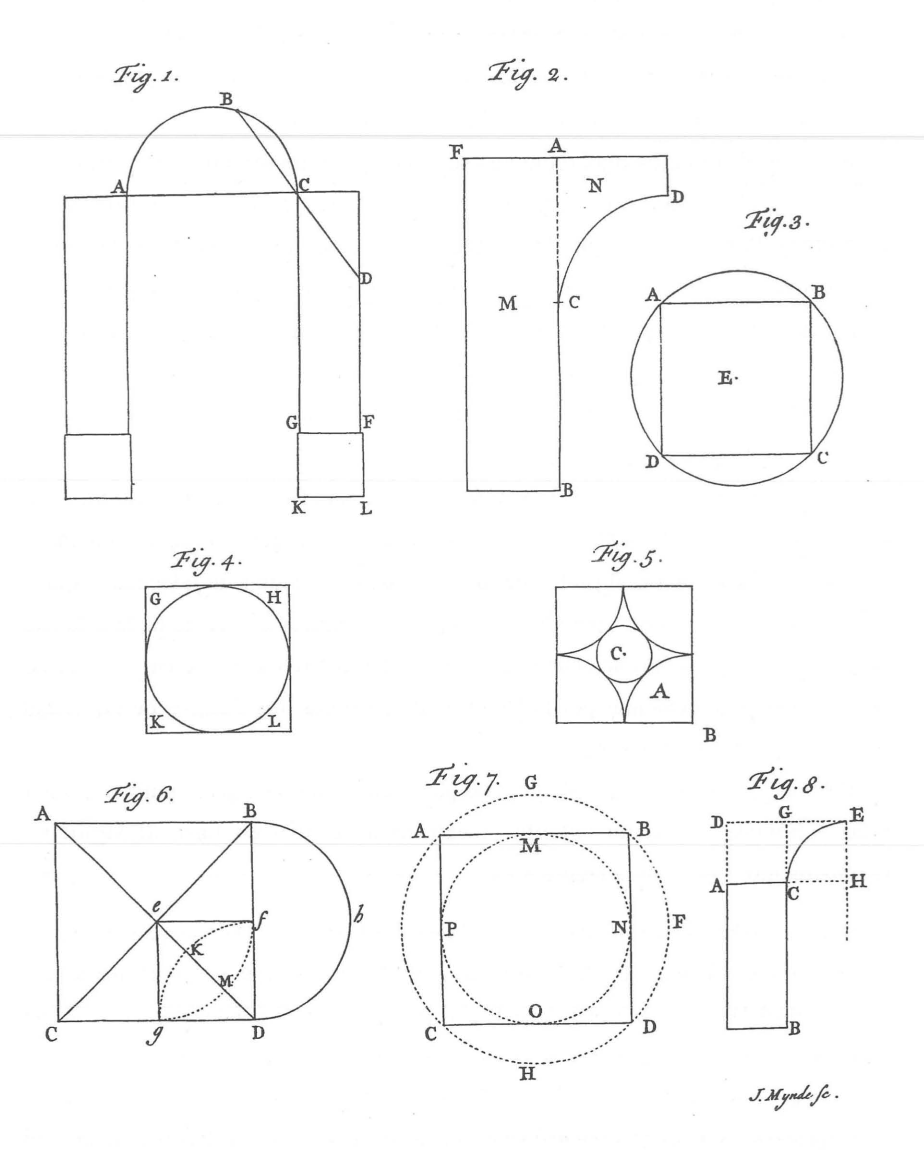


Figura 8.14

Lámina con diagramas estructurales del *Tract II* de Wren. Arriba a la izquierda se ha dibujado la regla gótica n.º 1. (Wren, hijo, 1750).

la Estática, o invención de los Centros de Gravedad, y por la adecuada colocación de todas las partes de modo que sean equiponderantes; si no se hace así, un hermoso diseño se hundirá y será interrumpido. (356)

Esta regla da soluciones razonables a problemas de proporciones usuales en la práctica. De hecho Wren asegura haberla comprobado en edificaciones existentes. Así, afirma que el Panteón de Roma tiene, según su regla, un estribo excesivo:[32] «Por tanto concluyo que todos los proyectos deben, en primer lugar, verificar esta condición, o ser rechazados. He examinado algunas obras célebres, como el Panteón, donde juzgo que hay más estribo del necesario, a pesar de ser poco esbelto y bajo; pero supongo que el Arquitecto lo hizo para que resistiera los terremotos, como ha hecho, y lo hará». (356)

Critica también, basándose en la aplicación de su regla, la forma de la cúpula de San Pedro, y afirma que el proyecto de Bramante hubiera sido más duradero, y no hubiera precisado del empleo de cadenas para sostenerse. Wren se manifiesta en contra del empleo indiscriminado de zunchos y cadenas de hierro; la obra debe estar proporcionada de tal forma que estos elementos no sean necesarios:[33] «La gran fábrica de San Pedro, si se hubiera construido como Bramante la había proyectado, hubiera sido igual de duradera [que el Panteón]; pero el contrarresto de la cúpula no fue dispuesto con juicio: no obstante, al estar zunchada con hierro, es segura hoy día, y, si no hay un terremoto, lo será en épocas futuras. El hierro, en toda circunstancia, es una buena precaución; pero el Arquitecto debe disponer su obra de modo que no sea necesario». (356) Wren emplea el mismo tipo de razonamientos en su discusión sobre el tipo más ventajoso de bóvedas, esto es, aquel que produce un menor empuje contra los estribos. Wren pasa revista a los distintos tipos de bóvedas, con numerosas referencias históricas, y concluye que la bóveda mejor es la vaída, que es, precisamente el tipo que empleó para cubrir la nave central de San Pablo.[34]

Obviamente, el razonamiento empleado en la regla de Wren es falso, ya que un arco, desde un punto de vista mecánico, no puede considerarse dividido en dos mitades sin la existencia del empuje en la clave, pues para que ambos trozos de semibóveda se mantuvieran de forma independiente, la fábrica estaría sometida a tracciones al funcionar la semibóveda como un voladizo. Para el caso de

arcos apoyados directamente sobre sus arranques o sobre estribos de poca altura, la regla no funciona pues el centro de gravedad cae siempre fuera de la base del arco. Para arcos sobre estribos de una altura alrededor del vano, la regla puede funcionar para los casos más comunes. La lógica del equilibrio de Wren es, en este caso, errónea. Como tantas veces en los siglos sucesivos, una explicación científicamente racional, pero falsa, que conduce a buenos resultados prácticos, se toma por verdadera. En cualquier caso, no tenemos constancia de que esta regla haya tenido ninguna influencia posterior.

El *Tract II* se interrumpe de manera brusca y, precisamente, cuando promete dar una regla paso a paso para el cálculo de los estribos, *Fig.* 8 en la figura 8.14: «Parece necesario considerar cuál sería el estribo adecuado para una bóveda cilíndrica apoyada sobre paredes paralelas [una bóveda de cañón]. Para encontrarlo mediante una construcción paso a paso, consideraremos el Arco con independencia de lo que pueda llevar encima o adosado a él. Sea A B el Cuerpo (la altura o espesor no entra en esta consideración) hasta el nivel de la cima, para trazar el cuerpo G E D, siendo la línea G E un cuadrante, D E una tangente a él...». (358) Y aquí se interrumpe el tratado, llegado al punto que más interesa al presente trabajo.

La regla de Blondel

Como se ha visto en el capítulo 5, la regla gótica nº1 aparece en los primeros manuscritos y tratados sobre corte de piedras de los siglos XVI y XVII. Su difusión proviene, principalmente, de su inclusión en uno de los tratados de arquitectura más influyentes del siglo XVII, el *Cours d'architecture* publicado por François Nicholas Blondel en 1675 (segunda edición 1698). Por este motivo la regla se cita con frecuencia como la «regla de Blondel».

Blondel discute con gran detalle en la Parte IV de su curso las proporciones de las arcadas para los distintos tipos de órdenes según los autores más importantes. Cita brevemente a Vitruvio, pero estudia con detalle la doctrina de Vignola, Palladio, Scamozzi y Serlio, dando las proporciones de cada uno de los elementos de una arcada. Los estribos o pilas tienen espesores comprendidos entre 1/3 y 1/2 de la luz. Los arcos son siempre de medio punto y, más adelante, se plantea el problema de calcular el estribo para arcos de otras formas: apuntados, peralta-

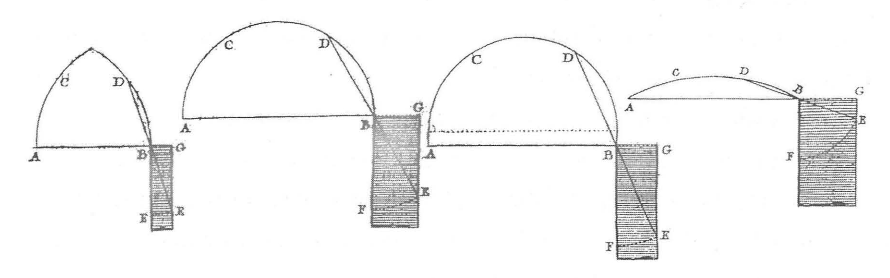


Figura 8.15
Regla de Blondel para calcular los estribos o pilas de un arco que forma parte de una arcada. (Blondel 1675)

dos o rebajados. El contexto sigue siendo el mismo: una arcada que soporta un muro de una cierta altura.

Blondel señala que los empujes de los arcos varían con su forma. En relación con los arcos de medio punto, los arcos apuntados o peraltados empujan menos y los rebajados más. Por tanto, «es preciso dar espesores diferentes a las pilas o estribos, según los diferentes empujes, y estos espesores se pueden hallar siguiendo una sencilla regla práctica, de la siguiente manera». (419) A continuación describe la regla por referencia a la figura 8.15.

La aplicación de la regla a un arco de medio da un estribo de 1/4 de la luz y Blondel afirma que esto es correcto y que esta proporción coincide con las enseñanzas anteriores. Aquí hay una contradicción, pues las proporciones de las pilas y estribos antes citadas estaban entre 1/3 y 1/2, considerablemente más gruesas. En cualquier caso, Blondel da por bueno ese valor de referencia y la regla permite conocer la variación del espesor del estribo para arcos más rebajados o peraltados.

El arco que precisa menor estribo es el arco apuntado, *a tiers point*, y Blondel afirma que las arcadas construidas con él pueden soportar grandes pesos produciendo el menor empuje, y que por este motivo se ha empleado en numerosos edificios. Blondel, como después en el siglo XVIII Frézier y Perronet, reconoce las ventajas estructurales de la construcción gótica. No obstante, muestra inequívocamente su desagrado hacia los arcos apuntados advirtiendo que «hay que

guardarse mucho de llevarlos a la práctica en las edificaciones que se construyan según las reglas de la buena arquitectura, que no tolera esas curvaturas que hacen un quiebro tan deforme en lo alto».

No obstante, si bien la regla puede aplicarse para las pilas interiores de la arcada, da espesores demasiado pequeños para las pilas de los extremos que hacen de estribo. Como se acaba de mencionar, Palladio y el resto de autores renacentistas recomiendan entre 1/3 y 1/2 de la luz. Otros autores matizan la aplicación de la regla. Por ejemplo, Sturm en su *Mathesis* de 1710 dice que sólo es válida si el muro que soporta la arcada tiene una altura por encima del intradós de la clave igual al radio del intradós; si el muro tuviera más altura, el estribo debería crecer en la misma proporción.

La regla fue discutida, también, en varias ocasiones en las sesiones de la Academia Real de Arquitectura, de la que Blondel formaba parte. Las actas de las reuniones no detallan las discusiones que se produjeron sobre este particular, pero sí es significativo que se tratara en diversas ocasiones. En particular, Philippe de La Hire (uno de los fundadores de la teoría científica de arcos) la menciona al principio de una memoria leída en la Academia el 27 de octubre de 1692 sobre los esfuerzos entre las dovelas de los arcos.[35] La Hire señala que, para perfil de medio punto, la regla da un estribo de un cuarto de la luz. Esta dimensión, dice, coincide con el espesor que da Alberti al muro de los templos redondos, que La Hire considera excesivo. Por otra parte, considera insuficiente este espesor para los estribos de los arcos, si no van reforzados con contrafuertes adicionales.[36]

En resumen, la regla gótica n.º 1 que originalmente sirvió para calcular el estribo de una bóveda de crucería a partir de la forma de su arco perpiaño, se interpreta ahora en otro contexto, el de las arcadas y bóvedas de cañón. Ésta será la interpretación en adelante, y así se aplica en los numerosos manuales y tratados de construcción en que se cita, a pesar de su evidente inadecuación.

9
El siglo XVIII

En el siglo XVIII se continúa la transición o, mejor dicho, la coexistencia entre el cálculo tradicional y el científico. Ésta se inició en el siglo XVII y habrá de durar hasta el abandono de la construcción abovedada de fábrica a principios del siglo XX. Los arquitectos e ingenieros con mayor formación científica sienten, cada vez con mayor fuerza, la necesidad de justificar sus proyectos en base a las leyes de la mecánica. Sin embargo, de manera consciente o inconsciente, la referencia para la validez de sus teorías y cálculos se encuentra en las reglas tradicionales, que no hacen sino codificar las proporciones de edificios existentes. Hay, pues, dos posturas extremas, la de aquellos que quieren continuar la tradición del proyecto geométrico tradicional y razonan en base a una adecuada disposición de pesos y formas, y la de los que sólo consideran correcto un cálculo fundado en las leyes de la mecánica. Entre ambas puede encontrarse una gradación sin solución de continuidad. Con frecuencia, en un mismo autor se pueden ver los dos enfoques: Bélidor, por ejemplo, tras sistematizar la teoría de La Hire para su aplicación práctica en su libro de la *Science des ingénieurs* de 1729, recomienda reglas tradicionales para el proyecto de puentes en su *Architecture Hydraulique* de 1737. En los tratados españoles y alemanes predomina durante todo el siglo XVIII el enfoque tradicional.

En lo que sigue se ha realizado una selección de reglas y comentarios extraídas de los tratados de arquitectura e ingeniería con vistas a dar un panorama de la

situación del cálculo tradicional en el siglo XVIII. Ciertamente la selección podría ser otra, dada la gran cantidad de fuentes escritas, pero creemos que la realizada es suficientemente representativa.

El padre Tosca

Matemático, geómetra, arquitecto, filósofo, físico, astrólogo, el padre Tomás Vicente Tosca (1651–1723) fue, quizá, uno de los hombres más cultos de su época en España. Toda su erudición y conocimiento los compiló en un extenso tratado en nueve volúmenes, su *Compendio mathemático*. . . publicado en Valencia entre los años 1707 y 1715.[1] Su vida y obra no parecen haber despertado la atención que merecen: Llaguno sólo le dedica un párrafo, y en el artículo correspondiente del Espasa apenas se menciona su contribución a la teoría arquitectónica.[2]

Lo que nos interesa de su obra, a efectos del presente estudio, es el volumen 5 de su *Compendio*, dedicado a la arquitectura civil, a la montea y a los cortes de cantería. Esta obra tuvo tanto éxito e influencia que se reimprimió, en forma separada, en 1794. Como comentario a su obra suscribimos las afirmaciones de León Tello: «. . . muestra en su tratado una amplia información . . . pero mantiene su independencia de criterio. . . En su obra justifica la adscripción matemática de este arte. Su teoría se desarrolla como una geometría aplicada. Emplea una estricta metodología cartesiana de problemas, teoremas y corolarios. . . Pero el racionalismo no le impide reconocer el valor de la empiria y la experiencia».[3]

Reglas estructurales

El tratado del padre Tosca solamente incluye una regla estructural, la regla gótica nº 1, sin embargo, sus comentarios sobre la estabilidad de las estructuras de fábrica demuestran un profundo conocimiento de su funcionamiento estructural.

Ya en la introducción del Tratado XV «De la Montea y Cortes de Cantería» expone, con gran claridad, que el equilibrio y la proporción entre las distintas masas son la clave para la estabilidad de este tipo de construcciones: «Comprehende este tratado lo mas sutil y primoroso de la Arquitectura, que es la formación de todo género de arcos y bóvedas, cortando sus piedras, y ajustándolas con tal artificio, que la misma gravedad y peso que las había de precipitar hácia la

tierra, las mantenga constantes en el ayre, sustentándose las unas á las otras en virtud de la mutua complicación que las enlaza, con lo que cierran por arriba las fábricas con toda seguridad y firmeza». (81)

Este conocimiento cualitativo de las proporciones y el equilibrio de cada uno de los tipos de arcos y bóvedas de fábrica es patente a lo largo de todo el tratado. Hemos agrupado sus comentarios, como en casos anteriores, por tipos estructurales. Así, pasaremos revista sucesivamente a arcos, bóvedas, cúpulas, estribos, así como al posible empleo de modelos.

Arcos

Sobre el espesor que hay que dar a un arco no da regla, a ejemplo de Fray Lorenzo, cuya obra sin duda conocía: «En quanto a la crasicie que ha de tener el arco, no hay regla fixa, sí que el prudente Arquitecto se la debe dar, atendiendo á la firmeza de la materia que se fabrica, y al peso que ha de sustentar». (117)

En cuanto al arco «perfecto» se aparta de la doctrina tradicional y propone, y además lo destaca con letra cursiva en el original, un curioso arco mixto de intradós de medio punto y trasdós apuntado. Este arco, dice, es muy seguro y apenas produce empuje: *«Si se quisiere que un arco se mantenga seguro con poco ó casi ningun estribo, se hará su dovela superior trespuntada, aunque la inferior sea semicírculo, y sus tiranteces se encaminarán á los centros de la dovela superior; y siendo de piedra, con que se le hagan dos ó tres hiladas de ensarchado, no necesitará de mas estribos».* (118)

Sobre el arco de medio punto afirma que es muy seguro si cuenta con estribos suficientes: «Este arco es muy perfecto y seguro, con que lleve los competentes estribos para resistir sus empujos, como después diré; y su vuelta empieza á mover de quadrado ó plano horizontal». (95)

Mucho más interesante es su comentario sobre los arcos apuntados. El texto no deja lugar a dudas: Tosca conocía la peculiar forma de colapso de los arcos apuntados, por levantamiento de la clave, y propone el método tradicional empleado ya por los constructores góticos de ajustar la línea de empujes a la directriz cargando la clave y los riñones del arco. La figura 9.1, de Ungewitter (1890) puede servir para ilustrar el texto de Tosca: «Son estos arcos propios del orden Gótico, y á mas de no ser hermosos, son algo débiles cerca de sus

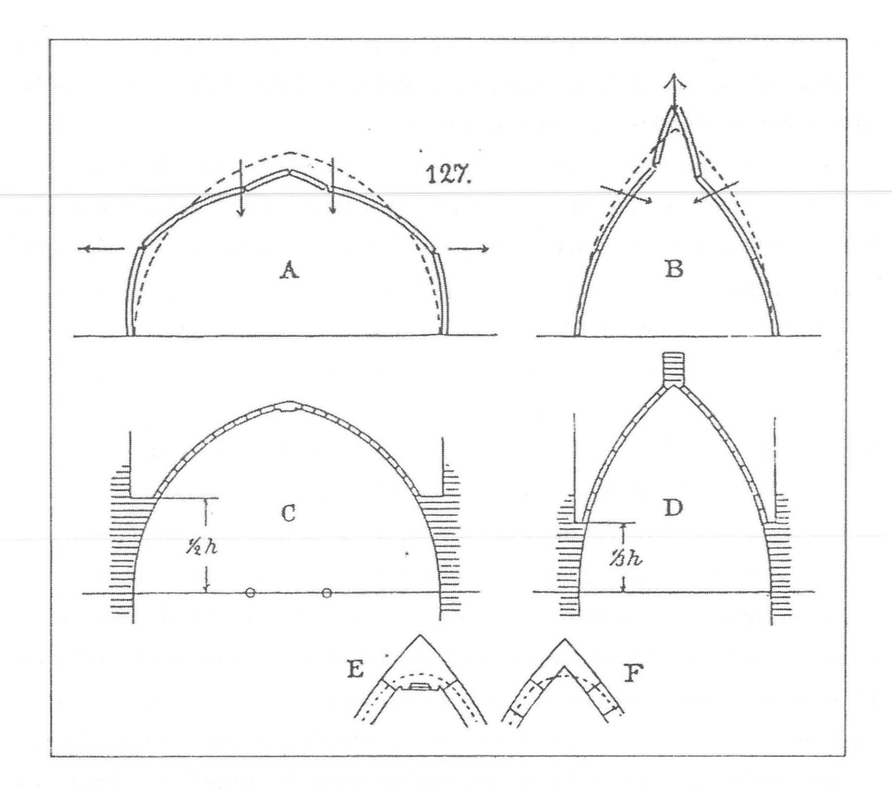


Figura 9.1
Tosca describe la forma de colapso de un arco apuntado; el peso que carga sobre sus lados empuja la clave hacia arriba, y la manera de hacerlo estable es cargando la clave y rellenando hasta una cierta altura los rellenos. La observación de Tosca proviene sin duda de la tradición gótica. La figura de Ungewitter (1890) ilustra y aclara el texto.

tercios . . . singularmente sino están bien cargados en la clave . . . porque el peso que carga sobre sus lados rempuja con su impulso la clave hacia arriba; pero tienen la conveniencia de impeler las paredes de sus lados mucho menos que las otras especies de arcos; y por consiguiente necesitan de menos estribos, y pueden sustentar mucho peso». (105)

Sobre los arcos adintelados, platabandas o «degenerantes», como les llama, expone su cualidad de producir un considerable empuje horizontal y recomienda, como Alberti, solamente colocarlos con grandes estribos o, preferiblemente, en

medio de paredes de forma que los propios muros hagan de estribos: «Llamo arcos degenerantes á aquellos cuyas piedras estando unidas entre sí de la misma manera que en los arcos, no se terminan en figura circular, sino en otra muy distante: algunos vienen á terminarse en línea recta por abaxo, ó tambien por arriba, y estos se llaman *Degenerantes en línea recta*; *y Adintelados ó á Nivel*. [cursiva en el original] Otros degeneran en polígonos, extendiendo sus piedras hasta formarles». (107)

Tosca describe a continuación la forma de obtener las direcciones de las juntas que, al concurrir en un punto, aseguran la firmeza del arco (figura 9.2 izquierda): «porque la piedra C del medio no puede caer, si no es que salten las de los lados, por ser mas ancha por arriba; y assimismo las que se siguen no pueden deslizar sin que salten las ultimas, ni estas pueden caer sin que salten las paredes que las mantienen». (108) En realidad, Tosca nos está diciendo que no existe un mecanismo de colapso posible, a menos que se desplacen las paredes, y advierte que se deben tomar precauciones para evitarlo: «. . . pero se debe cuidar mucho estèn las piedras extremas bien ajustadas, para que no floxeen por el impulso que las de en medio les imprimen azia uno y otro lado».

A continuación indica que se deben hacer unos resaltos o «recodos» para que encajen las dovelas entre sí, como se ve en la figura 9.2 izquierda: «conviene,

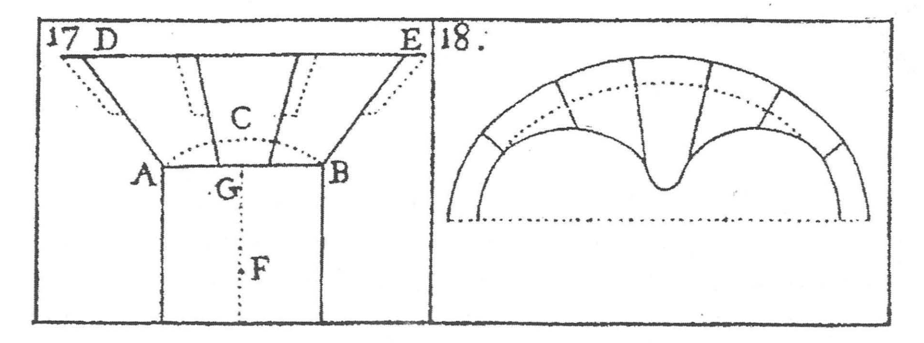


Figura 9.2
Izquierda: arco adintelado, mostrando la traza de las juntas y la formación de resaltos entre dovelas. Derecha: formación de arcos «pendientes», pinjantes, siguiendo la tradición gótica. Nótese que las juntas de ambos arcos convergen en un mismo centro. (Tosca 1727)

que en cada piedra se haga el recodo que se ve en la figura, formandose no en la cara, si unos tres dedos distante de ella». Tosca no explica con claridad el motivo, pero, evidentemente, los resaltos deben impedir el deslizamiento hacia abajo de las dovelas que puede observarse en algunos arcos adintelados, como consecuencia de sismos, o de un desplazamiento de los estribos en arcos de gran espesor. Para terminar insiste en la necesidad de un buen contrarresto: «. . . necesitan estos arcos de grandes estribos, y no se deben fabricar sino en medio de paredes continuadas á entrambas partes».

Describe después cómo se pueden formar arcos de intradós poligonal, trazando los cortes de las juntas para un arco semicircular inscrito en su interior y, luego, prolongando las piedras hasta completar el vacío que queda entre el arco y el polígono de intradós; resalta que este arco poligonal es igual de seguro que el circular inscrito que le sirve de base: «De la misma suerte se formaràn los arcos que degeneran en qualesquiera poligonos inscriptibles en el semicirculo, alargando solamente las piedras que forman el arco semicircular por la parte concaba hasta las cuerdas, ò lados del poligono; los quales tendran la misma firmeza que el arco sobredicho».

La últimos párrafos del apartado de arcos degenerantes se dedican a tratar lo que denomina «arcos pendientes», figura 9.2 derecha, aquellos «cuyos pies de una parte se juntan en uno que no llega al suelo, quedando al parecer entrambos arcos pendientes en el ayre, como se ve en la figura». (109) El artificio ya aparece en el manuscrito de Villard de Honnecourt, y es un juego formal que sirve para poner de manifiesto la maestría del constructor.

Bóvedas

Empieza tratando las medias naranjas, resaltando sus cualidades estructurales más relevantes: la posibilidad de realizar óculos y su gran estabilidad y poco empuje. En realidad, dice literalmente que la media naranja «no causa empujo». De hecho, las cúpulas semiesféricas producen un cierto empuje y Tosca lo sabía; la expresión anterior hay que entenderla en el sentido de que no necesita estribos, es decir, no hace falta dar más grosor al tambor que al de la propia cúpula. La explicación de su funcionamiento y la posibilidad de abrir óculos está inspirada en Alberti: «Esta bóveda, por componerse de piedras ordenadas en forma de anillos

paralelos, consiste segura y sin riesgo, aunque le falte la clave: tiene gran robustez y no causa empujo; y por consiguiente no necesita de estribos para mantenerse con sus mismas tiranteces». (214)

Una parte importante del apartado correspondiente a las bóvedas está dedicado a las bóvedas de crucería. Los arquitectos del siglo XVIII eran muy conscientes de la superioridad estructural, en cuanto a economía, de las estructuras góticas, como veremos más adelante en los comentarios de Frézier y del padre Pontones. Es notorio, por los párrafos que vienen a continuación y el apartado siguiente sobre el cimborrio de la catedral de Valencia, que el padre Tosca dedicó bastante tiempo a reflexionar sobre el funcionamiento de estas estructuras.

La descripción que realiza de la construcción de una bóveda de crucería (fig. 9.3) es detallada, si bien no da reglas estructurales.[4] No obstante señala dos aspectos fundamentales en el funcionamiento estructural de estas bóvedas. En primer lugar señala el papel de los nervios que dan la seguridad a la bóveda. El corolario es inmediato: los nervios se han de hacer de piedra mientras que la plementería puede hacerse de una materia más ligera como el ladrillo: «Reconociendo los Arquitectos que las bóvedas hechas enteramente de sillares, tienen peso excesivo; y si se fabrican solo de ladrillo, no tienen tanta seguridad y firmeza, discurrieron fabricar en ellas unos arcos de piedra que sirvan como arcos mas sólidos, en que se afiance la seguridad de la bóveda, formando sobre ellos todo lo restante de ladrillo ú otra materia mas ligera». (226) En cuanto a las direcciones de las juntas, las de los nervios irán a su centro, mientras que las de la plementería irán al centro de la bóveda, siendo las hiladas paralelas a los nervios que limitan el paño en cuestión: «Las tiranteces de estos arcos van en cada uno á su propio centro: las porciones de bóveda con que se van llenando los vacíos, tienen sus tiranteces al centro E de la bóveda, y las órdenes de ladrillos se van haciendo paralelas á la porcion de arco mas cercana, sea la que fuera». A continuación resalta que los empujes se concentran en las esquinas y es ahí donde hay que colocar estribos suficientes: «Adviertase últimamente, que esta bóveda tiene fuerte rempujo en sus ángulos, y así será menester armarla y fortalecerla allí con buenos estribos».

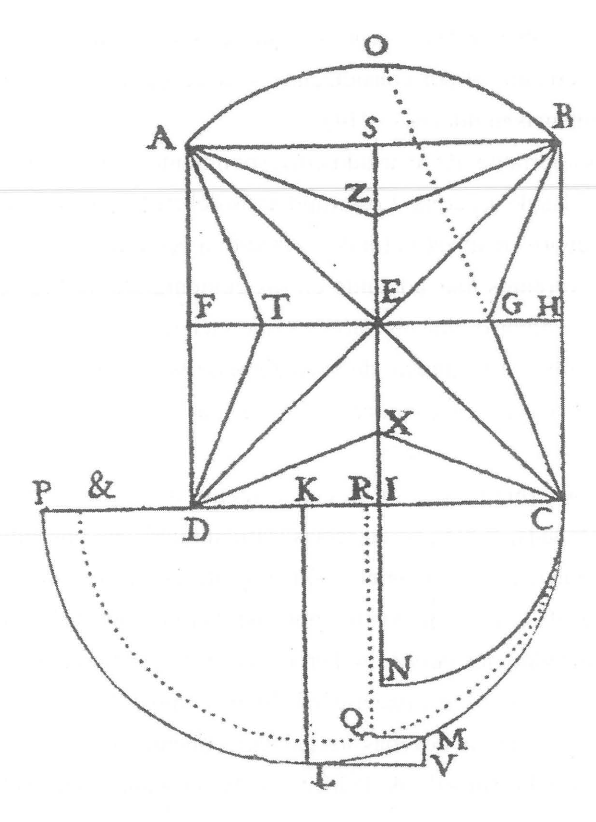


Figura 9.3
Montea de una bóveda gótica de crucería. Los nervios son arcos de circunferencia y están todos situados sobre la superficie de una semiesfera que pasa por los arranques, siguiendo la tradición del gótico tardío. Los nervios han de ser de buena piedra, pero la plementería puede ser de piedra más ligera o de ladrillo. (Tosca 1727)

Sobre el cimborrio de la catedral de Valencia

El interés de Tosca por el gótico queda de manifiesto en el detallado análisis que en la proposición XIII de su tratado dedica a explicar el funcionamiento estructural de un cimborrio gótico. El título del «problema», como lo llama, es suficientemente explicativo: «Formar una boveda con arcos cruceros sobre qualquiera poligono del quadrado arriba, que se mantenga con su propio peso, sin mas estrivos». Como en el caso anterior, debemos entender como estribo la parte del

contrafuerte que sobresale del grueso de la pared: «sin mas estrivos» quiere decir que sólo el grueso de la pared basta para resistir el empuje de la bóveda. Tosca reconoce su fascinación por estas estructuras: «Aunque ahora ya no se estilan semejantes fábricas, por pertenecer mas propiamente al orden Gótico, que á los otros cinco que estan en uso; pero por ser tan ingeniosas, y hallarse executadas en algunos edificios antiguos . . . juzgo por conveniente explicar el artificio con que se fabrican». (228)

Toma como ejemplo el cimborrio de la catedral de Valencia. Se trata de un cimborrio octogonal, que consta de un tambor prismático coronado por una bóveda formada por la intersección de cuatro cañones de bóveda apuntados como puede verse en la planta, figuras 9.4 y 9.5. Estos cañones apoyan sobre los arcos cruceros formados sobre las diagonales del octógono y cuyo peralte puede observarse también en la planta. La altura de los cruceros es mayor que la del arranque de las bóvedas y, por tanto, todo el cimborrio está en su conjunto levantado de punto, lo que también contribuye a disminuir el empuje.

A continuación la descripción de Tosca:

Servirá pues de exemplo la que se halla en el Cimborrio del sobredicho Templo sobre planta ochavada, y se sustenta sobre quatro arcos de punto levantado ó apuntados: sobre los ocho lados de la planta suben a plomo ocho paredes de competente altura, y forman un paralelepípedo ochavado, que coronado con un entablamento de los que se usaban en aquel tiempo, constituye el primer cuerpo de la fábrica con ocho ventanas, una en cada lado. Sobre este primer cuerpo se levanta la bóveda, que formando el segundo cierra juntamente el edificio. Su disposición es la siguiente.

Sea el octógono ABEN, etc. la planta de la bóveda: tírense las diagonales, que se cortarán en el centro C, y esta serán los vestigios horizontales de los arcos diagonales, y juntamente sus diámetros: descríbase sobre una de ellas, como por ejemplo sobre la BF el arco apuntado BGF, cuyos centros son B y F, á quienes se dirigirán sus tiranteces; sobre el lado BA fórmese el cuadrado BI cuya altura AI es la del segundo cuerpo; sobre el entablamento y sobre la HI, como diámetro, descríbase el arco apuntado HLI, cuyas tiranteces vayan a los centros H, I; y esto mismo se ha de suponer sobre los demás lados, los quales arcos sirven de formeros para la bóveda, y en ellos y en dicho segundo cuerpo hay otro ventanage semejante al del primer cuerpo. Sobre los arcos

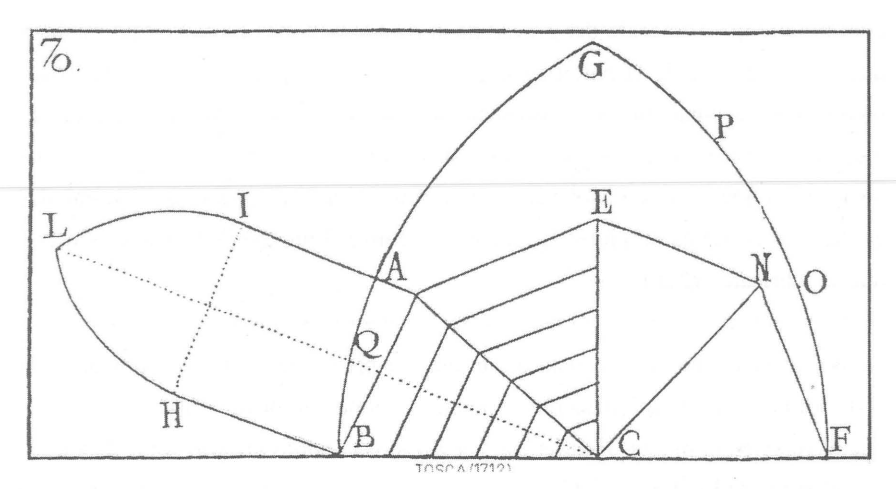


Figura 9.4
Dibujo que muestra la planta y sección del cimborrio de la catedral de Valencia. (Tosca 1727)

> diagonales se edifica la bóveda, siguiendo la misma montea del arco ó formero HLI, la cual es de ladrillo de rosca, y llena los vacíos ECA, ACB, etc. de los arcos diagonales, que por ser apuntada forma en medio un ángulo entrante en correspondencia de la línea QC: esto mismo se hace en todos los ochavos, y queda concluida la obra con mucha hermosura y suficiente firmeza sin casi necesitar de más estribo, como demuestro en la forma siguiente. (228)

Tosca explica el funcionamiento estructural del cimborrio. En primer lugar habla de los cañones cuyos empujes se anulan con los de los adyacentes (fig. 9.4): «Primeramente, la bóveda que está sobre los cruceros AC y BC, y llena el vacío, cuya planta es el triángulo ACB, tiene bastantes estribos con las bóvedas colaterales correspondientes a los triángulos ACE y al de la otra parte; porque siendo de punto tan levantado es poco su empujo, contra el qual tienen bastantísima resistencia las sobredichas bóvedas colaterales, singularmente cuando la planta es de 6 ú ocho lados, ó más lados». (229)

Advierte, sin embargo, que estas bóvedas apoyan sobre los arcos cruceros y que éstos, debido a este peso (también tiene una componente horizontal el empuje aunque no lo menciona), tenderían a empujar contra las esquinas. En dis-

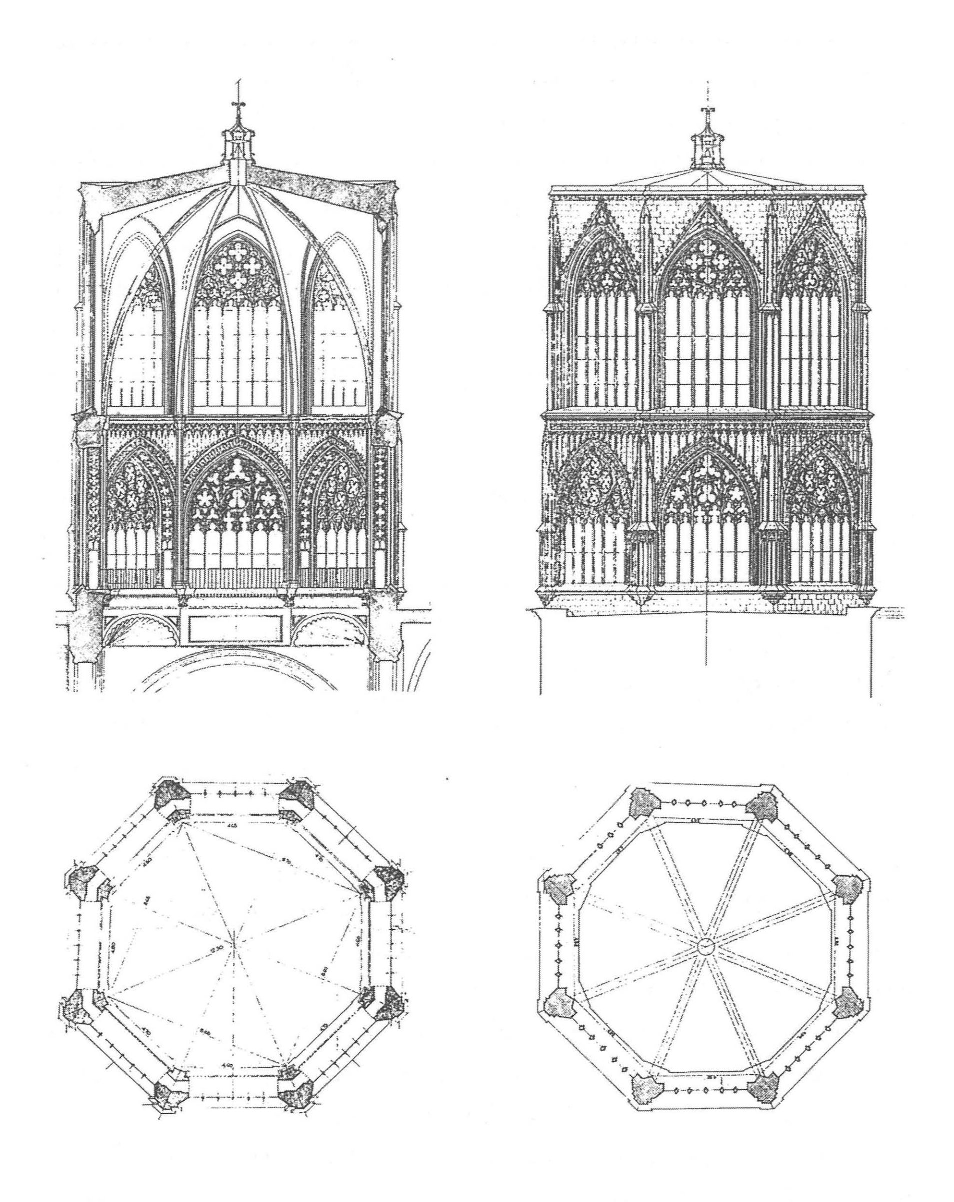


Figura 9.5

Planta, sección y alzado del cimborrio de la catedral de Valencia según Ramiro Moya, ca. 1980. (Zaragozá 2000)

minuir el empuje horizontal de los arcos cruceros está la clave para eliminar los estribos y aligerar la fábrica: «Solo puede haber dificultad, en que, al parecer, los arcos diagonales, que son los que como nervios sustentan las bóvedas sobredichas, necesitarán de grandes estribos, siendo así, que tienen muy pocos en la sobredicha fábrica: pero digo, que por el mismo caso que estos arcos sustentan las bóvedas, no necesitan ni de muy pocos estribos; y en esto esta lo mas primoroso del arte con que se mantienen semejantes obras: el qual consiste en aquel maravilloso enlace con que los cruceros ó arcos diagonales sustentan las bóvedas hechas en sus vacíos, y estas mantienen los sobredichos arcos, y juntamente á sí mismas con sus recíprocos y encontrados empujos».

Se trata de cargar adecuadamente estos arcos cruceros. Para ello aplica su teoría sobre la estabilidad de los arcos apuntados que expuso con anterioridad. La explicación de Tosca es básicamente correcta. Cargando con pesos las claves y riñones, la línea de los empujes resultantes tiende a estirarse en la dirección de las cargas verticales y, aunque aumenta el peso total, disminuye la componente horizontal y, por tanto, el empuje.

Trata el problema sistemáticamente; primero, el peso en los riñones: «Para inteligencia de esto es menester suponer, que el arco apuntado BGF necesita para su firmeza de ser cargado en la clave, y juntamente en los tercios OP: de suerte que si estuviese solamente cargado en OP, y no en la clave, corría gran riesgo de que la porción de arco cerca de la clave reventase saltando hacia arriba; porque el peso que en PO impele a las piedras hacia abaxo, viene como a querer reducir el arco FG a línea recta, y por consiguiente hará subir la clave hacia arriba, si no tiene sobre sí suficiente peso».

A continuación resalta el papel estabilizador del peso de la clave: «Tambien si hubiese gran peso sobre la clave, y poco ó ninguno en los tercios O, P, el peso de la clave impelería las piedras de OP, y si allí faltasen competentes estribos, se arruinaría el arco; pero habiendo competente y proporcionado peso en la clave y en OP, no son casi menester otros estribos para que dicho arco se mantenga, por servirle de ellos el peso que carga en dichos tercios O, P».

Insiste en la forma adecuada de los cañones: «Cargando pues las bóvedas de ladrillo de rosca sobre los arcos cruceros, es forzoso se mantengan estos firmes, y ser grande el peso sobre sus tercios, donde es mayor la bóveda; pues tanto es

esta menor cuanto mas se acerca a la clave, donde se termina; y tanto mayor, quanto mas se aparta de ella hacia los formeros». (230)

Sobre cuál haya de ser la proporción entre los distintos pesos no da regla, y se remite a la experiencia del arquitecto: «Con esto y el suficiente peso que se le ha dado á la clave, se sustenta dicha fábrica sin mas estribos, no sin grande admiracion de los que atentamente la consideran. Quál haya de ser la proporcion del peso de los tercios con el de la clave, pende de la experiencia y del juicio del sabio y prudente maestro».

No se puede expresar con más claridad el problema de la estabilidad de la estructura de un cimborrio gótico (de hecho, de cualquier estructura de fábrica). Se trata de colocar adecuadamente los pesos de forma que se equilibren, como en una balanza, empujes y contrarrestos.

Estribos

El problema del empuje de los arcos en función de su forma merece una atención especial. Empieza con una descripción cualitativa del problema del empuje en los arcos: «Es indubitable que los arcos y bóvedas tienen gran fuerza contra las paredes de los lados, lo que proviene de tener sus piedras la figura de una cuña, que con el ímpetu de su innata gravedad, procurando caerse hacia el suelo, rempujan las del medio a las de los lados, y todas juntas a las paredes colaterales que las mantienen: por lo qual, para que estas puedan resistir al impulso que les imprime el arco, es forzoso tangan proporcionados refuerzos, que comunmente llaman estribos; considerando los dos aspectos que considera más importantes, el peralte del arco y la altura de los estribos». (116)

Señala que el empuje aumenta al disminuir el peralte del arco y la explicación recuerda los teoremas de Baldi que vimos con anterioridad (capítulo 8): «. . . es forzoso atender á la naturaleza del arco, y á la altitud de las paredes: porque los arcos, quanto mas rebaxados, tienen mayor empujo; y menor quanto fueran mas levantados de punto. Y es la razon, porque el impulso de los rebaxados se dirige por una línea que huyendo de la perpendicular al centro de la tierra, se acerca mas a ser perpendicular contra las paredes, lo que la hace mas vigoroso contra ellas; pero los mas levantados de punto exercen su impulso por línea menos distante de la perpendicular a la tierra, y por consiguiente es su impulso mas obliqüo contra las paredes, y ménos robusto». (117)

También afirma que el estribo depende de la altura, demostrando un conocimiento claro sobre la forma de colapso: «Asimismo las paredes mas altas tienen ménos resistencia contra la fuerza del arco; porque el centro del movimiento que tendrían las paredes, caso que cedieran al empujo del arco, está en el pie de la pared sobre el suelo: luego así como una potencia con tanto menos fuerza mueve una palanca, quanto se aplica en mayor distancia del centro ó punto de su movimiento, así el arco tanto más fácilmente vencerá la resistencia de las paredes, quanto por ser estas mas altas, les imprime su impulso en lugar mas alto y apartado de su pie, que, como he dicho, es el centro de su movimiento».

Pero tras la explicación teórica da reglas prácticas que están basadas en la experiencia: «Para determinar pues los estribos que requieren los arcos, se suelen dar las reglas siguientes, fundadas mas en la experiencia, que en demostracion Matemática».

La primera regla que da, como la más usual, es la regla gótica nº 1: «Comunmente dan por regla general, que se divida en tres partes iguales la circunferencia interior del arco, sea este circular o elíptico, ú otro cualquiera, como por ejemplo ABC, (fig. 22) cuya tercera parte sea BC. Tírese la recta BC larga á discrecion, y cortando la CD igual á la CB, se tirarán las perpendiculares CE, DF, y la línea ED será la cantidad de estribo que requiere el arco». Es significativo el escueto dibujo, número 22 en la figura 9.6, con el que explica la regla, lo que prueba que está tratando de una regla de uso habitual que no requiere de mayor explicación. No obstante, no sabemos si Tosca interpreta correctamente la regla que, como se ha discutido en el capítulo 5, se refiere al cálculo de estribos de las bóvedas de crucería, o piensa erróneamente que la regla da el estribo de cualquier arco o bóveda de cañón, siguiendo la interpretación de Blondel. En el primer caso la palabra «arco» se referiría al arco perpiaño, que se usa como medida del mayor o menor rebaje de la bóveda.

También menciona la regla renacentista del tercio, aunque advierte, como lo hacía Fray Lorenzo, que también hay que tener en cuenta el peso del material que forma la bóveda: «Otros dan por regla general, que sean los estribos el tercio del diametro AC, que es algo más de lo que se determina por la regla primera. Pero lo cierto es que en este punto se ha de estar á lo experimentado por los Artífices,

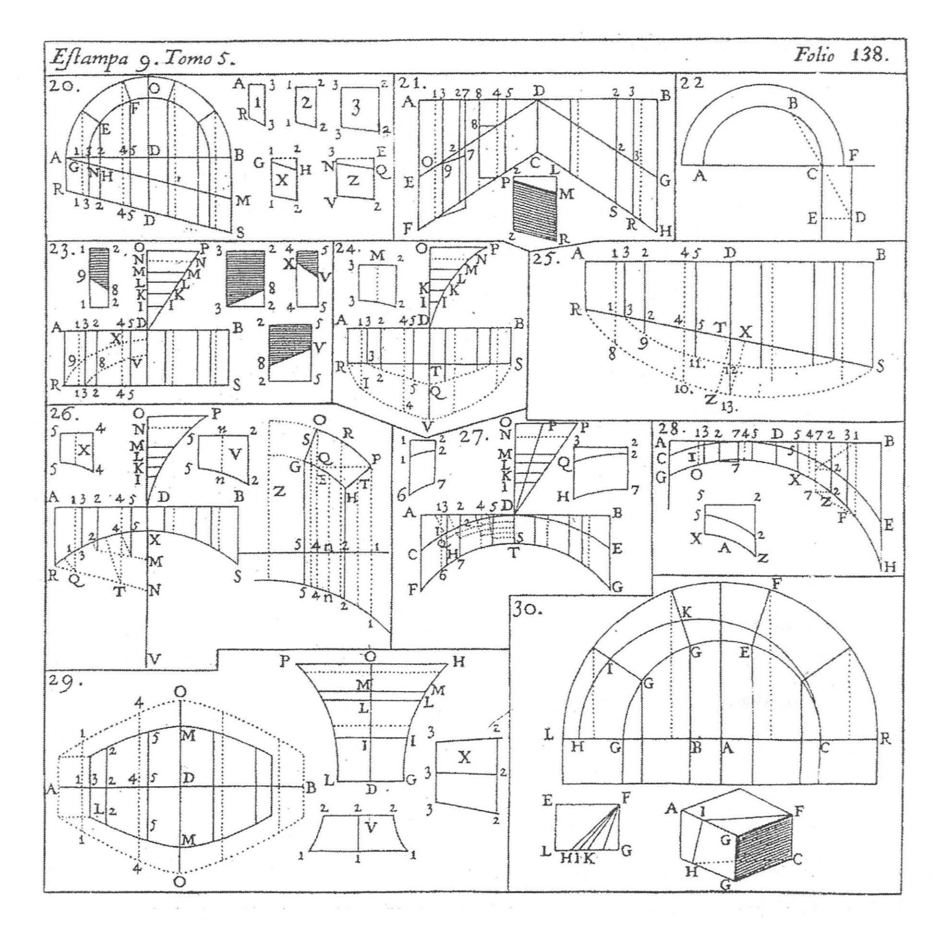


Figura 9.6
La regla gótica nº 1 en el tratado de Tosca (1727). La regla aparece dibujada en el recuadro 22, en la parte superior derecha de la figura. En el dibujo la regla se aplica a un arco de medio punto pero la regla, precisa Tosca, puede aplicarse a cualquier arco.

que prudentemente atienden las varias circunstancias que puedan ocurrir; y parece requiere mas estribos el arco o bobeda de piedra, que la de ladrillo de rosca; y esta mas que la de tabicado». Como en el caso anterior el texto no aclara si la regla renacentista se interpreta correctamente, en el sentido de Fray Lorenzo, o si considera su empleo restringido a arcos y bóvedas de cañón seguido con muros de estribo de sección constante.

Sobre el empleo de modelos

El empleo de modelos de bóvedas es importante pues, como ya he dicho, pueden haberse utilizado para verificar la estabilidad de determinadas bóvedas. Tosca, como antes Fray Lorenzo y otros, recomienda su realización: «Todos los arcos y bóvedas que hasta aquí se han explicado, y asimismo todos los demás que se han de explicar, será muy conveniente se formen primero de yeso con todos sus cortes, con lo cual formará mejor su idea el Arquitecto, y asegurará mas el acierto». (114)

García Berruguilla

El tratado de García Berruguilla sobre la *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría*, publicado en 1747, tiene una orientación fundamentalmente práctica: se pretende dar al arquitecto o agrimensor un compendio claro y resumido de los conocimientos de geometría y aritmética que precisan en sus respectivas profesiones, así como las aplicaciones fundamentales. Está dividido en seis Tratados: el primero sobre aritmética, el segundo sobre geometría, el tercero sobre medición de bóvedas, el cuarto sobre estereotomía, el quinto sobre armaduras de cubierta y el sexto sobre los estribos de los arcos.

Reglas para estribos

El tratado Sexto recoge diversas reglas y comentarios sobre el cálculo de los estribos y tiene el título «En que se trata de varias opiniones que hay en hallar, ò dàr regla para los estrivos de los Arcos». Aparece aquí una interesante crítica a las reglas proporcionales, basándose en la disparidad de resultados que dan unas y otras. Así, señala mediante un ejemplo los distintos estribos que se obtienen empleando la regla gótica nº 1, o la interpretación de Blondel, y la regla renacentista del tercio. En efecto, cada regla es válida únicamente para un determinado tipo estructural: las reglas góticas sólo son válidas para las ligeras bóvedas de crucería, pero no para las bóvedas de cañón, que producen un empuje mucho mayor.

García Berruguilla menciona en primer lugar la que considera como regla más antigua, la del tercio. Critica que en la mencionada regla no se tenga en cuenta el

material de que está hecha la bóveda y recomienda que los estribos se reduzcan en las bóvedas de ladrillo en la misma proporción que los pesos específicos de la piedra y del ladrillo: «La mas antigua opinion es, que se ayan de dar el tercio de su ancho à la pared de grueso: v.gr. tiene un Salon, ò Iglesia una nave de sesenta pies de ancho, ò 30, dice que se haya de techar, ò cubrir con una bobeda de piedra, y que para echar esta bobeda, se le de a las paredes de grueso el tercio de su ancho, que de treinta es diez pies. Y dice, que siendo la bobeda de rosca de ladrillo, se le aya de dar los mismos 10. pies à los estrivos, ò paredes: voy hablando sin estrivos como assi lo dicen. Arguyo diciendo, hablo de semejantes anchos, altos, corrientes, ò cartabones de los corrientes de las aguas, las magnitudes son iguales, pero la solidez, ò materia es diferente: luego segun la gravedad empuja: luego en el grueso de la pared ha de haver la diferencia del peso de un pie cubico de ladrillo à otro de piedra, excepto de que sea piedra tan leve, que sea la solidez de la piedra igual al del ladrillo: doy por supuesto, que estos casos estèn bien puestos». (129)

A continuación realiza la comparación entre la regla gótica nº 1 y la regla anterior. Mediante un ejemplo numérico deja patente la disparidad de resultados, figura 9.7:

> En la Nacion Francesa, y Española he visto muchos juicios tocantes al assumpto de dar regla para hallar los estrivos, que le tocan à cualquiera generacion de arcos. Supuesto el arco apuntado ANZ, dicen se divida la concava AZ en tres partes, que quiere decir toda la concabidad en tres partes, y desde las dos AN tire la recta NAR, y sea Ar igual à AN; y tirese la recta RP, y RQ, y dice, que el estrivo ha de ser, ò pared del grueso RP, ò el de AQ. Passo à la Figura M, que es de medio punto, y formo la misma regla; y dice , que la AZ es el grueso de la pared, y la misma regla formo en G: las tres bobedas, como son M H Y, son de un grueso, los corrientes de sus aguas son del cartabon de à cinco, y conforme estas se deben hacer, y entre la opinión primera, y la segunda; y hablando sobre supuestos lados, como son las tres Figuras L M G, se diferencian las opiniones en la L, en la diferencia de grados Q2: la A es de la opinion primera, que es el tercio, de doce, quatro varas, y entre el uno, y el otro hay la diferencia de entre AQ y A2, que es Q2 cerca de quattro pies. En la Figura M es la diferencia pie, y un tercio; y en la figura G, entre 4, y 5 hay la diferencia de dos pies: Reglas muy antiguas son unas, y otras, la contradiccion que hay entre las dos reglas, a los ojos està presente. (130)

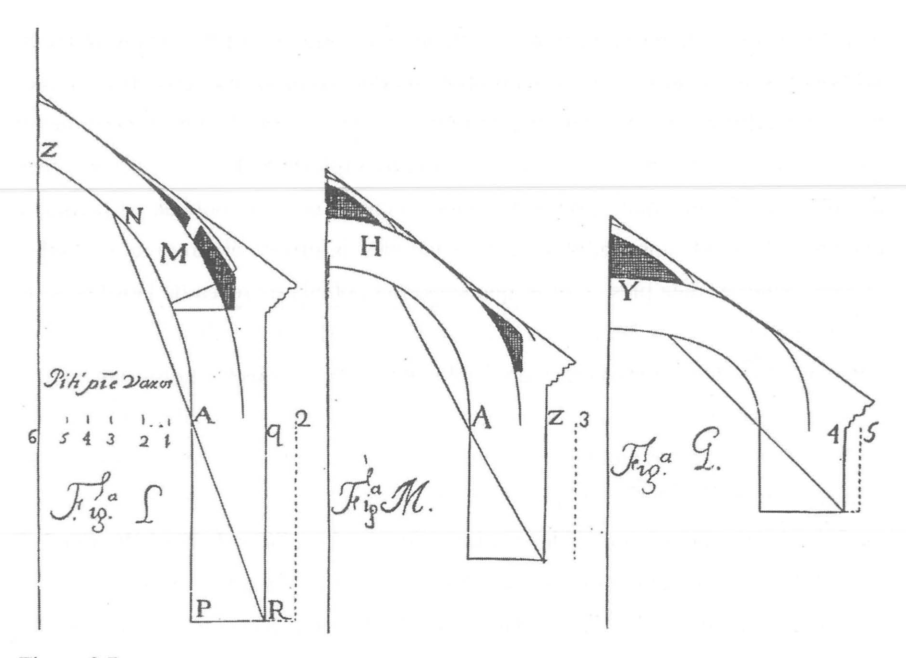


Figura 9.7
Comparación entre la regla gótica nº 1 y la regla renacentista del tercio (estribo con línea de puntos) para tres tipos de bóveda. García Berruguilla trata de enfatizar las diferencias entre ambas. (García Berruguilla 1747)

García Berruguilla atribuye al mal empleo de estas reglas y a la disparidad de los resultados a que conducen, las ruinas que se producen, dice, en numerosos edificios: «De aqui nace, que estamos experimentando de todas las Provincias del Mundo las grandes ruìnas, que se experimentan, y desaciertos en obras, las que no explico, por ciertos motivos, y estas son obras de los señores Architectos del Mundo».

A continuación propone un método de análisis utilizando los principios de la mecánica. Probablemente, se trata de la primera mención en un tratado español de arquitectura o ingeniería de un procedimiento de análisis de las bóvedas. El método no aparece expuesto con suficiente detalle, ni hay una aplicación práctica del mismo; sin embargo, es interesante que el mecanismo de colapso aludido sea el correcto por formación de bielas (Couplet) y no el de la cuña (La Hire), si bien la suposición de que la rotura se produce en el arranque de la bóveda no es co-

rrecta: «Y estos tres casos, que aqui vèmos, se resuelven por ciertas proposiciones de la estatica, y por otras de la maquinaria: y esto es tan claro, como conocer, que la magnitud de la L, que es la bobeda, y tejado AQZ, esta insiste, ò estriva en la palanca QRAP: luego la estatica entra aqui, y en lo alto de la pared la palanca: luego AQZ es el grave, que empuja, ò oprime: busquese aqui en què parte esta el iplomoquio, para que dandole a la pared AP el alto, para que guarde la proporcion sesquialtera, ò dupla, hallemos las arrobas de peso, que hemos de echar en la vase de la pared PR, que se saca por reglas de la maquinaria, y esta crasicie hallada, entonces se la halla la potencia, que es el grueso, que ha de tener la pared».

Para terminar el capítulo dedicado a las bóvedas cita, casi literalmente, las reglas de Fray Lorenzo. Está implícita la confianza del autor en esas reglas para el tipo de edificios que se construían en su época. Las reglas de Fray Lorenzo matizan además el espesor de los estribos en función del material de la bóveda, que era una de las objeciones planteadas al principio.

Torres

En cuanto al problema del proyecto de las torres, sigue a pies juntillas la doctrina de Alberti, recogida por Fray Lorenzo, del cual parece haberla tomado dada la igualdad de los ejemplos y edificios citados. «Trato de las Torres, que dicen, que mientras no exceda de quatro cuerpos; esto es quatro quadros de la de su planta, se le dè à la pared la quarta parte de su ancho; con que si tiene la linea del lado de la Torre doce varas, tendrà la pared de grueso quatro varas; y si excede el alto hasta seis cuerpos, que se le eche enmedio un alma, ò macho, el qual se le darà la tercera parte de su ancho, y al rededor và la escalera. He leìdo, que la Torre de Comares de la Lambra de Granada, despues de hecha, que rebaxó, ò se sumergiò una vara . . .». (131)

Plo y Camín

Sobre Antonio Plo y Camín sólo nos dice Llaguno (1829) que era arquitecto-ingeniero, y que cerró la bóveda de la Iglesia de San Francisco el Grande en Madrid. Debía ser un ingeniero y arquitecto de cierto prestigio ya que la citada cú-

pula de fábrica es, con un diámetro de aproximadamente 117 pies (33 m),[5] la mayor de España.

Sin embargo, Antonio Plo ha pasado a la historia por ser el autor de uno de los tratados de construcción de mayor difusión en los siglos XVIII y XIX en España. El tratado titulado *El Arquitecto práctico, Civil, Militar y Agrimensor*, fue publicado por primera vez en 1767, y tuvo otras cuatro ediciones en los años 1793, 1819, 1844 y 1856. Está dividido en tres libros de los cuales el segundo nos interesa muy particularmente ya que contiene «la práctica de hacer y medir toda clase de Bóvedas y Edificios de Arquitectura», donde expone las reglas estructurales por él conocidas y añade otras nuevas de su invención.

Antonio Plo debió dedicar bastante tiempo a reflexionar sobre el problema de descubrir una regla para encontrar el estribo necesario para una bóveda de forma cualquiera. En su tratado, primero pasa revista a las reglas usadas comúnmente en la práctica y, posteriormente, propone otra serie de reglas, de las que no da fuente y que hemos de suponer sea de su invención. Como en el caso de García Berruguilla es patente la inquietud que le causa la disparidad entre las distintas reglas.

Reglas sobre estribos: estado de la cuestión y crítica

Al hablar de las reglas más usuales dedica una atención especial a la regla gótica nº 1. La cita en primer lugar en el capítulo IV del libro II, dedicado a los arcos, al hablar «De la estrivacion de los Arcos» : «Los mas Autores antiguos, y con ellos los modernos, conforman, en que para todos los arcos se les de de grueso á las paredes, ó bastiones de sus lados la parte que les tocase, según la regla siguiente. . .» (333), y a continuación explica la regla. Sin embargo, Plo previene sobre el empleo de la regla en los arcos adintelados: «Nota, que para todo genero de arcos les dán la estrivacion por esta regla, á excepción del arco adintelado, que es linea recta . . . que á este se le dà la mitad de su diámetro». (334)

Como se ha visto en el capítulo anterior la regla aparecía en numerosos tratados de la segunda mitad del siglo XVII (Derand, Milliet de Chales, Blondel, etc.) y de la primera mitad del XVIII, singularmente en el del padre Tosca. No obstante, aunque Plo se ve obligado a citarla, su insatisfacción es evidente y se refiere a más

adelante donde, dice, «expresaré con mas extension sobre las estrivaciones de toda clase de arcos, segun sus materiales, que aqui solo ha sido una anotacion de lo que comunmente siguen los Profesores de Arquitectura». (334)

Efectivamente, en el capítulo VII del mismo libro, Plo vuelve sobre la cuestión, en una Proposición titulada «De las estrivaciones correspondientes á todo género de arcos». Primero, realiza lo que llamaríamos ahora un estado de la cuestión del tema de las reglas empíricas. Cita de nuevo la regla gótica nº 1, que dice tiene un origen antiguo y modernos seguidores como el padre Tosca, y describe con detalle la regla para los tres casos más habituales, arco de medio punto, apuntado y rebajado. Curiosamente, advierte que es posible seguir el procedimiento de proyección, más sintético, de Martínez de Aranda. Plo advierte que esta regla es válida solamente cuando la altura del estribo es igual a la luz de la nave, y aconseja que los estribos se macicen hasta el tercio de la directriz del arco, «cuya altura del estrivo se levanta hasta el mismo tercio del arco», (454) práctica ésta ya prescrita por Alberti y Fray Lorenzo. Y vuelve a insistir en la popularidad de la citada regla: «Este es el orden con que algunos, ó los mas, arreglan las estrivaciones de los arcos». (455)

A continuación cita las reglas renacentistas de la mitad y del tercio del vano, mencionando después de manera explícita las reglas de Fray Lorenzo de San Nicolás que, advierte, sólo tienen validez para bóvedas de medio punto. Posteriormente, critica la disparidad de resultados a que conducen las distintas reglas, así como la ausencia de indicación en ellas sobre la altura de los estribos: «Digo, pues, que segun las mas opiniones, y las otras, no se halla conformidad entre ellas, ni altura determinada para los pies derechos, sobre quien han de cargar los arcos; porque puede ser tanta la elevacion de los estrivos, y asientos de los arcos, que aunque se les de un grueso la mitad de su diametro, los puede abrir de arriba una simple boveda de ladrillo, por la fuerza que hace ácia abajo, sirviendo como de cuña contra los estrivos de los lados; y todo esto se remediará obrandolo todo por la práctica siguiente». (456)

Reglas sobre estribos: la propuesta de Plo y Camín

Tras esta crítica pasa a proponer sus propias reglas de proyecto en un apartado titulado «De las estrivaciones de los arcos por reglas experimentadas». El título

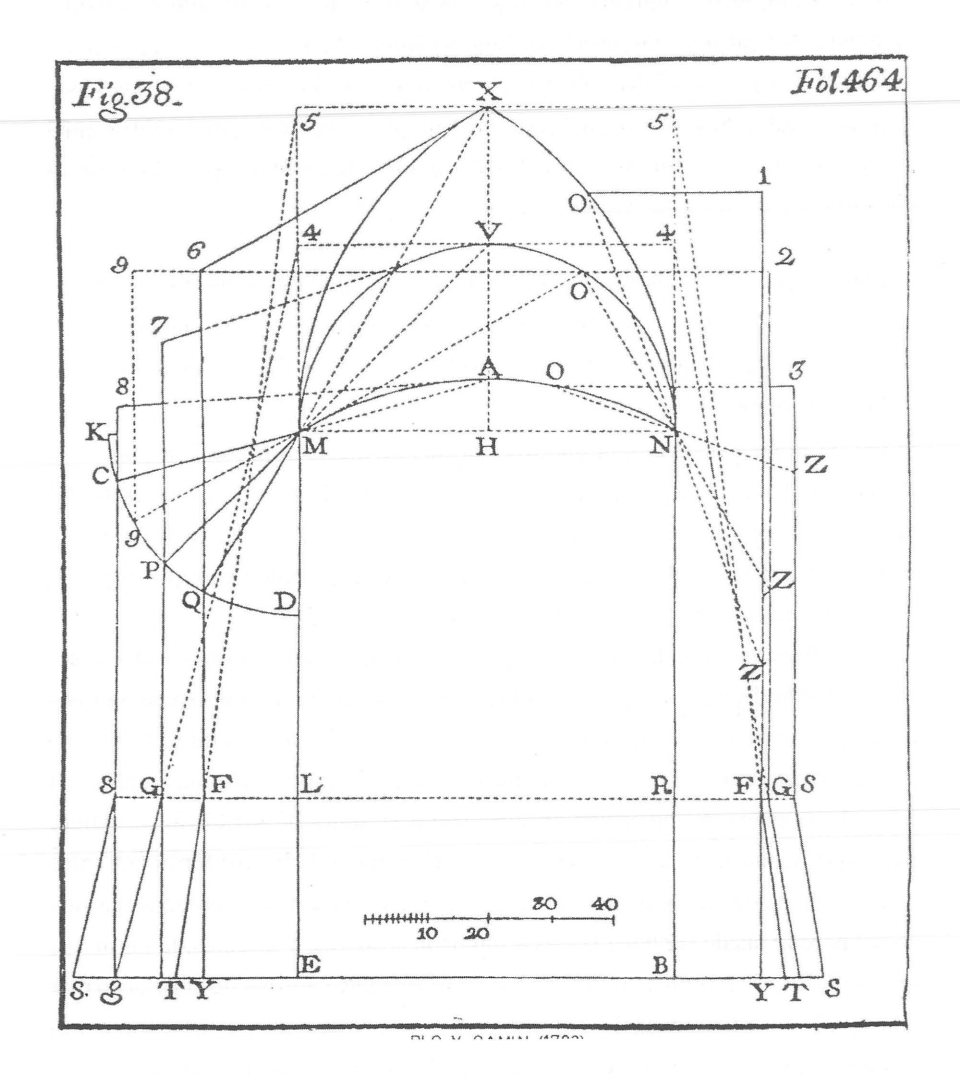


Figura 9.8

Reglas para estribos de Plo y Camín (1767). La figura contiene tres reglas distintas: para edificios, con bóvedas de piedra y de ladrillo, y para puentes. También incluye una modificación para considerar la altura de los estribos.

indica que el propio Plo verificó la bondad de sus reglas en edificios existentes y en obras de propia construcción. Las reglas se refieren al cálculo de estribos para bóvedas de edificios, de cantería o ladrillo, y de puentes. Incluye también otra regla para recrecer los estribos de los edificios cundo su altura es mayor que la luz de la bóveda. Todas las reglas son geométricas y aparecen dibujadas superpuestas en la figura 9.8 para el caso de arcos apuntados, de medio punto y rebajados.

ESTRIBOS DE BÓVEDAS DE PIEDRA: La regla se ha dibujado en el lado izquierdo de la figura 9.8 aplicada a los tres tipos antes citados. Para mayor claridad se ha dibujado su aplicación al arco de medio punto en la figura 9.9. Se trata de una regla muy sencilla:

1) se traza una recta que pase por la clave del arco V y su arranque M;
2) con centro en M, se traza un arco de circunferencia con radio MH, la mitad de la luz;
3) la vertical que pasa por el punto P donde corta dicha circunferencia a la recta VM, define el espesor del estribo;
4) se divide la flecha del arco en dos partes y se traza una horizontal que corta al exterior del estribo en 7; el estribo se elevará hasta 7 y se macizará según la inclinación 7V.

Para demostrar la validez de su regla realiza los cálculos, ayudándose de la escala en el dibujo, para un bóveda de 60 pies, apuntada, de medio punto y rebajada, y concluye que, efectivamente, los estribos obtenidos son los adecuados para las bóvedas de cantería en base a su propia experiencia: «Para las bovedas, ó arcos de piedra, será suficiente la estrivacion del lado LM, pues el arco apuntado, cuya estrivacion es FL, se le hallan por el mismo pitipie 15 pies, que son la quarta parte del diametro, y al estrivo del esferico V, se le hallan 20 pies, y dos tercios, ó tres quartos de otro pie, que es poco mas que el tercio, y al rebaxado A, le vienen 28 pies y medio, como se hallarán todas las medidas por el pitipie; luego á este ultimo arco le viene cerca de la mitad, que siendo esta 30, y la estrivacion de él desde L á S, 28 y medio, solo le falta uno y medio para su mitad, cuyas partes son suficientes, y tengo experiencia para poderlo asegurar,

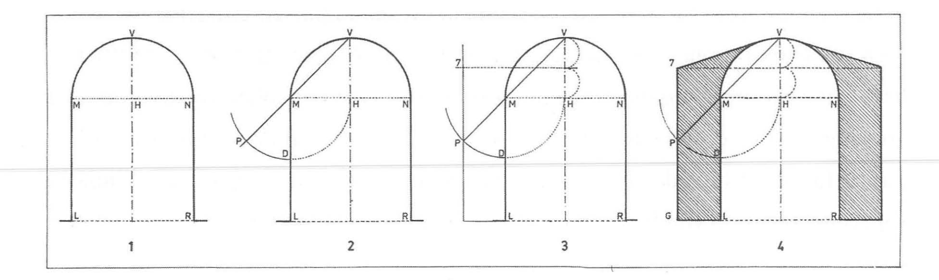


Figura 9.9
Regla geométrica de Plo y Camín para los estribos de bóvedas de cantería cuando su altura es igual a la luz.

pues en los arcos que he construido por esta regla, se hallan en el dia tan firmes, como acabados de construir». (460)

ESTRIBOS DE BÓVEDAS DE LADRILLO: La regla aparece dibujada en el lado derecho de la figura 9.8, y es la regla gótica nº 1, aplicada, de nuevo a los tres tipos de arcos. La única adición a la regla es la altura y macizado de los estribos: los estribos deben alcanzar el tercio del intradós del arco (hasta O) y se debe macizar el trasdós de la bóveda hasta esta altura. Como antes, se explica la regla por referencia al arco de medio punto en la figura 9.10.

La regla da para arcos de medio punto espesores de estribo que coinciden con los indicados por Fray Lorenzo de San Nicolás, esto es, un cuarto de la luz. No obstante, de nuevo, Plo deja ver de manera algo confusa su insatisfacción (quizá no quiere contradecir a los «Profesores de Arquitectura»). Así, tras explicar la construcción de la regla hace los cálculos para una luz de 60 pies, en base a las proporciones de la figura 9.8. Obtiene estribos de 13,5 pies y 15 pies para arcos apuntados y de medio punto, respectivamente, y esto le parece suficiente para bóvedas de ladrillo. Pero para el arco rebajado obtiene un estribo de 19 pies, «que para ser el tercio del diametro aun le falta un pie» , y concluye, contradiciendo su anterior afirmación, « . . . de que puede inferir cualquiera inteligente, que ninguna de las tres estrivaciones son suficientes para tales arcos, y que escasamente podran sufrir las bovedas tabicadas, aunque sus arcos torales sean

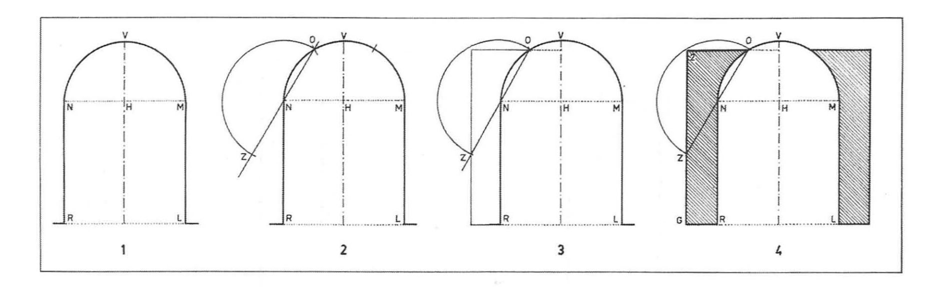


Figura 9.10
Regla geométrica de Plo y Camín para los estribos de bóvedas de ladrillo cuando su altura es igual a la luz.

de ladrillo de rosca». (458) Recomienda, después, recrecer el estribo por la parte exterior un espesor igual a media rosca del arco toral o, mejor, igual a la rosca: «terminada cualquiera rosca [del arco toral] del grueso que se le huviere de dar, que se proporcionará segun la calidad de los materiales de que se huviese de construir, se dé la mitad de ella a cada estrivo, aumentándole este grueso por la parte exterior, y no le dañará, aunque á los estrivos se les de de mas grueso todo el que tuviere la rosca». Con esta matización, la regla le parece buena «con lo qual no havrá que temer la falta de empujes, evitando con esto las muchas ruinas, que por falta de ellos han acontecido». (458)

RECRECIDO DE LOS ESTRIBOS: Las dos reglas anteriores sólo sirven cuando el estribo tiene una altura, hasta los arranques de la bóveda, igual a la luz de la bóveda. Cuando la altura es superior, hay que recrecer los estribos. La regla, que se aplica a arcos apuntados y de medio punto, se ha dibujado en la figura 9.11; el lado izquierdo corresponde a bóvedas de cantería; el derecho a bóvedas de ladrillo. El procedimiento es el siguiente:

1) se obtiene el espesor del estribo por las reglas anteriores, para bóvedas de cantería y de ladrillo: rectas G7 y G2, respectivamente.
2) se traza una recta horizontal a una distancia igual a la luz de los arranques, recta LR, obteniéndose los puntos G de corte con el trasdós de los estribos.

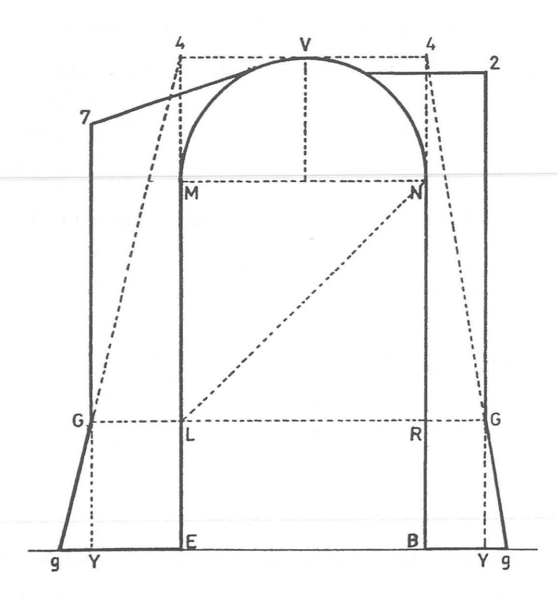


Figura 9.11.
Regla de Plo y Camín para aumentar el espesor del estribo para bóvedas de medio punto cuando su altura es mayor que la luz de la nave, extraída de la Figura 9.9. *Izquierda*, para bóvedas de cantería; *derecha*, para bóvedas de ladrillo.

3) se prolonga el intradós del estribo en vertical hasta que corta la horizontal que pasa por la clave V, obteniéndose los puntos 4.
4) se trazan las rectas 4G, que cortan a la recta BE de la base en los puntos g, que definen el recrecido del estribo.

Cuando el arco es rebajado, hay que obtener primero el espesor del estribo para la altura igual a la luz, sL en la figura 9.8. Se realiza, después, la construcción anterior para el recrecido del estribo de la bóveda de medio punto, obteniéndose la recta Gg. Finalmente, se traza por s una paralela a Gg, hasta que corte con el plano de la base BE, en el punto s, figura 9.8.

Cabría preguntarse por qué no aplica la misma regla que en el caso de los arcos apuntados o de medio punto: seguramente le parece que conduce a un recrecido excesivo. Como ocurre siempre con las reglas tradicionales, el arquitecto o

ingeniero busca una regla que dé resultados que concuerden con la experiencia, reflejada en los edificios construidos que permanecen en pie.

ESTRIBOS PARA PUENTES: Plo resalta que las reglas y recomendaciones anteriores son para arcos y bóvedas de iglesias en terrenos secos. Para las cepas de los puentes o las iglesias que se construyan en terrenos húmedos, donde la resistencia del terreno es habitualmente menor, da una nueva regla más conservadora, que se explica en la figura 9.12:

> Nota que las estrivaciones, de que se ha tratado, son para arcos, y bovedas de los edificios de Templos, y obras que se pueden construir en terrenos secos, ó libres de inundaciones; pero en obras de agua, como son los puentes sobre rios caudalosos, no alcanzan aquellas estrivaciones (por muchas circunstancias, que serían largas de explicarse); por lo que es preciso dar regla para la seguridad de tales obras, pues hasta ahora, quantas he visto son variables, porque unos dan al macho de cada arco la mitad de su diametro, y esto aunque es seguro, impide mucho al curso del agua por mucho grueso; otros varían a su gusto dando lo que se les antoja; y asi, para dar a estas obras una estrivacion competente, se obrará de esta forma.
>
> Sea el arco esferico de un puente MVN: hagase su quarta de circulo DK en la misma forma que antes, y en la parte opuesta tomese el tercio del arco en O, y tirese la OM, que corta al quadrante en el punto 9: levantese la recta 9.9. paralela á la perpendicular HV, y entre esta y el lado ML, se halla el estrivo que se desea, cuyo grueso es 26 pies de

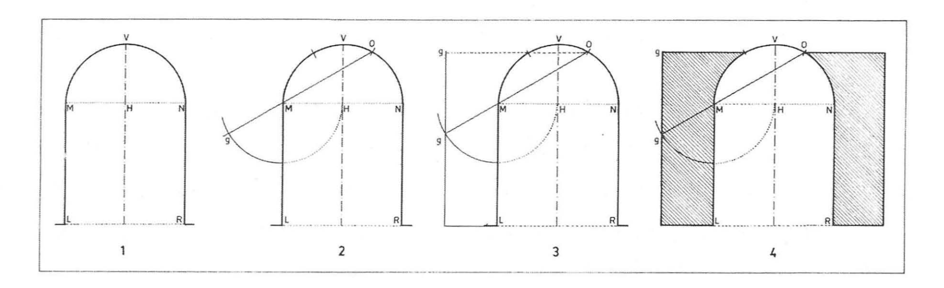


Figura 9.12.
Regla geométrica de Plo y Camín para los estribos de las bóvedas de los puentes. La regla es muy conservadora si se compara con las de Alberti y Palladio.

> los 60 de diametro del arco, de que resulta ser mas que el tercio, y menos que la mitad; y tirando la horizontal O9 se halla lo que se ha de macizar en sus enjutas. . . (462)

La regla conduce, en efecto, a espesores muy superiores a los recomendados por Alberti o Palladio, con estribos de casi la mitad de la luz.

Gautier

Hubert Gautier (1660–1737) fue el primero en escribir un tratado específico de puentes. En 1716 publicó su *Tratado de puentes*, que fue una referencia para todos los ingenieros de puentes del siglo XVIII. Un año después, publica una larga memoria titulada *Disertación sobre el espesor de las cepas de los puentes, sobre el tamaño de sus pilas, sobre el alto de sus dovelas, y sobre los empujes y peso de los arcos de diferente grado de rebajamiento.*[6] Tratado y disertación constituyen una fuente inestimable para conocer el proyecto de puentes de fábrica a principios del siglo XVIII. Las dos obras tienen un carácter distinto: el *Tratado* es principalmente práctico y la *Disertación*, aunque completa al tratado en algunos aspectos prácticos (incluye, por ejemplo, tablas de proyecto), tiene un carácter más teórico y especulativo. Los estudiaremos por separado.

El tratado de puentes

En el prefacio del tratado, Gautier dice cuál es el origen y el objetivo de su libro: «Los autores que se han ocupado de la Arquitectura, no han dado reglas para construir los puentes. No han estudiado a fondo esta materia, ni dado ningún detalle, mencionándola sólo de pasada. . . .». Gautier quiere dar reglas y sistematizar el proyecto de puentes. Ha leído con detenimiento lo ya publicado (cita a Scamozzi, Serlio, Palladio, entre otros) y posee una amplia experiencia profesional. Su intención es recopilar y ordenar todos esos conocimientos «para que aquellos que no saben puedan aprovecharlos; por esta única razón he hecho este Tratado». Este afán didáctico se refleja en la exposición clara y directa, con numerosos ejemplos; además, al final añade un breve diccionario de términos.

El tratado se ocupa de todos los aspectos del proyecto de un puente. En la presente investigación nos limitaremos a las reglas para el cálculo de los elementos estructurales: el espesor de pilas y estribos, y el de las dovelas de la bóveda. Ya en el primer capítulo, «De los puentes en general, dónde se habla de los de los Romanos y de los modernos», realiza una revisión histórica del proyecto de puentes y cita las reglas de proyecto y los ejemplos que aparecen en los tratados anteriores (Palladio, Scamozzi, Alberti, etc). Después, dedica capítulos independientes al proyecto de estribos o cepas, pilas y arcos.

ESTRIBOS Y PILAS: Los estribos rematan las arcadas extremas de los puentes y deben soportar el empuje de la última bóveda. Gautier no da regla en el *Tratado* (aunque sí la dará en la *Disertación*), limitándose a describir brevemente su forma de construcción y su disposición en relación con los muros de acompañamiento.

El capítulo dedicado a las pilas tiene un gran interés. Gautier aborda desde el principio el problema de proyecto: determinar el espesor de la pila en función de la luz del arco. Los romanos le daban un tercio, y cita como fuente la obra de Bergier (1622, 687), pero eso le parece excesivo: «Los antiguos dieron a las pilas de los puentes la tercera parte de la luz de los arcos, llegando incluso hasta la mitad. Véase Bergier Liv. 4, Chap. 35. Los modernos han encontrado que esto es demasiado y le dan menos, como un cuarto o un quinto [de la luz]». Pero, prosigue Gautier, «ni unos ni otros dan ninguna razón para ello, y si se pregunta hoy día nos encontraríamos en la misma penosa situación». (102)

Gautier quiere un enfoque racional para abordar el proyecto de las pilas de los puentes, y opta por discutir el problema desde el punto de vista de la carga que soportan las pilas. En efecto, si los dos vanos adyacentes tienen una luz similar, una vez terminado el puente, la pila soporta prácticamente una carga vertical: «No hay duda de que las pilas de los puentes soportan la mitad de la fábrica de las bóvedas que están a sus lados, tomándola desde la mitad de las claves». Gautier convierte este peso en una columna, de la misma sección que la pila, y la sitúa encima. La carga en la base de esta columna imaginada sería la misma que la carga en la base de la pila del puente, y éste es el problema que hay que considerar, pues «se trata de hallar lo que las pilas pueden soportar, o lo que deben soportar, en relación a su tamaño».

Gautier, a modo de ejemplo, aplica esta idea a un puente de dimensiones convencionales (figura 9.13): un puente con arcos de 8 toesas de luz, pilas de 2 toesas de espesor (1/4 de la luz) y un espesor en la clave de 1 toesa (1,95 m). Concluye que la columna análoga tendría una altura de, aproximadamente, seis veces el ancho de la pila (12,5 toesas). Se pregunta a continuación si esta carga será excesiva para la pila, y habría entonces que aumentarla, o si, por el contrario, podría reducirse. En aquella época no se habían realizado todavía ensayos sobre la resistencia de los materiales y Gautier dice: «Este problema me parece difícil, y creo que sólo se podrá resolver por la experiencia que se tenga de la fuerza de los materiales que se encuentran en lugares, que soportan más o menos el peso que los carga, y teniendo en cuenta también la medida en que están compactados y aparejados.»

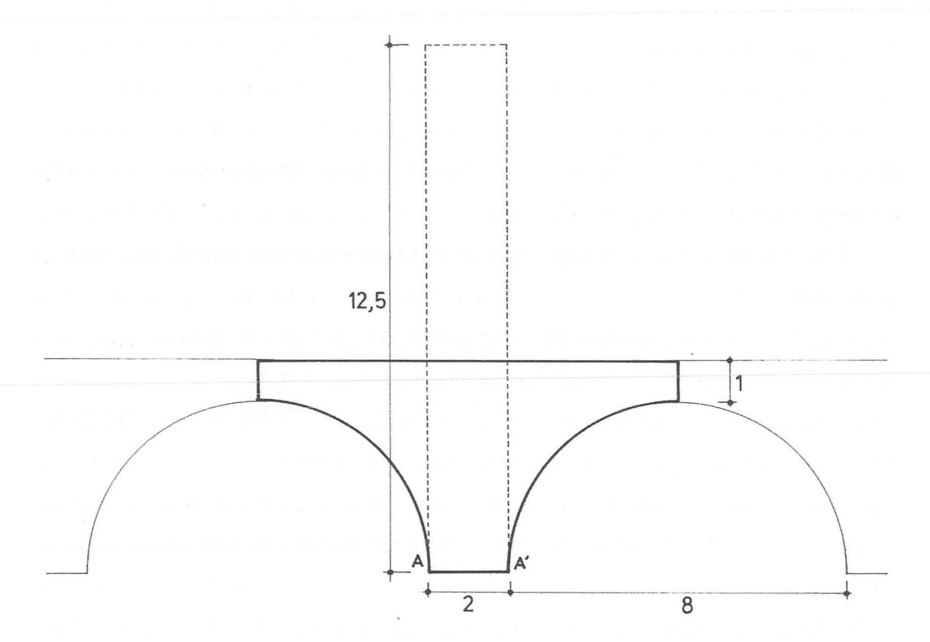


Figura 9.13
Columna análoga para medir la carga de las pilas de un puente. Gautier calcula los pesos de las dos semibóvedas que cargan sobre una pila central y los convierte en una columna de la misma sección que la pila. La altura total indica la carga que soporta la pila en su base y sirve como elemento de comparación con otras construcciones existentes. (Medidas en toesas.)

En efecto, la idea de la columna análoga le permite comparar con los pilares de iglesias existentes y sacar conclusiones en cuanto a la resistencia de las pilas de los puentes. Así, concluye que dado que muchos de estos pilares tienen mayor altura, y reciben además el peso de las bóvedas y de la techumbre, las pilas de su puente de ejemplo están correctamente calculadas: «Los ejemplos que se ven en las iglesias confirman mi pensamiento, pues tienen pilares de mucha mayor altura que en el caso que aquí propongo, y además soportan las naves y armaduras, que son infinitamente más pesadas».

El enfoque de Gautier, que busca las razones del proyecto de las fábricas en su resistencia, olvidando aparentemente el requisito de estabilidad, sería después adoptado por Perronet (véase más adelante) para reducir considerablemente el espesor de las pilas de los puentes.[7] Por otra parte, la idea de la columna análoga resultó ser de gran utilidad para medir el trabajo de las fábricas antes de que el concepto de tensión fuera utilizado con generalidad a partir del segundo cuarto del siglo XIX.

ESPESOR DE LOS ARCOS: Gautier dedica un capítulo completo a discutir el problema del proyecto de los arcos de los puentes. Para un perfil dado, el tema se reduce a determinar el espesor de las dovelas en la clave. Este espesor debe ser función del tamaño del puente: «Cuanto mayores sean los arcos, en el proyecto de un puente, así deben aumentar las pilas, estribos y dovelas, y tener un espesor en proporción». (108) Gautier confiesa no disponer de una regla segura para calcularlo y considera que las reglas sólo se pueden extraer de las obras construidas: «No tenemos una regla segura para calcular el tamaño de las dovelas de los arcos. Sólo podemos tomar de modelo las obras ya hechas, o las de los antiguos, para hacer una regla de proporción para los materiales que dan fuerza a los arcos, y su disposición».

Gautier toma como modelo para deducir su regla proporcional de proyecto el acueducto romano Pont du Gard. Observa que las dovelas tienen 4 pies de espesor mientras que la luz de los arcos es de 10 toesas (60 pies). «Sobre esta base se puede hacer una regla de proporción para cualquier arco de medio punto; de manera que si se sigue la regla del arco romano del Pont du Gard, se hallará que diez toesas de luz dan 4 pies de espesor de dovela, que cinco toesas darán dos

pies; 15 toesas, 6 pies; 20 toesas, 8 pies; y finalmente 25 toesas, 10 pies». (108–9) La regla consiste, pues, en dar de espesor a la dovela 1/15 de la luz; (como se ha visto en el capítulo 7, Alberti ya había propuesto esta regla, aunque Gautier no le cita en este sentido.) Resulta interesante que Gautier sea explícito en cuanto a su método para obtener una regla de proyecto: estudiar las medidas de puentes existentes, tratando de deducir reglas de proporción. Aunque éste sea, por supuesto, el origen de todas las reglas proporcionales de proyecto de puentes, encontramos en el tratado de Gautier la primera mención escrita en cuanto al método seguido.

Gautier considera que la regla no es de aplicación para puentes de menos de 5 toesas (9,75 m) de luz: si se aplicara la regla a un puente de una toesa se obtendría un espesor de unas 6 pulgadas mientras que habría que darle $1^1/_2$ pie, a comparar con los 2 pies para el arco de 5 toesas. En consecuencia, Gautier afirma que para arcos pequeños hay que considerar el tamaño y la calidad de la fábrica: «. . . la regla se aplicará mejor y dará mejores proporciones si se considera la resistencia de los materiales y su tamaño». Por otra parte, el efecto del paso de un gran vehículo será menos acusado en un puente grande que en un puente pequeño: «Es un hecho cierto que un gran Puente que soporta el paso de un vehículo grande, está menos *cargado* que un puente pequeño por el que pasa el mismo vehículo». Parece evidente que el término «cargado» (chargé) se refiere a la carga máxima que puede resistir el puente. Gautier concluye que la regla de proporción sólo se aplica a los puentes grandes, respecto a los cuales el peso de los vehículos es despreciable, y que los puentes pequeños deben proyectarse en función de la carga de los vehículos, aumentando proporcionalmente el espesor de sus dovelas: «Si el peso de los vehículos disminuye en proporción del tamaño de los Puentes sobre los que pasan, la primera regla de proporción podrá aplicarse; pero como este peso aumenta en proporción para los arcos más pequeños, se deben hacer sus dovelas proporcionadas a los pesos que deben soportar, pero no para los arcos grandes, para los que el mismo peso es secundario en relación a su solidez y su masa».

Por primera vez se menciona el hecho de que el proyecto de puentes no es proporcional pues hay que considerar la influencia de las posibles cargas que pasen por encima del puente. El efecto de la carga será mayor cuanto menor sea el

puente y los puentes más pequeños deben ser proporcionalmente más gruesos. De nuevo, este hecho era conocido sin duda desde la antigüedad pero Gautier es el primero que razona por escrito sobre este problema

A continuación, Gautier discute la influencia de la calidad de la fábrica en la seguridad de los puentes: de dos puentes de la misma proporción uno construido con buena piedra y otro con piedra blanda, será más seguro el primero, y cita en este sentido el caso de un informe pericial sobre el hundimiento de un puente. Resalta, también, la importancia del corte adecuado de las piedras y la conveniencia de sentarlas en seco, como hacían los antiguos.

El capítulo termina con un breve comentario sobre la capacidad portante y los empujes de los arcos en función de su perfil más o menos peraltado. El arco apuntado es el más fuerte y el que menos empuja, le sigue el de medio punto y los que soportan menor carga y producen mayor empuje son los arcos rebajados: «De estas tres maneras de arcos, puede decirse que el arco apuntado o gótico es capaz de soportar cargas mucho mayores que el de medio punto; y éste, a su vez, las soporta mucho mayores que los rebajados . . . Los unos y los otros aumentan o disminuyen sus empujes en proporción a sus disposiciones y, en consecuencia, se les emplea de forma diferente, en relación con sus usos».

Disertación sobre los estribos de los puentes

La *Disertación* es un texto mucho más teórico que el *Tratado*. En el prefacio, Gautier manifiesta su intención de fundamentar la arquitectura, de la que la construcción de puentes forma parte, sobre una base científica: «Las Artes sólo se fundan en la mecánica, y la mecánica forma parte de las matemáticas, que son *las ciencias que se demuestran*. La Arquitectura es un Arte que depende en parte de estas ciencias, pero sobre todo de la mecánica, y también de la física». (7) La cursiva en el texto es mía y, en efecto, el énfasis está en encontrar un fundamento racional, demostrable, para la arquitectura.

La *Disertación* constituye un trabajo fundamental pues plantea de forma sistemática todos los problemas de la estabilidad de arcos y estribos justo en el momento del nacimiento de la ciencia de las estructuras. Gautier cita los avances de Parent y de La Hire, pero, para resolver los problemas acude al sistema tradicio-

nal: empirismo (comparación sistemática de ejemplos construidos), empleo de modelos, y reglas proporcionales.

En primer lugar plantea la situación de su época, la falta de un estudio científico del equilibrio y comportamiento de las estructuras de los edificios, y la sola existencia de tanteos y reglas aproximadas, a veces contradictorias entre sí: «Los arquitectos más hábiles no se han puesto de acuerdo en la proporción que deben tener las obras de arquitectura, cualquiera que sea su especie, ni en el mecanismo de sus esfuerzos, y hasta el presente estos problemas han sido los más difíciles de este arte. Y puede afirmarse que buscamos hoy aquello que todos los grandes hombre del pasado no habían encontrado». (343) Esta ignorancia hace que la única solución sea proceder por tanteos: «Solamente mediante tanteos se han construido todos los puentes y bóvedas de todos los tipos de edificios. Nunca se han seguido reglas ciertas que permitieran saber hasta qué punto podría resistir con seguridad una obra».

Las consecuencias de esta ignorancia son tanto personales, afectan a la honestidad de los constructores, como sociales, pues obligan al Estado a un gasto muy superior al estrictamente necesario para la ejecución de las obras públicas, «pues si se da a las cepas de los puentes y a los estribos de las bóvedas, más solidez de la necesaria, sin preocuparse de buscar la precisión, se puede caer en situaciones inconvenientes, muy desventajosas para un hombre honesto. En efecto, aunque sea estimado por todo el mundo, tendrá un reproche secreto que hacerse: no estar seguro de lo que propone. Además, al dar a la fábrica más extensión de la necesaria, más allá de la fuerza del empuje de los materiales, se expone al Estado, o aquel para quien se trabaja, a un gasto oneroso, que sería empleado con mucha mayor utilidad en otra cosa».

Gautier afirma ser el primero en ocuparse de estos temas y es consciente de que las soluciones que propone no son definitivas, pero cree su deber romper el hielo y abrir un debate y una crítica, de la que no duda saldrá el progreso. Efectivamente, la exposición pública de las teorías y su crítica fue la base de la revolución científica que tuvo lugar precisamente durante su vida: «Como nadie ha tratado de esta suerte de cosas más que de manera muy imperfecta, como ni Vitruvio ni Vignola han dicho nada sobre ello, me he hecho a mí mismo mil reproches por no estar seguro de los trabajos que podría proponer so-

bre esta materia . . . he querido pues arriesgarme a exponer mis conjeturas, a fin de que puestas a la vista de todo el mundo, obliguen a alguien más hábil que yo a hacerlo mejor. De esta manera se perfeccionan las cosas; si no lo hago mejor que otros, al menos tendré a mi favor haber sido el primero en romper el hielo y en abrir un camino que otros perfeccionarán para no dejar ningún cabo suelto en una materia que tantas dificultades causa a los más hábiles arquitectos».

A continuación, al comienzo del primer capítulo,[8] expone los cinco problemas fundamentales, «Cinco dificultades propuestas a los sabios», que es preciso resolver y que plantea en forma de preguntas:

1° Cuál debe ser el espesor de los estribos en todo tipo de Puentes y Pontecillos de fábrica, en proporción de sus Arcos y arquillos, y de los pesos que deben soportar?

2° Cuál debe ser el tamaño de las pilas en relación con la luz de los Arcos y arquillos, y con los pesos con que se les cargue?

3° Cuál debe ser la altura de las dovelas, desde su intradós hasta el trasdós, y para todo tipo de tamaños de Arcos y arquillos, en la clave?

4° . . . cuál es, de todos los Arcos y arquillos de un mismo diámetro, el que podrá soportar cargas mayores; esto es, en qué proporción se determinarán para unos y otros de forma justa sus esfuerzos, sea en el arco elíptico, cualquiera que sea su rebajamiento, sea en el de medio punto, o, finalmente, sea el apuntado o gótico, a cualquier altura que se le quiera dar?

5° . . . cuál debe ser el perfil de los muros de contención para sostener las tierras de una calzada, de los diques, de los taludes de las fortificaciones, etc. (1)

Solamente el quinto de estos problemas se sale del ámbito de este libro. Examinaremos a continuación las respuestas de Gautier a cada uno de ellos.

Gautier dice que tratará de solucionar los problemas mediante hipótesis ciertas y hablando un lenguaje claro que pueda ser entendido por los maestros de obras; sólamente es preciso tener sentido común y algunos conocimientos de estática, dada la importancia del equilibrio, mecánica y geometría, para conocer los pesos, volúmenes, áreas y poder compararlos entre sí. Son especialmente importantes, para el asunto que nos ocupa, sus comentarios sobre la estática, el equilibrio y la geometría.

Sobre la estática y el equilibrio dice: «Hay que saber algo de la estática, para hacer entender que todo lo que gira alrededor de un eje, como los platos de una balanza que tiene sus brazos iguales o desiguales, no estará jamás en equilibrio con otro peso, si no son iguales, o están en razón recíproca de sus esfuerzos. De esta manera se resiste el empuje de las bóvedas, oponiéndoles fuerzas de la misma potencia». (3) Sobre la geometría afirma: «. . . la geometría es necesaria para entender estas cinco proposiciones, para poder medir las superficies o los volúmenes de todos estos cuerpos que tienen potencias diversas, con el fin de poder comparar unas con otras». (4)

REGLA PARA ESTRIBOS: Antes de tratar esta cuestión Gautier pasa revista a las contribuciones más importantes realizadas hasta la fecha. Menciona en particular la aportación de La Hire: «El señor La Hire, sabio del siglo pasado, pretende haber explicado el empuje de las bóvedas y calculado el espesor de los estribos que las soportan».

A continuación realiza un breve resumen de las hipótesis básicas de la teoría de La Hire citando su memoria de 1712. Gautier reconoce no comprender el desarrollo algebraico y geométrico de La Hire y rechaza su método basándose en que también sería incomprensible e inaplicable para cualquier arquitecto o maestro de obras: «Pues si para entender lo que cuenta, es preciso un conocimiento perfecto del álgebra . . . no creo que ningún cantero, aparejador o arquitecto, a quien deberían estar dirigidos estos trabajos haciéndolos accesibles, puede jamás sacar provecho de ellos, porque, de ordinario, estas personas no se dedican a esta ciencia . . . Y mientras nuestros pensamientos resulten impenetrables para los menos sabios, no serán instructivos, y en consecuencia serán inútiles para la posteridad». (6)

Menciona después las memorias de Parent para conocer la figura del trasdós de una bóveda que esté en equilibrio suponiendo que no existe rozamiento entre las dovelas. Cita también la regla de Blondel, como práctica habitual, pero la rechaza diciendo que no tiene ningún fundamento: «Esta regla no ha sido explicada de manera que se demuestre justa o verdadera. Por tanto, no hay nada que decir, y seguirla es encomendarse al azar». (10) Aunque más adelante reconoce que es útil para conocer la diferencia entre los empujes de los distintos tipos de arcos, lo

que, evidentemente, es una contradicción con la afirmación anterior. Estas contradicciones son frecuentes en esta etapa de transición entre el proyecto proporcional o empírico, y el científico.

Después de pasar revista a las reglas de Palladio y de citar varios ejemplos de puentes construidos con sus correspondientes dimensiones, pasa a dar una regla geométrica de su invención para encontrar el estribo de cualquier tipo de arco. Como en el caso de la regla de Blondel, no se tiene en cuenta ni el espesor del arco ni la altura de los estribos. El proceso es el siguiente, figuras 9.14 y 9.15:

> AM es el diámetro de un arco AEM de medio punto, rebajado, gótico, o de cualquier otro que se desee, del que se desea calcular su empuje y oponer un estribo, o una potencia igual. Prolónguese indefinidamente el diámetro MA, del lado de C, siempre a nivel. Levántese la perpendicular AD, indefinida a partir del arranque A del arco, y cuyo punto A debe ser considerado como un punto de apoyo, e inamovible. Trácese ahora la línea AE, desde el punto de apoyo A hasta la cúspide del arco, esto es hasta el medio de la clave por el intradós, y desde el punto de apoyo A, y con radio AE, descríbase el cuarto de circunferencia DEB, que cortará a AM en B, y a la recta indefinida AD, en D. Es indudable que AB, AE y AD, son iguales por el trazado, como radios de una misma circunferencia. Hagamos iguales también AC y AB. Trácese a continuación la hipotenusa BD, que cortará a AE en I. Trácese desde el punto I, la perpendicular IL, sobre AD, que será la mitad de AB. Desde la clave E trácese la recta indefinida EG, paralela a BC, que cortará a AD en H, y llévese IL de H a G, que servirá de estribo para el arco AEM, trazando GV. (11)

Para un arco de medio punto de luz *L*, la regla conduce a un estribo de espesor *L*/2,9. El estribo es muy superior al obtenido por la regla de Blondel (*L*/4), pero también está por encima de los valores recomendados, por ejemplo, por Alberti (espesor entre *L*/4 y *L*/6), y de los aplicados por él mismo en la elaboración de las tablas que da más adelante.

Gautier da una demostración incomprensible de su regla. Parece basarse en el hecho, que considera probado, de que el estribo correspondiente a un arco adintelado debe tener de espesor la mitad del vano (esta regla también fue citada por Plo y Camín). Sin embargo, el «razonamiento» está lleno de saltos en el vacío y da la

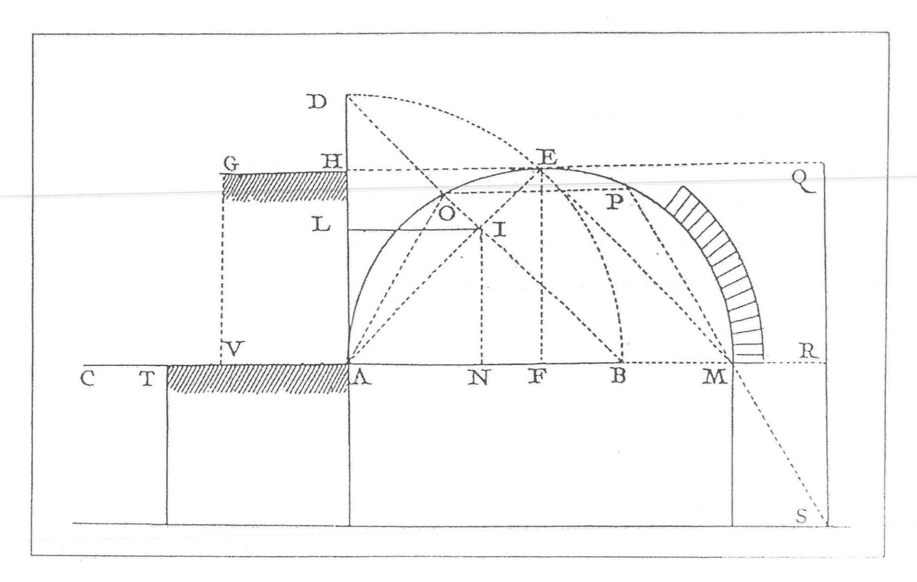


Figura 9.14
Regla geométrica de Gautier para obtener el estribo de un arco de medio punto. (Gautier 1717) Nótese que a la derecha está dibujada la regla de Blondel, que Gautier consideraba que daba estribos insuficientes.

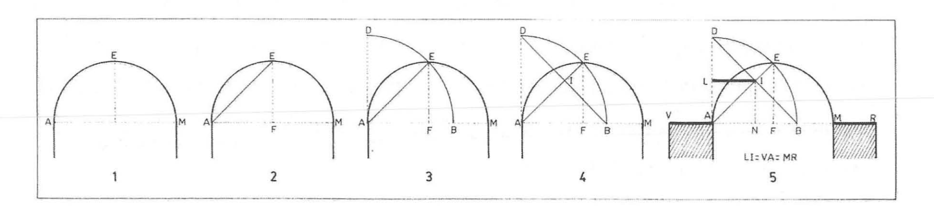


Figura 9.15
Explicación paso a paso de la regla de Gautier. La regla debía ser fácil de trazar por canteros y albañiles.

impresión de haberse realizado con posterioridad. Advierte que para los arcos apuntados o rebajados el proceso a seguir deberá ser el mismo. En la figura 9.16 se ha realizado una comparación sobre la aplicación de la regla a los tres tipos de arcos: de medio punto, apuntado y rebajado. El resultado es que el arco apuntado

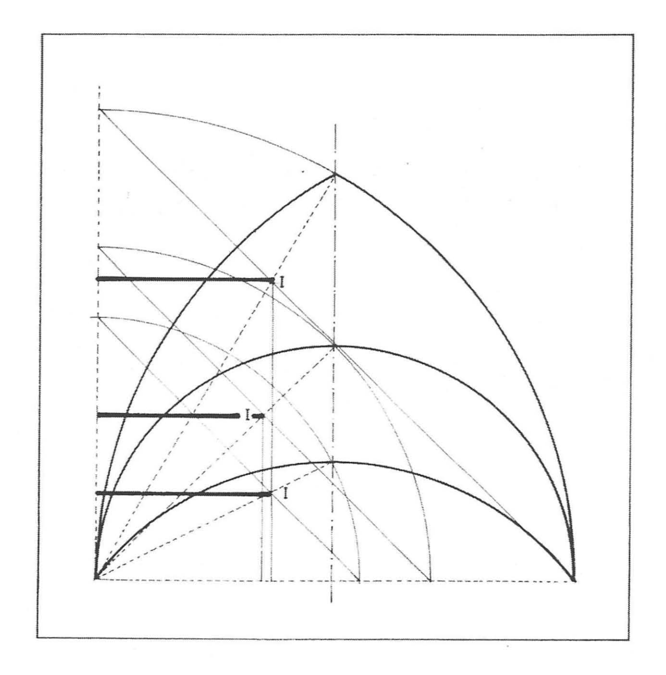


Figura 9.16
Aplicación de la regla de Gautier a arcos apuntados, de medio punto y rebajados. La regla da prácticamente el mismo estribo en los tres casos, lo que contradice la experiencia.

requiere el mismo estribo que el rebajado y más que el de medio punto, con muy poca diferencia entre estos valores; esto, además de ser falso, contradice las propias opiniones de Gautier expuestas antes. No parece advertir, o importarle, esta contradicción, y señala, por último, que una de las ventajas de su regla es su fácil aplicación por los maestros canteros y aparejadores: «No creo que haya nadie, en mi opinión, que, aunque no sepa mucho de geometría, como sucede con la mayor parte de los maestros de obras, aparejadores o canteros, no pueda comprender lo que explico, hacer la traza, y aplicarla a cualquier tipo de arcos sin demasiado trabajo.» (14)

En esta última frase está la clave para entender el trabajo de Gautier: quiere deducir con ayuda de las leyes de la mecánica una regla geométrica sencilla (del tipo de la de Blondel) para su uso en la práctica. De hecho, está siguiendo el plan

que, como se ha visto, se marcó en el prefacio: averiguar la «proporción» correcta estudiando el «mecanismo de los esfuerzos». El intento fallido de Gautier es irrelevante en el contexto del desarrollo de la teoría científica de los arcos, pero expresa perfectamente la situación de un ingeniero culto que está en la divisoria de dos formas de entender el proyecto de estructuras: la tradicional geométrica y la basada en la ciencia de la mecánica.

TABLAS PARA EL PROYECTO DE PUENTES: Gautier incluye en la *Disertación* unas tablas, figura 9.17, para dimensionar los parámetros fundamentales de un puente de fábrica de directriz semicircular: espesor de cepas o estribos y pilas, y espesor de la bóveda del puente en la clave. Se trata de las primeras tablas para proyecto de puentes y, de hecho, contienen todas las reglas de proyecto. Las tablas se han representado gráficamente en las figuras 9.18 y 9.19.

En el caso de los estribos era de esperar que empleara su propia regla geométrica, pero un vistazo simplemente a los valores de la tabla pone de manifiesto que esta regla no se ha empleado y se ha sustituido por otra que da proporciones más esbeltas, excepto para luces menores de 40 pies. La regla obtiene el espesor del estribo a partir del de las pilas, que fija en un quinto de la luz:

- Si la luz es mayor o igual de cuarenta pies ($L \geq 40$ pies), se toma como espesor del estribo el de la pila aumentado en un tercio de su valor. Es decir, llamando c al espesor de la cepa, $c = L/5 + (1/3)(L/5) = L/3{,}75$
- Para luces menores de cuarenta pies ($L < 40$ pies), emplea una regla compleja, que no hemos podido descubrir, que conduce a estribos cada vez más gruesos en relación con la luz.

En cuanto al proyecto de las pilas de los puentes, éste ya había sido discutido extensamente por Gautier en su *Tratado*. En primer lugar repasa de nuevo las distintas reglas dadas por diversos autores (Alberti, Palladio, Serlio y Blondel), así como las proporciones de algunos puentes existentes (Pont du Gard, Pont Neuf de París, Pont-Royal en las Tullerías y Pont-Neuf en Toulouse). Señala la variedad de proporciones pero insiste en que este hecho no debe impedir la formulación de reglas generales: «La enorme variedad que hay en todas

370 DISSERTATION SUR LES CULÉES,

Ouverture des Arches.	Culées.			Piles.			Voussoirs de pierres dures.			Voussoirs de pierres tendres.		
Pieds.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.
42	11	2	8	8	5	0	2	9	8	3	9	8
43	11	5	6	8	7	0	2	10	6	3	10	6
44	11	8	11	8	9	7	2	11	4	3	11	4
45	11	0	0	9	0	0	3	0	0	4	0	0
46	12	3	3	9	2	5	3	0	10	4	0	10
47	12	6	8	9	5	0	3	1	8	4	1	8
48	12	10	0	9	7	0	3	2	6	4	2	6
49	13	0	11	9	9	7	3	3	4	4	3	0
50	13	4	0	10	0	0	3	4	0	4	3	10
51	13	7	3	10	2	5	3	4	10	4	4	8
52	13	10	8	10	5	0	3	5	8	4	5	6
53	14	1	6	10	7	0	3	6	6	4	6	4
54	14	4	11	10	9	7	3	7	4	4	7	2
55	14	8	0	11	0	0	3	8	0	4	8	0
56	14	11	3	11	2	5	3	8	10	4	8	10
57	15	2	8	11	5	0	3	9	8	4	9	7
58	15	5	6	11	7	0	3	10	6	4	10	3
59	15	8	11	11	9	7	3	11	4	4	11	2
60	16	0	0	12	0	0	4	0	0	5	0	0
61	16	3	3	12	2	5	4	0	10	5	0	10
62	16	6	8	12	5	0	4	1	8	5	1	8
63	16	9	6	12	7	0	4	2	6	5	2	6
64	17	0	11	12	9	7	4	3	4	5	3	0
65	17	4	0	13	0	0	4	4	0	5	3	10
66	17	7	3	13	2	5	4	4	0	5	4	8
67	17	10	8	13	5	0	4	5	8	5	5	6
68	18	1	6	13	7	0	4	6	6	5	6	4
69	18	3	11	13	9	7	4	5	4	5	7	2
70	18	6	0	14	0	0	4	6	0	5	8	0
71	18	11	3	14	2	5	4	8	10	5	8	10
72	19	3	8	14	5	0	4	9	8	5	9	7

VOUSSOIRS ET PILES DES PONTS. 371

Ouverture des Arches.	Culées.			Piles.			Voussoirs de pierres dures.			Voussoirs de pierres tendres.		
Pieds.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.	Pié.	Pou.	Li.
73	19	5	6	14	7	0	4	10	6	5	10	3
74	19	8	11	14	9	7	4	11	4	5	11	2
75	20	0	0	15	0	0	5	0	0	6	0	0
76	20	3	3	15	2	5	5	0	10	6	0	10
77	20	6	8	15	5	0	5	1	8	6	1	8
78	20	9	6	15	7	0	5	2	6	6	2	6
79	21	0	11	15	9	7	5	3	4	6	3	0
80	21	4	0	16	0	0	5	4	0	6	3	10
81	21	7	3	16	2	5	5	4	10	6	4	8
82	21	10	8	16	5	0	5	5	8	6	5	6
83	22	1	6	16	7	0	5	6	6	6	6	4
84	22	4	11	16	9	7	5	7	4	6	7	2
85	22	8	0	17	0	0	5	8	0	6	8	0
86	22	11	3	17	2	5	5	8	10	6	8	10
87	23	2	8	17	5	0	5	9	8	6	9	7
88	23	5	0	17	7	0	5	10	6	6	10	3
89	23	8	11	17	9	7	5	11	4	6	11	2
90	24	0	0	18	0	0	6	0	0	7	0	0
91	24	3	3	18	2	5	6	0	10	7	0	10
92	24	6	8	18	5	0	6	1	8	7	1	8
93	24	9	6	18	7	0	6	2	6	7	2	6
94	25	0	11	18	9	7	6	3	4	7	3	0
95	25	4	0	19	0	0	6	4	0	7	3	10
96	25	7	3	19	2	5	6	4	10	7	4	8
97	25	10	8	19	5	0	6	5	8	7	5	6
98	26	1	6	19	7	0	6	6	6	7	6	4
99	26	4	11	19	9	7	6	7	4	7	7	2
100	26	8	0	20	0	0	6	8	0	7	8	0
101	26	11	3	20	2	5	6	8	10	7	8	10
102	27	2	8	20	5	0	6	9	8	7	9	7
103	27	5	6	20	7	0	6	10	6	7	10	3

Figura 9.17
Tablas de Gautier para el proyecto de puentes. Las tablas dan los espesores de cepas, pilas y del arco en la clave, para arcos de medio punto de uno hasta ciento veinte pies de luz. (Gautier 1717)

estas obras, nos debe hacer pensar que sus autores no han seguido ninguna regla general ni verdadera, que esté fundada en principios probados, para calcular las pilas de los puentes». (19)

Gautier insiste en que el tamaño de las pilas deberá depender, necesariamente, del tipo de piedra y fábrica empleados en su construcción, como ya había hecho en el *Tratado*, si bien no contempla este aspecto en las tablas. Pero, además, dice que el espesor de la pila debe depender también del tamaño de los arcos y de los pesos que hayan de pasar por encima del puente.

- Para luces mayores de veinte pies ($L \geq 20$ pies), se toma como espesor de la pila un quinto de la luz, $p = L/5$.
- Si la luz es menor de veinte pies ($L < 20$ pies), emplea una regla compleja, que no hemos podido descubrir, que lleva a pilas cada vez menos esbeltas a medida que disminuye la luz.

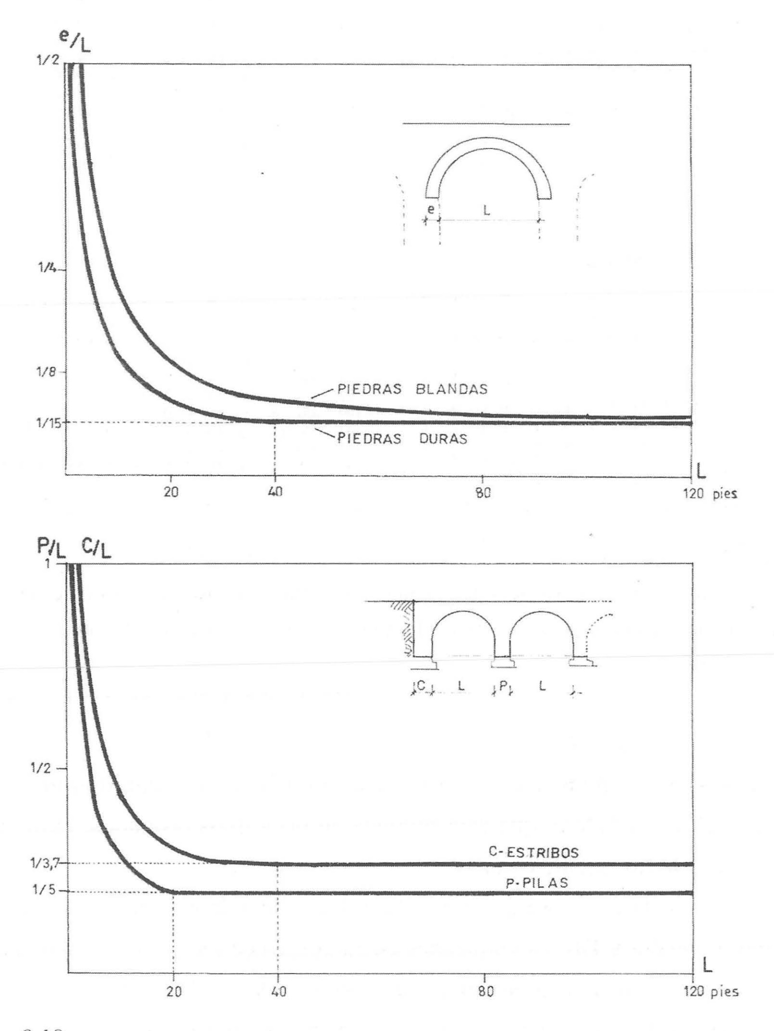


Figura 9.18
Representación gráfica de las Tablas para el proyecto de puentes de Gautier (1717). Nótese que el cálculo, para luces pequeñas, no es proporcional sino que es función del tamaño.

Para calcular el espesor en la clave, análogamente al caso de las pilas, realiza un repaso del estado de la cuestión en distintos tratadistas (Blondel, Alberti, Palladio y Serlio) examinando así mismo la relación entre espesor en la clave y luz en distintos puentes construidos. Finalmente decide:

- Para arcos de más de cuarenta pies de luz ($L \geq 40$ pies), el espesor será de un quinceavo de la luz, $e = L/15$, añadiendo un pie para el caso de que las piedras sean blandas.
- Si el arco tiene menos de cuarenta pies ($L < 40$ pies), como para pilas y cepas, emplea una regla compleja que conduce a claves proporcionalmente cada vez más gruesas.

Gautier aconseja que estos valores se corrijan en función de las condiciones particulares del material y de la obra, aunque para él son básicamente correctos. Finalmente insiste de nuevo en el carácter empírico del proyecto: «Esta Tabla resuelve el problema del presente Capítulo, y permite conocer la longitud de las dovelas desde su intradós a su trasdós en base a una proporción que se ha tomado de los autores de las obras antiguas, que no se puede reducir a solas Reglas de Geometría para demostrarla, no habiéndose basado más que en la experiencia de la resistencia de las piedras más o menos duras o compactas sobre la que descansa todo el problema. Así, la Física participa más que la Mecánica, y que las demostraciones geométricas». (28)

ENSAYO SOBRE UN MODELO DE ARCO: Gautier, tras haber tratado el tema del proyecto de puentes, afirma: «Para estar más seguro de todas estas ideas que acabo de dar sobre el empuje de los arcos y de las bóvedas, y sobre el espesor de las dovelas, he querido cerciorarme recurriendo a una experiencia». (28–29) La «experiencia» es un ensayo sobre un modelo a pequeña escala de un semiarco. Se trata del primer ensayo documentado sobre arcos desde los realizados por Leonardo ca. 1500. El ensayo pone de manifiesto, de nuevo, la necesidad que Gautier sentía de justificar científicamente su trabajo.

El modelo, figura 9.19, consiste en un semiarco formado por nueve dovelas de madera dispuestas a hueso sin mortero ni pegamento. Gautier especifica que la luz del arco es de «diez ciertas medidas»; una de estas medidas corresponde

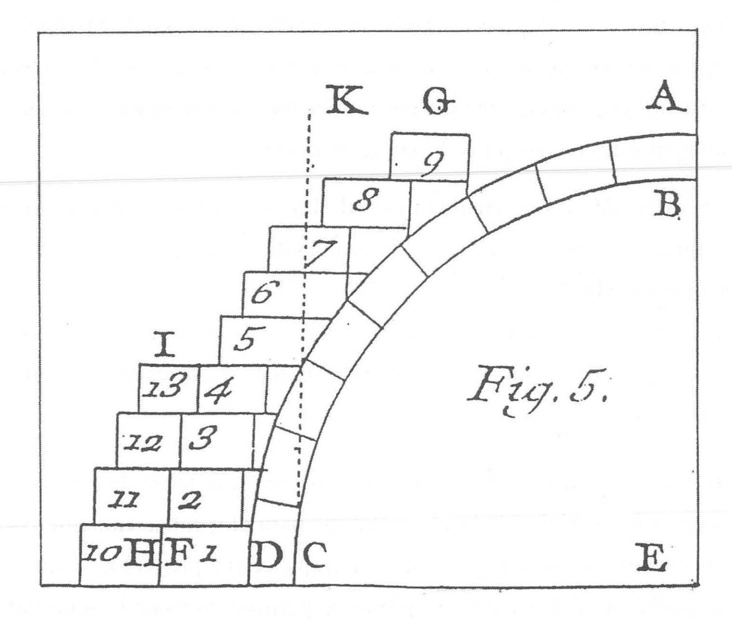


Figura 9.19
Semiarco de ensayo de Gautier (1717). El semiarco apoya en cabeza contra un muro. Se monta sobre una cimbra y, después, se carga el trasdós. Luego se van retirando las piezas hasta que el arco colapsa.

aproximadamente, según el dibujo, al espesor de las dovelas. La cabeza del arco «apoya contra un muro en A B E, como contra una clave inamovible». El arco se monta sobre una pequeña cimbra, «formada por una acumulación de objetos» y sobre su trasdós se disponen las piedras numeradas del 1 al 13, también de madera, y de un tamaño similar a las dovelas. La experiencia consiste en ir descargando el trasdós del arco. Retira las piezas 9, 8, 7, 6, 5, 13, 4, 12 y 3, y el semiarco permanece en pie, quedando sólo las piezas 1, 2, 10 y 11. Pero al levantar la pieza 11 el semiarco se hunde.

Gautier extrae cuatro conclusiones de su ensayo. En primer lugar, el ensayo demuestra que «el relleno con que se carga los riñones de las bóvedas en sus arranques, les sirve de apoyo, . . . y mantiene en equilibrio todas las dovelas, para que no se desvíen de la línea curva de su forma». El relleno asegura la es-

tabilidad de la bóveda evitando que el arco «se desvíe» de su forma y se hunda. La única manera en que un arco de dovelas puede cambiar de forma es por formación de articulaciones, y Gautier alude, sin duda, a un colapso por formación de un mecanismo de rotura. En segundo lugar, Gautier recalca que las piezas estaban sentadas en seco y que, por tanto, «sólo se podían sostener por su corte». Sumando esta conclusión a la anterior: el arco se sostiene porque tiene un «corte» (coupe) adecuado y está cargado adecuadamente. La tercera conclusión es que el ensayo confirma la bondad de la construcción en seco de «los Antiguos».

Finalmente, Gautier analiza el equilibrio del semiarco. Observa que el hundimiento se produjo cuando el peso a la izquierda del eje vertical CK se hizo menor, al ir retirando las piezas del trasdós en el orden antes citado, que el peso a la derecha de dicha línea: «. . . habiendo elevado desde el punto de arranque de la semicimbra el eje CK, he encontrado que las dovelas BC, en la parte que corta la línea CK, que debe establecer el equilibrio, no se han desplomado hasta que he hecho la parte del estribo CH menos pesante que la parte del semiarco CB, que apoya en falso sobre las [citadas] dovelas; esto confirma . . . que las dovelas, con los materiales que las cargan, deben estar en equilibrio con el estribo que se les opone para resistirlas, pues si no fuera así la obra tendría que hundirse». (30)

El análisis recuerda al de Wren (véase capítulo 8), pero Gautier estudia el equilibrio respecto al eje KC de forma más tosca. Wren establece el equilibrio como en una balanza y, aplicando la ley de la palanca, toma momentos respecto al eje de equilibrio; Gautier simplemente suma los pesos a uno y otro lado. Gautier carecía de la sólida formación en matemáticas y física de Wren. El razonamiento es, pues, erróneo, pero el énfasis en la disposición general de los pesos para lograr el equilibrio demuestra un conocimiento profundo de la esencia del proyecto de las fábricas: la estabilidad es un problema de geometría, independiente de la escala.

ARCO MÁS RESISTENTE: Antes de responder a esta pregunta (la cuarta de las «dificultades» enunciadas al principio), Gautier expone su teoría sobre la variación del empuje en los arcos que, dice, depende fundamentalmente de la rela-

ción flecha/luz: «. . . el empuje de todos los arcos con distintos grados de rebajamiento, es a los pesos con que se les carga como sus diferentes inclinaciones a los espesores de los estribos que se les oponen para resistirlos: se encontrará que aquellos cuyos empujes son menos inclinados serán capaces de soportar cargas más grandes, que aquellos que se aproximan más al arco adintelado, que es de todas las formas la más forzada y la más rampante, o más horizontal». (31) Con este argumento, y tras una digresión ininteligible, concluye que el arco capaz de resistir cargas más fuertes es el apuntado: «Por esta demostración se concluye fácilmente que el Arco Gótico es el que es capaz de soportar cargas más pesadas que el de medio punto, éste más que el elíptico, y, finalmente, este último más que el arco adintelado». (32) De nuevo nos encontramos con un razonamiento pseudo-científico para justificar hechos bien conocidos por cualquier constructor.

Danyzy

Augustin-Auguste Danyzy, profesor de matemáticas e hidrografía de Montpellier, ha pasado a la historia de la teoría de las estructuras por ser el primero en realizar ensayos sistemáticos sobre modelos de arcos que sirvieron para demostrar el modo correcto de colapso por formación de articulaciones. Danyzy presentó sus experimentos en Asamblea Pública a la Societé Royale des Sciences de Montpellier el 27 de febrero de 1732, pero sólo se publicaron en 1778.[9] Frézier se dio cuenta de su importancia y publicó un resumen de la Memoria en el tercer volumen de su tratado de estereotomía de 1737, con el título «Investigaciones sobre una nueva solución, sin ninguna hipótesis, sino solamente con consecuencias extraídas de la experiencia de las roturas de las bóvedas compuestas de dovelas sentadas sin otra ligadura que su corte, sobre estribos demasiado débiles».[10] Frézier incluye también una carta enviada por Danyzy en la que aclara algunos aspectos sobre el cálculo de estribos en su memoria. Frézier la incluye como «Otra solución» al Problema: «Dados la dirección del empuje de una bóveda, su empuje y la altura de los estribos, hallar su espesor».[11]

Los ensayos de Danyzy realmente iban dirigidos a calcular el empuje de la bóveda, para luego poder calcular los estribos. Danyzy buscaba la localización

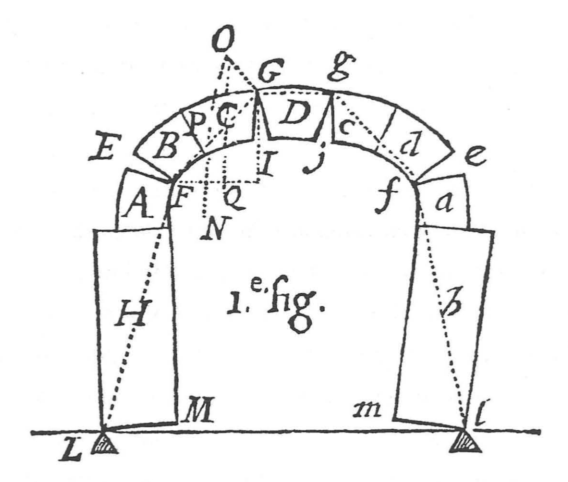


Figura 9.20
Ensayo de Danyzy para demostrar el modo de colapso de los arcos de dovelas. (Danyzy 1732). Danyzy trataba de localizar la junta de rotura para poder calcular el empuje del arco y, finalmente, el espesor de los estribos.

de la junta de rotura, así como la dirección del empuje. En el primer ensayo, figura 9.20, observa que en el momento del colapso se abren dos grietas simétricas en la clave, dos en los riñones y otras dos en la base de los estribos. El arco EFfe empuja para volcar los estribos; las juntas de rotura son las secciones EF y ef. Para localizarlas, según Danyzy, basta con trazar una tangente al intradós desde las articulaciones G y g en la clave. Estableciendo el equilibrio de sólido libre del semiarco entre la junta de rotura EF y la clave, se puede calcular el empuje en el punto F. Ahora se puede calcular la dimensión del estribo LF para resistirlo, para lo cual es preciso resolver una ecuación de segundo grado.[12]

El resto de los ensayos de Danyzy (la lámina completa en la figura 4.4, p. 80) simplemente tratan de verificar lo anterior para distintas formas de arcos, rebajados, peraltados, rampantes y adintelados. También realiza observaciones curiosas; así, comprueba que el empuje disminuye al aumentar el tamaño de la clave y que si los estribos no son monolíticos se pueden romper por

encima de la base. Al final de la memoria Danyzy da una regla para obtener el espesor de los estribos de cualquier género de arcos, independientemente de su altura.

Regla para el cálculo de estribos

La preocupación de Danyzy era deducir una regla relativamente sencilla para dimensionar los estribos, que pudiera ser aplicada en obra sobre la montea de la bóveda (dibujada ésta sobre el suelo o sobre una pared, a escala o a tamaño natural). El método riguroso que ha expuesto le parece demasiado complicado para su aplicación práctica, y deduce una expresión más sencilla, despreciando la componente vertical del empuje del arco. Así, en la carta que escribe a Frézier explicando su regla confiesa: «Me he tomado . . . ciertas libertades que podrían haceros juzgar que me he alejado demasiado del rigor geométrico; debo advertiros que he creído que debía hacerlo en favor de los obreros que prefieren métodos prácticos sencillos, aunque menos geométricos, a los métodos más exactos. En esta idea, se ha suprimido en apariencia el esfuerzo vertical, con el resultado de fortificar el estribo más de lo necesario, y se han considerado iguales en la práctica a los [arcos] con distinto grado de rebajamiento, o más o menos peraltados, sobre un mismo diámetro horizontal». (Frézier 1737–39, 3: 384)

A continuación da dos métodos, uno análitico y otro gráfico. El método analítico tiene la forma de una receta de cálculo paso a paso. Frézier considera que se trata de una simple receta «que no es susceptible de demostración» y la trascribe «palabra por palabra» (véase la figura 9.20): «Consiste en tomar en cualquier parte de la línea oblicua GF una línea vertical GI, y otra horizontal FI, formando el triángulo FIG. A continuación se hallará la superficie de FEef a la que se sumará la de los muros construidos sobre este arco FEef ; se multiplicará la mitad de esta cantidad por la línea horizontal FI; se dividirá el producto por el doble de la oblicua FG, y, a continuación, se extraerá la raíz cuadrada del cociente. Para los arcos adintelados se tomará tres veces este número, para los arcos rebajados dos veces y media, para los arcos de medio punto dos y un cuarto, y para los peraltados dos veces». (Danyzy 1732, 49; Frézier 1737–39, 3: 384)

La clave para entender la regla está en la carta antes citada en la que Danyzy explicaba el cálculo de estribos. En efecto, Danyzy es el primero en darse cuenta

de que, si bien el espesor del estribo crece con la altura (para un empuje dado), éste tiene un límite finito[13] fácil de calcular con la expresión:

$$ED = 2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}$$

donde, con referencia a la figura 9.21, ED es el espesor del estribo, P es el empuje; b = DP; a = FP. La expresión se ha calculado suponiendo, implícitamente, un peso específico unidad (que multiplicaría el término del denominador), pero es completamente correcta.

Podemos dar una forma más moderna a la expresión. El cociente b/a representa el coseno del ángulo α que forma la inclinación del empuje (la recta PFS) con la horizontal, figura 9.21. Así, $P\cos\alpha = H$, es la componente horizontal del empuje P. La expresión toma ahora la forma:

$$ED = \sqrt{\frac{2H}{\gamma}}$$

donde γ es el peso específico. La ecuación se puede deducir con facilidad, como se verá en la tercera parte de este libro. La expresión da el espesor para el estribo rectangular límite de altura infinita. Danyzy da después un método que permite calcular el estribo para cualquier altura en función del estribo límite. El problema implica resolver una ecuación de segundo grado y da una solución gráfica empleando la parábola $\varepsilon\ \mu\ \theta$ de la figura 9.21. La memoria sobre el cálculo de estribos de Danyzy es rigurosa y original, y supone, pues, una aportación importante al cálculo de estructuras de fábrica que ha pasado desapercibida hasta el momento.

Para entender la regla práctica de Danyzy hay que darse cuenta de que está aplicando la fórmula anterior para obtener una regla práctica simplificada de cálculo «en favor de los obreros». Danyzy se limita a aplicar la fórmula considerando que el empuje tiene la dirección de la línea FG, figura 9.20 (que es incorrecto). Además, supone que dicho empuje es igual a la mitad del peso de la porción EFfe, con la fábrica superior que pueda llevar, y esto, de nuevo, es incorrecto.

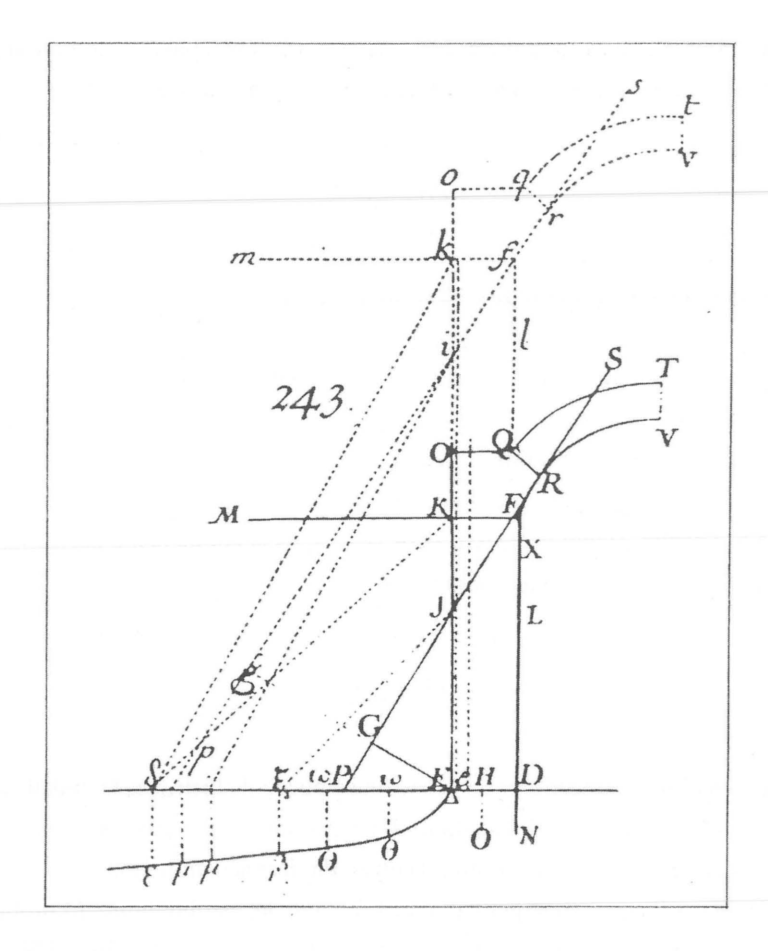


Figura 9.21
Cálculo de estribos de cualquier altura. Danyzy estudia la variación del espesor del estribo, para un empuje dado, en función de la altura. Se da cuenta de que existe un límite finito para este valor y que, por tanto, pueden calcularse los estribos independientemente de su altura. (Frézier, 1737)

Los dos errores se compensan en cierta medida. Por otra parte, al ser el valor del empuje función del área los cálculos son independientes del valor del peso específico. Finalmente, Danyzy emplea el factor fuera de la raíz cuadrada para diferenciar los distintos tipos de arcos. Así, toma 2 para arcos apuntados, 2,15 para arcos de medio punto, 2,5 para arcos rebajados y 3 para arcos adintelados.

Danyzy propone finalmente un procedimiento de cálculo geométrico para obtener las cantidades anteriores.[14] El texto es el siguiente (figura 9.22):

> Tras haber dibujado en grande sobre un muro, o en pequeño sobre un papel, el perfil del arco ABCDE, los obreros dividirán este arco en dos iguales mediante la vertical KM, que prolongarán hasta L, que es la parte más alta del muro FGHI que está soportado por el arco. Del extremo C de la clave por el trasdós, y del punto de tangencia N, se trazará la línea NO; se trazará PL paralela a NC, y por el punto O se bajará la perpendicular OQ sobre la oblicua PL; a continuación, habrá que llevar el segmento OQ de A en R sobre la horizontal FI; también habrá que llevar de A a T el segmento PS, mitad de PM, y por el punto V, mitad de RT, describir con una apertura de compás igual a RV, la semicircunferencia RXT. Por el punto A se trazará la línea vertical AX, y esta será la longitud AX que se tomará tres veces para los arcos adintelados, dos veces y media para los arcos rebajados, dos y un cuarto para los de medio punto, y dos veces para los góticos o apuntados, si se lleva este valor de A a F, AF será el espesor que se puede dar al estribo, y de ninguna manera se le puede dar menos, pues sería correr un riesgo, y es mejor que sean demasiado resistentes a demasiado débiles. (Danyzy 1732, 50; Frézier 1737-39, 3: 384)

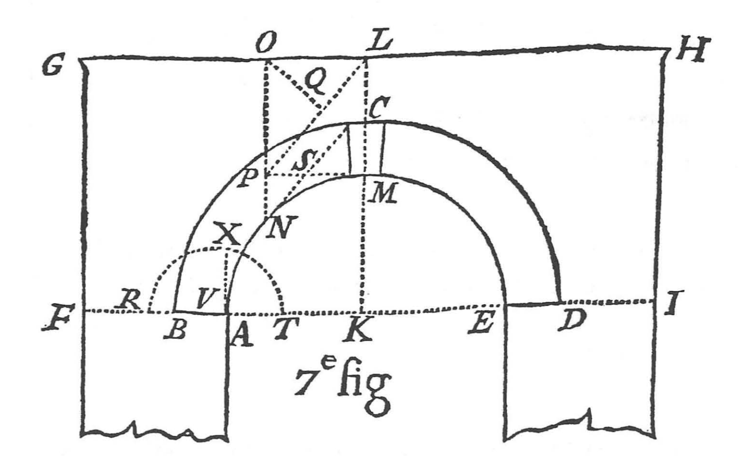
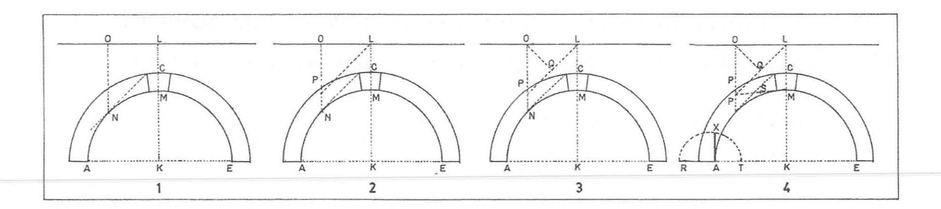


Figura 9.22
Regla geométrica de Danyzy para calcular el estribo de cualquier tipo de arcos. (Danyzy 1732) Danyzy buscaba una regla geométrica simple que pudiera ser aplicada por los albañiles en la obra.



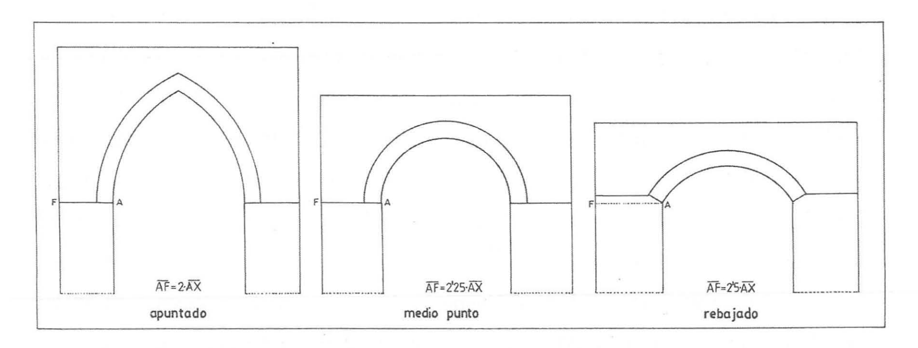


Figura 9.23
Aplicación de la regla geométrica de Danyzy a arcos apuntados, de medio punto y rebajados.

La regla geométrica para el cálculo de estribos es el objetivo final de su investigación. Danyzy, como Gautier, trata de conciliar el enfoque tradicional, las reglas de proporción, con el científico. Danyzy se da cuenta del carácter esencialmente correcto de las reglas tradicionales, que no tienen en cuenta la altura de los estribos, y, por primera vez, trata de formular una regla científica de proporción similar, por ejemplo, a la regla de Blondel.

Frézier

Amédée-François Frézier (1682–1773), ingeniero militar francés, fue el autor de uno de los tratados de estereotomía más populares del siglo XVIII, titulado *La teoría y la practica del corte de las piedras y de la madera para la construcción de bóvedas y otras partes de las construcciones civiles y militares o tratado de estereotomía para la arquitectura.* Publicado en 1737–39,[15] compendia todo el co-

nocimiento sobre estereotomía de la época y tuvo una enorme difusión e influencia en toda Europa. El libro es importante para el tema que nos ocupa por los comentarios y reglas que incluye sobre el proyecto de arcos, en el segundo volumen, así como por el capítulo dedicado al empuje de las bóvedas y cálculo de estribos, en el tercer volumen.

Proyecto de arcos

TEORÍA SIN ROZAMIENTO: Frézier dedica varias páginas a discutir el proyecto de los arcos en base a la teoría sin rozamiento expuesta en primer lugar por La Hire y luego desarrollada por Parent, Couplet y otros. Si el intradós es semicircular, para que haya equilibrio, las dovelas deben tener pesos distintos, debiendo aumentar a partir de la clave hacia los arranques. Esto conduce a arcos de sección variable, y Frézier especula con distintas posibilidades; por ejemplo, que sea semicircular la línea media y no el intradós. Por otra parte, se pueden emplear perfiles de equilibrio no circulares. Frézier es explícito en cuanto a la novedad pues titula el apartado correspondiente «Sobre curvas de trasdós y cimbras de formas inusitadas, aunque convenientes para la construcción». (II, 87) Lo interesante en relación con el presente estudio, es que aparece una nueva forma de trazar los arcos, en base a deducciones de una teoría científica, y que contradice la práctica habitual.

El propio Frézier reconoce las dificultades de ejecución e incluso de cálculo de este nuevo género de arcos, pero arguye que ya «los Antiguos» los usaron y menciona como prueba las secciones de las cúpulas romanas en el tratado de Palladio, así como la cúpula, de sección variable, de la iglesia de Val de Grace.

Cita también la teoría con rozamiento de Couplet y los espesores mínimos que obtiene, «tras un largo cálculo Algebraico», para arcos de medio punto y rebajados, y considera que estos espesores, doblados o triplicados, pueden servir de orientación para el proyecto.

Para ambos casos, con y sin rozamiento, da una construcción geométrica para obtener el trasdós de arcos de intradós semicircular y sección variable, figura 9.24, que coincide esencialmente con los métodos renacentistas de trazado de cúpulas de Serlio y Palladio. Fijado el espesor en la clave, basta con des-

plazar el centro del arco del trasdós hacia abajo una cierta distancia (cf. figura 6.8 más arriba). El centro se puede obtener directamente, estableciendo su distancia al centro del intradós, o de manera indirecta fijando el espesor en los arranques. En la figura 9.24 aparecen varios perfiles superpuestos, obtenidos de las dos maneras. A la izquierda, el punto c se ha obtenido imponiendo la condición LA = 3HQ, espesor de los arranques triple del de la clave. A la derecha, el centro g se ha obtenido haciendo Cg = hC/6, desplazando el centro 1/6 del radio del intradós.

Aunque la discusión de los temas anteriores ocupa varias páginas, Frézier no da una solución concreta al problema central: determinar el espesor en la clave. Finalmente, recomienda una serie de reglas empíricas de proyecto para su cálculo que veremos a continuación.

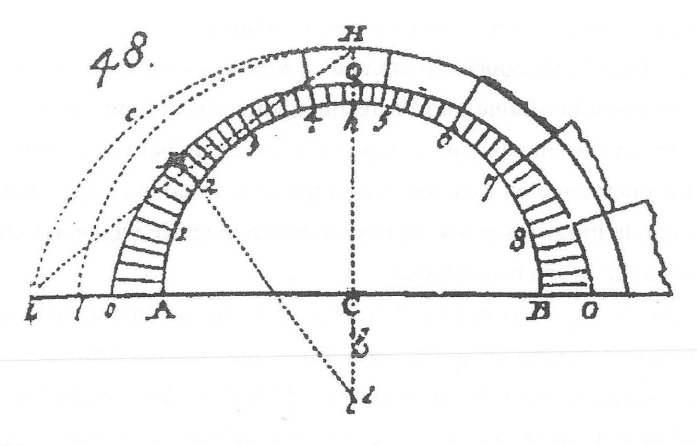


Figura 9.24

Distintas reglas de trazado del trasdós para arcos de intradós de medio punto. (Frézier, 1737) El aumento de espesor trata de equilibrar el arco, en la hipótesis de ausencia de rozamiento de La Hire.

ESPESOR DE LAS BÓVEDAS EN LA CLAVE: Frézier se plantea el problema del proyecto de los arcos en base al empleo de una regla simple, al alcance, dice, de aquellos que desconocen el cálculo algebraico: «Se me preguntará tal vez ahora por alguna regla, extraída de la experiencia, sobre el espesor de las bóvedas en

la clave, con la que se pueda razonable contar, sin recurrir al cálculo algebraico, del que no todo el mundo es capaz y al que las causas físicas no están sujetas sin necesidad de alguna corrección, como en el caso de las piedras más o menos duras». (II, 96)

Afirma, con razón, que la regla deberá depender del tipo de cargas que vaya a soportar el arco; así, distingue entre aquellos arcos que deben soportar el paso de grandes cargas, los puentes, y los que solamente recibirán cargas pequeñas o únicamente su propio peso, como las bóvedas de los edificios o de las iglesias: «. . . en primer lugar habría que prestar atención al uso de las bóvedas, ya sea que deban soportar grandes cargas desigualmente repartidas sobre su superficie, como los arcos de los puentes, ya sea que deban soportar cargas pequeñas, como las bóvedas que soportan algunos elementos de la armadura de madera, ya sea, finalmente, que no soporten ninguna carga, como ocurre con las bóvedas de las iglesias cuyas armaduras descansan sobre los muros».

En el primer caso, para el espesor de las bóvedas de los puentes, cita las recomendaciones de Alberti, siguiendo probablemente a Gautier: «En relación con las bóvedas de la primera especie, se observa en algunos puentes antiguos que el espesor en la clave es como máximo la décima parte del diámetro del arco, siendo de ordinario la doceava parte, y que lo mínimo que se le puede dar según la opinión de un buen Arquitecto, León Bautista Alberti, es la quinceava parte».

Sobre el segundo caso, cuando hay alguna carga de la armadura sobre la bóveda, no da regla y es natural, pues la estabilidad de la bóveda se ve afectada no sólo por la magnitud de las cargas sino por su distribución, y sin conocer ambos factores ningún constructor experimentado se aventuraría a dar su opinión.

Para el último caso, en el que se trata de bóvedas que no soportan carga alguna, considera suficiente tomar como espesor del arco o bóveda en la clave 1/24 de la luz, que es la proporción que presenta la bóveda de cañón de la nave principal de San Pedro en Roma. Advierte, sin embargo, que es preciso aumentar el espesor al doble hasta los 30° a partir de los arranques: «Cuando las bóvedas no soportan carga alguna, basta con darles la mitad menos de espesor, que fijo en la venticuatroava parte del diámetro, es decir, media pulgada por cada pie; una razón es que la bóveda de la nave de la iglesia de San Pedro de Roma, que es de las

más grandes que conozco, y que incluso no está libre del todo de carga, pues soporta una parte de la armadura del tejado, tiene muy aproximadamente esta proporción . . . según este principio una bóveda de 28 pies de diámetro tendría 14 pulgadas en la clave lo que parece bastante de acuerdo con la construcción corriente, siempre que en los riñones se regruese al menos al doble hasta los 30 grados de altura por encima de los arranques, o que dichos riñones estén estribados con lunetos». (II, 96–97)

La regla es válida para arcos de medio punto y Frézier afirma que conoce bóvedas apuntadas que presentan un espesor de la mitad del estipulado, pero afirma que eso se debe a su forma particular y que si las mismas bóvedas fueran de medio punto colapsarían: «hay bóvedas góticas apuntadas de 24 y 25 pies de radio que subsisten con un espesor de 5 ó 6 pulgadas, que debería ser del doble según nuestra regla, tomando el radio de las góticas como el diámetro o luz de la bóveda, como en efecto sucede; pero ciertamente esto sólo pasa con arcos de 60 grados, pues dudo que hubieran sobrevivido para los 90 grados, a menos que hubieran estado cimbradas».

LA CATENARIA: Para Frézier el arco ideal, desde el punto de vista mecánico, es el que tiene la forma de una cadena colgante, una catenaria. De esa forma todas las dovelas iguales estarían en equilibrio apoyándose unas sobre otras sin rozamiento. La idea de Hooke (ca. 1670), que fue explorada por los matemáticos más ilustres (Leibniz, Bernoulli) pasa, finalmente, a los tratados prácticos de construcción. De esta manera, una forma difícil de trazar y de construir (las plantillas de las dovelas serían todas distintas) empieza a buscar un camino que culminará en la obra de Gaudí. El arco de medio punto pierde el lugar de preferencia que había ocupado en los tratados desde Vitruvio, en base a argumentos mecánicamente correctos.

Frézier no considera bella la forma de la catenaria, principalmente porque arranca siempre formando un ángulo con la vertical de los apoyos: «Esta curva que resulta tan conveniente para el equilibrio de las dovelas iguales, no es conveniente para la belleza pues forma un 'quiebro' con el estribo en sus arranques». (II, 98) Así, considera más apropiado emplear curvas de intradós más agradables y conseguir el equilibrio variando la sección de las dovelas, como se ha visto.

Finalmente, Frézier sugiere, para obtener la forma, colgar una cuerda de una pared, con la flecha y separación deseadas, y luego dibujar sobre esa pared la forma de la catenaria.[16] Dicha forma, invertida, servirá para construir la cimbra.

Couplet, a cuya memoria de 1729 se refiere Frézier para quien quiera profundizar en las propiedades de la catenaria, considera el caso más general de que actúe una cierta carga sobre la bóveda de espesor constante: «. . . . la curvatura de la cuerda colgante es la mejor de todas para la construcción de este tipo de bóvedas. Y si se quisiera construir sobre una parte cualquiera de esta bóveda, habría que añadir a la parte correspondiente de esta cuerda colgante un peso proporcional al de la construcción con que se la debe cargar; y la curva que forme, será la que haya que emplear». (Complet 1729, 27)

VENTAJAS DE LOS ARCOS APUNTADOS: Frézier era muy consciente de la mejor forma de los arcos apuntados a la hora de soportar su propio peso, debido a que su forma es más próxima a la ideal de la catenaria, figura 9.25. Sin embargo, este ingeniero de la Edad de la Razón los rechaza por motivos puramente estéticos. No obstante, enumera las ventajas de estos arcos, y sus comentarios a veces dan más luz sobre su ligereza que contribuciones más recientes:

> Esta construcción es desagradable a la vista, a causa del ángulo que forman las dovelas de cada rama del arco en la clave; no obstante tenía las siguientes ventajas:
>
> 1° Que facilitaba la construcción de las bóvedas con dovelas muy pequeñas, sin forma; como se encuentran en la cantera, sin labra, y que reciben el nombre de 'pendans'.
>
> 2° Eran de menor gasto
>
> 3° Hacían las bóvedas más ligeras, y sin embargo de gran duración, como lo demuestran la mayor parte de nuestras iglesias antiguas.
>
> 4° Esta ligereza reducía además el gasto en pilares y estribos, que podían ser contrarrestados fácilmente por ligeros arbotantes, no obstante suficientes para resistir el empuje de las bóvedas. (II, 102)

Como consecuencia de todas estas ventajas, Frézier tiene que reconocer que los edificios góticos requerían una cantidad de material considerablemente menor a los que se edificaban en su época, pero rechaza este tipo por motivos

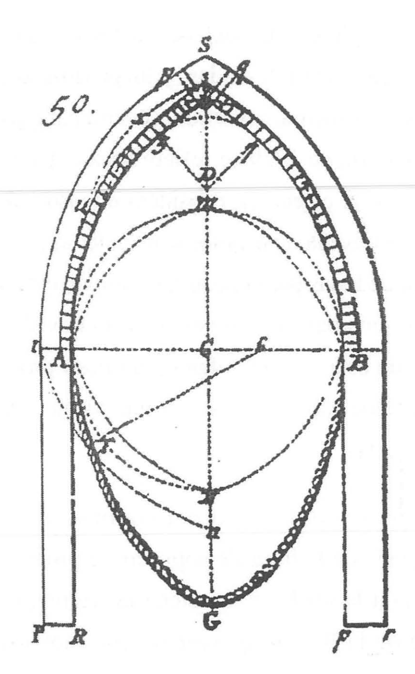


Figura 9.25
Frézier, siguiendo a Hooke, consideraba que la catenaria era la forma ideal para un arco de espesor constante. La idea era bien conocida entre los matemáticos, pero Frézier contribuyó enormemente a su difusión. En el dibujo compara la catenaria con un arco de medio punto y un arco apuntado. Nótese que ha dibujado la catenaria dentro del espesor de este último arco. (Frézier 1737–39)

estéticos, ya que da lugar a edificios deformes: «Los arquitectos de aquellos tiempos ejecutaron buenas y grandes construcciones con mucho menor gasto del que hacemos hoy en día, por la sola disposición de los arcos de sus bóvedas, pero éstas eran deformes». No obstante, piensa que su principal defecto, el quiebro en la clave, puede solucionarse trazando en esa zona un arco de radio menor, figura 9.25.

Empuje de bóvedas y cálculo de estribos

El tercer volumen de la obra de Frézier está dedicado a las bóvedas, y el capítulo XII se consagra al problema de la construcción que, según él, consiste funda-

mentalmente en dos tareas: a) calcular los estribos en función del empuje; b) calcular las cimbras que han de sustentar las bóvedas hasta su terminación.

El primer apartado nos interesa. Con espíritu enciclopedista Frézier realiza un examen del estado de los conocimientos sobre el empuje de las bóvedas y el cálculo de estribos; pasa revista, detalladamente y con ejemplos de aplicación, a todas las contribuciones realizadas hasta la fecha: fundamentalmente, las teorías de La Hire, Couplet y Danyzy, y efectúa el primer intento de análisis estructural de las bóvedas compuestas.

A efectos del presente estudio nos importa resaltar dos aspectos: su actitud hacia las reglas empíricas y sus comentarios sobre las bóvedas compuestas, en particular sobre las cúpulas y las bóvedas de crucería.

REGLAS EMPÍRICAS: Frézier reconoce la necesidad de determinar de antemano, antes del descimbramiento, las dimensiones de los estribos de las bóvedas, pero critica las reglas dadas en los anteriores tratados de estereotomía, y les atribuye numerosos accidentes: «Los autores que se han ocupado de los cortes de cantería han creído oportuno dar reglas para calcular el espesor de los estribos, para que éstos no vuelquen bajo el esfuerzo que hacen [las bóvedas] para abrirse, pero desgraciadamente sólo han dado malas reglas, que sin duda han tenido mucha culpa en esos desdichados accidentes que son los hundimientos prematuros, que han cubierto de inmerecida vergüenza a los arquitectos que se han fiado de estas reglas». (III, 342)

Cita específicamente en este sentido las reglas de Blondel, Gautier y Danyzy. Los argumentos son los mismos que emplea Bélidor, como se verá más adelante; las reglas no tienen en cuenta la altura de los estribos, ni el espesor y carga de la bóveda que sustentan. Además, compara los resultados numéricos obtenidos por el método de la Hire con los obtenidos aplicando las reglas de Blondel y de Gautier, para ciertos casos de bóvedas.[17] Concluye en tono despectivo: «Resulta sorprendente que ninguno de los artífices de estas reglas haya pensado que sería preciso más esfuerzo para resistir una carga grande que una pequeña, si el diámetro del arco permanece invariable, y que un estribo más alto es más fácil de volcar que aquel que apenas levanta del suelo». (III, 352)

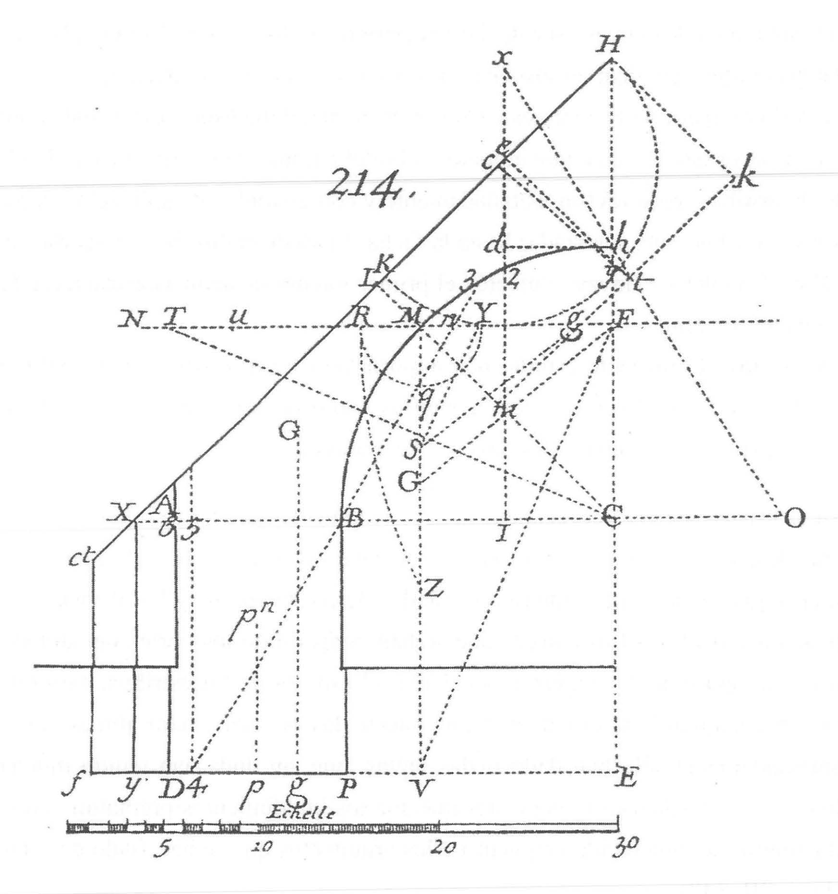


Figura 9.26
Comprobación de la regla de Blondel mediante la teoría de La Hire. El estribo que da la regla de Blondel viene marcado por el punto 4 en la base. El obtenido por el método de la Hire está marcado por el punto *y*. (Frézier 1737–39)

BÓVEDAS COMPUESTAS: Frézier dedica un largo apartado a considerar el empuje de las bóvedas compuestas. Se trata de la primera vez que se intenta un análisis de este tipo, como él mismo señala: «Los autores que se han esforzado en resolver el problema del empuje de las bóvedas, sólo han prestado atención a las de cañón y a los arcos adintelados . . . sin hacer mención alguna a las de otros tipos cuyas superficies interiores son de diferentes formas . . . lo que merece ser pues-

to en cuestión, puesto que las bóvedas simples de cañón no son las más usadas en las construcciones civiles». (III, 388)

El método de análisis propuesto consiste en tratar de comparar el empuje de estas bóvedas con el de bóvedas de cañón de la misma directriz, descomponiendo las bóvedas en un conjunto de bóvedas simples según una serie de cortes: «Intentaré suplir esta omisión en cuanto sea necesario para las aplicaciones prácticas, reduciendo todos los tipos de bóvedas a las cilíndricas por consideraciones extraídas de la especulación y de la experiencia».

El método es el mismo «método de los cortes», empleado habitualmente durante todo el siglo XIX y revivido por Heyman, que ha demostrado su validez dentro del marco del análisis límite. Frézier, sin embargo, no da solución numérica a ninguno de los problemas planteados, limitándose a indicar cuál sería el proceso de cálculo.

CÚPULAS POLIGONALES Y DE REVOLUCIÓN: Veamos el tipo de razonamiento por referencia a las cúpulas poligonales. En la figura 9.27, izquierda, se ha dibujado una bóveda poligonal de cinco lados apoyada sobre un muro perimetral. La línea de puntos exterior representa el espesor que tendría el muro de estribo para una bóveda de cañón seguido. Si damos dos secciones, muy próximas, perpendiculares al eje del paño por AC, el arco elemental tiene el perfil completo y le corresponde el estribo AR. En V, sin embargo, el arco desaparece y el estribo sería cero. Frézier asume, arbitrariamente, que la variación del espesor entre ambas situaciones extremas es lineal. Por tanto, el estribo necesario sería el rayado triangular FAV.

En la misma figura 9.27, a la derecha, se ha dibujado un cuadrante de una cúpula poligonal de muchos lados (veinticuatro). La circunferencia exterior de puntos nos da el espesor del muro estribo de la bóveda de cañón del mismo perfil. El estribo necesario estaría formado por los triángulos 1q2, 2u3, etc. Si trazamos una línea poligonal por la mitad de su altura, obtendremos un muro continuo de superficie ligeramente mayor que la de los triángulos. Si el número de lados tiende a infinito se obtiene una cúpula de revolución. De este modo, Frézier concluye que las cúpulas empujan la mitad que las bóvedas de cañón del mismo perfil: «. . . se verá que este tipo de bóvedas empujan menos de la mitad que las bóvedas simples de cañón, del mismo perfil, diámetro y espesor, o carga, y, en

consecuencia, dando a sus estribos la mitad que los de las bóvedas de cañón correspondientes, a aquéllos les sobrará todavía resistencia para equilibrar el empuje». (III, 401)

El razonamiento de Frézier no es enteramente correcto (aunque la conclusión sí lo es), pero la idea de analizar las bóvedas compuestas imaginándolas formadas por una serie de bóvedas simples es enteramente correcta y marcó el camino para futuros estudios.

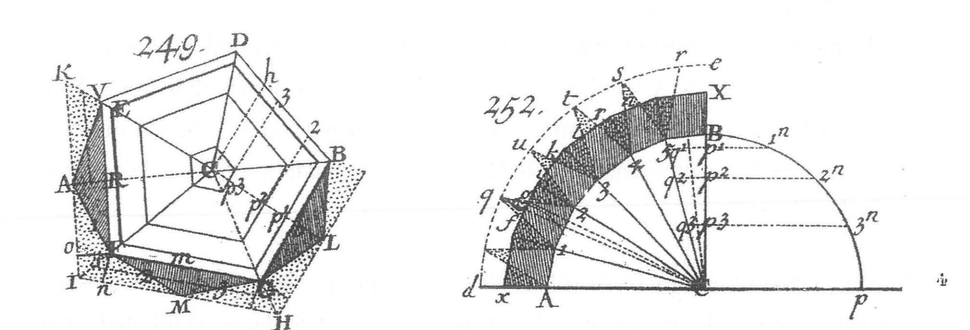


Figura 9.27
Análisis de cúpulas poligonales y esféricas. Frézier trata de obtener el estribo por comparación con el estribo de la bóveda de cañón seguido del mismo perfil, que supone conocido. El razonamiento no es completamente correcto, pero es la primera vez que se aborda el problema de las bóvedas compuestas. (Frézier 1737–39)

BÓVEDAS DE CRUCERÍA Y DE ARISTA: A pesar del disgusto que le provocaban desde el punto de vista estético las construcciones góticas, Frézier parece haber dedicado un tiempo considerable a reflexionar sobre el comportamiento y las ventajas estructurales de las bóvedas de crucería. Así, al tratar la estereotomía de las bóvedas de arista, realiza una descripción detallada de su construcción y ventajas estructurales. En el citado apartado sobre el empuje de las bóvedas compuestas, casi la mitad del mismo está destinado a este tipo de estructuras. Aunque no da ninguna regla para el cálculo de los estribos, sus observaciones están llenas de interés y llaman la atención sobre ventajas y aspectos de este tipo estructural, que han pasado desapercibidas a estudiosos posteriores.

En primer lugar define geométricamente este tipo de bóvedas, considera su posible origen, y justifica su interés por ellas en base a la necesidad, en ocasiones, de realizar intervenciones y reparaciones en este tipo de estructuras: «Se les llama bóvedas 'góticas' , o según el P. Derand, bóvedas 'modernas', y de 'ogivas', son aquellas cuyos arcos perpendiculares a sus direcciones se componen de dos arcos de circunferencia, trazados con diferentes centros, formando un ángulo agudo en la clave. . . . Este tipo de bóvedas, que debemos a los godos, o más bien, según algunos anticuarios a los moros, ha caído tan en desuso que ya no se ejecutan en las nuevas construcciones. Pero como en la reparación de los antiguos conventos, iglesias, u otros edificios, hay ocasiones en que hay que restaurar algunas partes, es necesario conocer su traza». (III, 24)

Realiza una observación importante sobre su geometría. Las superficies de estas bóvedas son raramente cilíndricas, sino que cada plemento es una porción de esferoide irregular con doble curvatura: «las superficies de intradós de las bóvedas de crucería góticas, rara vez son porciones de superficies cilíndricas, como ocurre con nuestras bóvedas de cañón o con las bóvedas de arista de la antigüedad, que se emplean en la arquitectura moderna. Por el contrario, cada paño de la plementería es una porción triangular de una especie de esferoide irregular, cuya superficie, a partir de sus arranques, se curva insensiblemente en dirección a la clave, aumentado con la cercanía, de manera que cada paño es una superficie de doble curvatura». (III, 25) (Esta característica se acusa, en particular, cuando las plementerías son de ladrillo.)

Los nervios son el principal objeto de la estereotomía, ya que los plementos, dado su poco espesor, consiguen la curvatura simplemente variando el espesor de la capa de mortero. Esto reduce extraordinariamente el volumen de piedra tallada, mucho más cara, en la construcción de estas bóvedas: «. . . sus nervios son el objeto principal de la cantería, ya que ésta casi nunca se precisa para las plementerías que estos nervios rematan, pues, dado su pequeño espesor el corte de cada dovela sería casi inapreciable. Por esta razón, de ordinario, se contentan con emplear pequeñas piedras sin corte que reciben el nombre de 'pandans', que hacen el oficio de dovelas disponiendo el mortero más grueso por el trasdós, que por el intradós». El intradós de los nervios son siempre arcos de circunferencia.

VENTAJAS DE LAS BÓVEDAS GÓTICAS: A continuación, como al estudiar los arcos apuntados, Frézier dedica un apartado, «Remarque sur les voûtes gothiques», (Observaciones sobre las bóvedas góticas) a comentar las ventajas de este tipo de estructuras. Las rechaza por motivos puramente estéticos, si bien reconoce que este tipo de bóvedas reúne una serie de ventajas sobre las usadas en su época: «Si no fuera porque los perfiles de las bóvedas góticas están quebrados, e interrumpidos en su mitad bajo la clave, por un ángulo agudo que es desagradable a la vista, serían sin duda preferibles a las nuevas bóvedas, por muchas razones». (III, 30)

Frézier deduce que las ventajas de este tipo de bóvedas se derivan de tres factores. En primer lugar su forma permite emplear espesores de plementería muy pequeños y esto se traduce, directamente, en un menor gasto de material y en una mayor facilidad de ejecución: «La primera [razón] es que la gran inclinación de los paños de la plementería . . . permite hacerlas extremadamente delgadas y ligeras; de este hecho se siguen varias ventajas.

1° Consumen mucha menos piedra.
2° Su ejecución es más fácil y rápida, dado que las piedras son de menor tamaño y por tanto más fáciles de transportar y poner en obra.
3° De lo anterior se sigue que producen menores gastos y se ahorra en jornales de los albañiles.
4° La labra de las dovelas es mucho más fácil pues no es preciso que se realice para los lechos o juntas. En efecto, siendo su espesor de sólo 5 ó 6 pulgadas [13–16 cm], no es preciso realizar el corte, pues la forma se puede conseguir disponiendo más mortero por el trasdós que por el intradós. Así, se emplean pequeñas piedras labradas en cantera llamadas 'pandans'».

La segunda ventaja es que la mayor inclinación y menor peso conduce a empujes mucho menores, y esto se traduce en un ahorro considerable en el sistema de contrarresto: «La segunda razón que supone una gran ventaja respecto a las actuales, es que siendo más ligeras e inclinadas, ejercen un menor esfuerzo para volcar los muros sobre los que se construyen, y en consecuencia se ahorra un gran espesor, que es preciso dar a los estribos que soportan las bóvedas de cañón, y ésta es una importante razón de la disminución del gasto».

Más adelante, da una tercera razón, que hemos visto aquí mencionada por primera vez y que es menos «evidente» que las anteriores. A la hora de cubrir un espacio rectangular, una bóveda de arista produce una superficie menor que las correspondientes de cañón o rincón de claustro, del mismo perfil: «Es preciso hacer notar que por esta composición y disposición de los cañones que se cruzan, resulta una bóveda cuya superficie es menor que la de un cañón simple que cubriera la misma superficie rectangular . . . porque cada uno de los paños es menor que la octava parte de un cañón simple, aunque en proyección no lo parezca. Para conocer la diferencia, basta con desarrollar uno de estos paños . . .». (III, 395)

Hemos calculado las superficies, sobre un mismo rectángulo, para la solución en bóveda de cañón, de crucería y en rincón de claustro. Efectivamente, como se

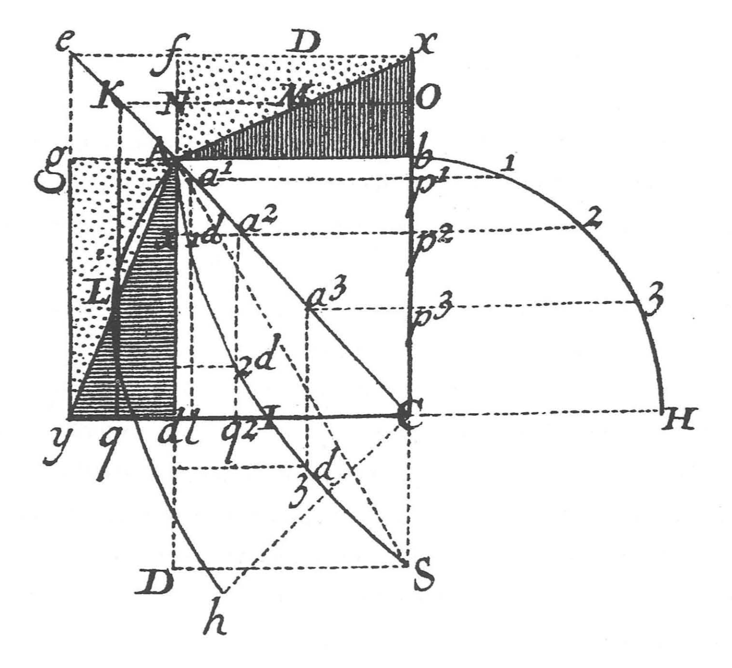


Figura 9.28
Comparación de superficies: bóvedas de arista, de cañón y en rincón de claustro. La superficies de la mitad de un cuadrante son: bóveda de arista A2SD; bóveda de cañón ADS; bóveda en rincón de claustro A2bS.

deduce sin más que mirar la figura del tratado de Frézier, la menor superficie se obtiene con la bóveda de crucería. El empleo de la bóveda de cañón produce un incremento del 20 % y el de la bóveda en rincón de claustro de un 32 %.

Teniendo en cuenta todas las ventajas antedichas, Frézier no se extraña que este tipo de construcción, a pesar de su menor belleza, haya pervivido durante tantos siglos. Afirma incluso que empleando la arquitectura «masiva» de su época no hubieran podido construirse edificios de ese tamaño, si bien ésta es más bella y sólida que la gótica: «No es pues de extrañar que la moda de estas bóvedas haya durado tanto tiempo, y que las veamos hoy día en un gran número de conventos, en iglesias y en otros edificios públicos, que no hubieran podido ser construidos si el gasto hubiera sido tan grande como lo es hoy día, con nuestra arquitectura de grandes masas. También es cierto, no obstante, que ésta gana a la gótica en belleza y solidez». (III, 31)

Bélidor

Bernard Forest de Bélidor (1697–1761) con su libro *La science des ingénieurs* (1729) fue quien primero quiso dar un fundamento teórico a la ingeniería práctica, crear de hecho una ciencia de la ingeniería. En cuanto a la teoría de bóvedas, fue el principal difusor de la teoría de La Hire, que dominó durante todo el siglo XVIII. Para ello eliminó todas las ambigüedades de la teoría de La Hire, para obtener un método claro y sencillo para el cálculo simplificado de bóvedas y estribos. Pero al tratar el proyecto de puentes en la segunda parte de su monumental obra *Arquitectura hidráulica,*[18] de 1750–53, en vez de aplicar los nuevos métodos de cálculo, recomienda unas reglas empíricas para el cálculo de las pilas, estribos y arcos de los puentes. Estas reglas tuvieron gran difusión, y vinieron a reemplazar a las de Gautier, demasiado conservadoras. Bélidor dice haberse basado en puentes construidos y en conversaciones con otros ingenieros, reconociendo explícitamente su deuda con Perronet.

Pilas

Las reglas sobre las pilas de los puentes son válidas, según Bélidor, cuando la altura de éstas desde la cimentación hasta el arranque de los arcos no supera,

los seis pies, unos dos metros. Da distintas reglas para cada uno de los tipos de arcos.

Para los arcos de medio punto da una regla compleja, donde las dimensiones de la pila son función del tamaño, si bien, en una cierta función inversa. Es decir, cuanto más pequeño es el puente, mayor es la pila en relación con la luz que cubre. Como correctamente había razonado Gautier, esta relación inversa procede de la influencia cada vez menor de las cargas móviles a medida que el puente aumenta de tamaño. La regla de Bélidor conduce a pilas más esbeltas que la de Gautier. Expresada algebraicamente toma la forma expuesta en la tabla 9.1:

luz (pies)	*espesor de la pila*
$L < 48$	$L/6 + 2$
$48 < L < 96$	$L/6 + 2 - [(L - 48)/24]$
$L \geq 96$	$L/6$

Tabla 9.1
Espesores de las pilas de los puentes en arco de medio punto. La regla de Bélidor, como la de Gautier, da espesores proporcionalmente mayores para arcos más pequeños, siendo el espesor mínimo siempre superior a dos pies.

Bélidor explica la regla en forma discursiva y acompaña el texto con numerosos ejemplos:

> Cuando la altura de los estribos es de sólo unos seis pies, y los arcos son de medio punto, la experiencia nos dice que bastaría dar de espesor a las pilas la sexta parte de la luz de los arcos, añadiendo dos pies, es decir que las pilas de los arcos de seis toesas, deberían tener ocho pies de espesor, medido por encima del primer saliente, y las de ocho toesas, tendrían sus pilas de diez pies de espesor.
> Sin embargo, como para los arcos de un tamaño extraordinario, se puede limitar el espesor de las pilas a la sexta parte de la luz de dichos arcos. Para no pasar de forma súbita a la supresión total de los dos pies que acabamos de decir que habría que añadir a esta sexta parte, sólo se realiza este incremento hasta arcos de ocho toesas [48 pies],

a partir de donde se van reduciendo gradualmente los dos pies a razón de tres pulgadas por toesa; es decir, por ejemplo, para un arco de doce toesas, que exigiría según la regla anterior pilas de catorce pies de espesor , viendo que el de ocho toesas ha aumentado en cuatro, y a razón de tres pulgadas de disminución por cada, hacen un pie, la reducción de dos de que se trata reduce las pilas a no tener más que trece pies de espesor; por consiguiente, siguiendo la misma regla, para los arcos de dieciséis toesas los estribos tendrán dieciséis pies de espesor, porque la disminución de tres pulgadas por cada una de las ocho toesas de aumento, reducirá los dos pies a cero. Para los arcos mayores no hay mayor cuestión, pues los de veinte toesas tendrán veinte pies de espesor, y así sucesivamente. (443)

Para los arcos rebajados en los que la flecha es un tercio de la luz, da una regla análoga, donde se toma como base en vez del sexto, el quinto de la luz. Expresándola en forma algebraica podemos formar la siguiente tabla análoga a la anterior:

luz (pies)	*espesor de la pila*
$L < 48$	$L/5 + 2$
$48 < L < 96$	$L/5 + 2 - [(L - 48)/24]$
$L \geq 96$	$L/5$

Tabla 9.2. Espesores de las pilas para los arcos rebajados al tercio

El texto de Bélidor es el siguiente: «Para los arcos rebajados al tercio cuyos estribos tengan una altura de alrededor de seis pies, conviene dar a la pila un espesor de la quinta parte del diámetro, más dos pies hasta las ocho toesas de luz, y reducir estos dos pies después a razón de tres pulgadas por toesa de aumento, como se acaba de explicar, de manera que para doce toesas tres pies, las pilas deben tener quince pies de espesor, como las del Pont Royal». (444) El Pont Royal sobre el Sena, París, cumple muy aproximadamente estas reglas, figura 9.29.

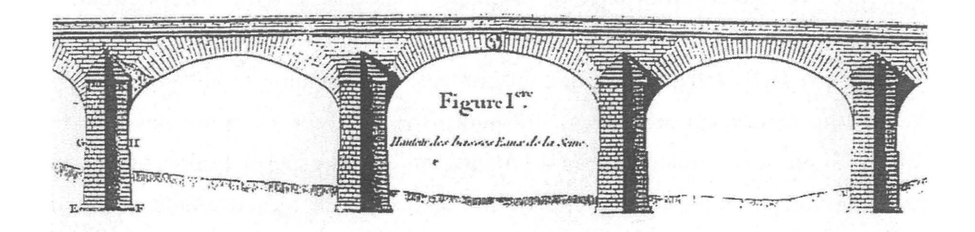


Figura 9.29
Alzado del Pont Royal sobre el Sena en París, construido en 1685. (Bélidor 1753) Bélidor consideraba este puente como un modelo por sus proporciones. Los arcos son elípticos y la flecha es de 1/3 de la luz. Las pilas, según el grabado, tienen poco más de 1/5 de la luz. La regla de Bélidor cumple estas proporciones.

Estribos o cepas

Bélidor obtiene el espesor de los estribos en función del de la pila correspondiente, simplemente incrementando éste en un sexto. Es decir, algebraicamente bastaría multiplicar las expresiones anteriores, en ambos casos, por 7/6: «En relación con las cepas o estribos, su espesor es fácil de calcular una vez conocido el de la primera pila, pues sólo se trata de añadir la sexta parte del mismo espesor, es decir, por ejemplo, que si el de la pila fuera de ocho pies, habría que añadir un pie y cuatro pulgadas, con el fin de tener nueve pies y cuatro pulgadas de espesor de la cepa».

Espesor de la bóveda en la clave

Para determinar el espesor de las bóvedas en la clave propone una nueva regla, más afinada que la de Gautier ($L/15$), que, evidentemente, conducía a espesores excesivos, sin más que comparar con ejemplos de puentes medievales ya construidos. Toma como base la proporción $L/24$ que había sido citada por Frézier para bóvedas de edificios. Esta misma proporción es la sugerida por Perronet (véase el siguiente apartado) en su Memoria de 1748, y es posible que se la comunicara a Frézier.[19]

Para los arcos de medio punto toma 1/24 de la luz, independientemente del tamaño: «Para obtener el espesor de los arcos en la clave, éste se hará

igual a la veinticuatroava parte del diámetro para aquellos que sean de medio punto». (445)

Para los arcos rebajados aplica un procedimiento análogo tomando 1/24 de la luz que tendría un arco de medio punto formado con el radio mayor, y le añade un pie: « . . . cuando sean rebajados se dará al espesor la doceava parte del radio que sirve para trazar el arco grande o superior, y se le añade un pie al total».

Finalmente, advierte que este espesor será suficiente sea la piedra dura, de gran resistencia, o blanda. La precisión venía obligada ya que en sus tablas Gautier distinguía entre ambos casos: « . . . el espesor será suficiente ya sea la piedra dura o blanda, esta última es ciertamente menos fuerte y parecería exigir un espesor mayor, pero también pesa menos y aproximadamente en la misma relación». La justificación para no realizar esta distinción la fundamenta Bélidor en que las piedras duras, más resistentes, pesan más, y las blandas, menos resistentes, menos. Sin embargo, el argumento no es válido ya que la variación de resistencias de una piedra dura (granito) a una blanda (caliza blanda) puede ser de 10 a 1, mientras que sus pesos específicos varían en la relación de 1,5 á 1. En realidad, lo que probablemente quería expresar Bélidor, es que para las dimensiones habituales no hay problemas de resistencia, incluso con piedras blandas.

Perronet

Jean Rodolphe Perronet (1708–1794) fue uno de los ingenieros más importantes e influyentes del siglo XVIII. Inició su carrera trabajando para uno de los principales arquitectos de París y durante toda su vida mantuvo un interés por la arquitectura. En 1747 fue nombrado director de la recién fundada École des Ponts et Chaussées, puesto que ocupó hasta su muerte. En 1763 fue nombrado Ingeniero Jefe de Ponts et Chaussées y en 1765 miembro de la Académie des Sciences. Supervisó las obras públicas francesas más importantes de la segunda mitad del XIX. Él mismo construyó trece puentes y proyectó otros ocho. Sus obras causaron admiración por su audacia y ligereza: los puentes de Neuilly (1774), Saint-Maxence (1772-86) y de la Concorde (1787-91) son quizá los más representativos.

Perronet culmina la tendencia iniciada a principios del siglo XVIII de hacer las pilas más delgadas y los arcos más rebajados. Su propósito era reducir la estructura al mínimo posible, dando a las construcciones «. . . una forma donde la estética surge de la economía del material».[20] Quizá por este motivo, Perronet fue, como Frézier o su amigo Soufflot, un gran admirador de la arquitectura gótica.

Sobre la estructura gótica

En una carta, fechada el 26 de enero de 1770, dirigida a Soufflot (que le había pedido su opinión sobre su proyecto para la cúpula de Santa Genoveva), Perronet expone las razones de su admiración por las estructuras góticas y añade unos comentarios esenciales para entender su filosofía del proyecto de estructuras.[21]

Elogia primero su concepción de la cúpula de Santa Genoveva que, tras haber comparado con ejemplos construidos antiguos («masivos») y modernos («ligeros»), considera que el proyecto «tiene toda la solidez conveniente» y es un término medio «inteligente y económico».

Sobre las construcciones góticas, que «algunos se extrañan de haber subsistido durante cinco o seis siglos», Perronet afirma que se han construido por imitación de la naturaleza, como los huesos de los animales: «La magia de estos edificios consiste principalmente en haber sido construidos, en cierta forma, a imitación de los animales. Los pilares esbeltos y delgados, los nervios, los arcos perpiaños, las ogivas y terceletes, pueden compararse a sus huesos, y los pequeños plementos y dovelas de sólo 4 ó 5 pulgadas de espesor, a la carne de esos mismos animales». La analogía es idéntica a la realizada por Alberti tres siglos antes (véase capítulo 6).

Este acuerdo con la naturaleza le parece una garantía para la seguridad y economía de los edificios construidos siguiendo este principio: «Al imitar de esta forma la naturaleza, es posible hacer obras más duraderas con mucho menos material». Critica después a aquellos arquitectos que, por no conocer suficientemente la leyes del equilibrio y el arte de la construcción, piensan que se aumenta la seguridad aumentando innecesariamente el volumen de los materiales. Elogia a aquellos otros arquitectos que, como Soufflot, combinan las elegantes proporciones de los monumentos antiguos con la ligereza de las obras góticas, pero sin mostrar al exterior la estructura.

Finalmente, señala que las consideraciones y razonamientos anteriores fueron los que le llevaron a proyectar audaces y ligeras bóvedas, que sin embargo eran de una construcción más sólida que las de otros puentes más masivos, y le anima a mantener la misma actitud en Santa Genoveva: «Es sólo después de parecidas reflexiones que me atreví a construir bóvedas más audaces y con mucho menos material que las que se habían hecho antes, y si no obtuvieron la aprobación de aquellos, que al compararlas con las de otros puentes más masivos, las creían menos duraderas, no tengo la menor inquietud sobre su seguridad, de la misma forma que usted, Señor, no debería tenerla en relación con vuestro hermoso y magnífico monumento».

Perronet expuso su obra teórica en forma de Memorias, algunas publicadas y otras inéditas, pero que ejercieron una poderosa influencia sobre la evolución del proyecto de los puentes en la segunda mitad del siglo XVIII y la primera mitad del XIX.[22] Nos ocuparemos en lo que sigue de sus contribuciones al proyecto de puentes.

Espesor de los arcos

Para calcular el espesor de la clave en los arcos de los puentes Perronet da una regla muy similar a la de Bélidor, y resulta difícil decir quién influyó sobre quién. La regla aparece por primera vez en una memoria manuscrita inédita fechada en 1748 que se conserva en la Biblioteca de la École des Ponts et Chaussées, así como una copia posterior sin fecha; aparece mencionada también en publicaciones posteriores: en la memoria sobre el cálculo de estribos (escrita hacia 1750, pero publicada en 1810) y en la memoria sobre las pilas de 1777.

La citada memoria se titula «Sobre el espesor que deben tener las dovelas en la clave, en las diferentes bóvedas de los puentes»,[23] no ha sido nunca publicada y tiene un interés extraordinario, pues Perronet discute en ella de forma detallada la justificación de su regla. El espesor se debe obtener a partir de la luz, siguiendo la tradición de las antiguas reglas, y el problema es encontrar una regla general que relacione estos parámetros para cualquier tamaño y forma de arco.

Perronet observa que si se estudian las dimensiones de los puentes antiguos y modernos, se encuentra una gran disparidad de proporciones entre el espesor de

la clave y la luz, aunque estén hechos del mismo material. Por supuesto, dice, cuanto menor sea el espesor mejor será la proporción pues conduce a cargas menores sobre las pilas y estribos, que pueden hacerse más esbeltas y así facilitar el paso del agua: «Se puede observar en la multitud de puentes, tanto antiguos como modernos, una enorme diversidad en la proporción de sus dovelas en relación con la luz de los arcos, incluso aunque sean del mismo material. No obstante aquellos arcos que tengan las dovelas más cortas, pero tan antiguos y sólidos como los otros, tienen una ventaja esencial: cargan menos la pilas y estribos que, en consecuencia, pueden tener espesores menores. Esto no sólo se traduce en un ahorro en las cimbras que se emplean en la construcción, también la fábrica estrechará menos el cauce del río y facilitará el paso del agua». (301)

El método seguido para hallar la regla consiste en «examinar los arcos más antiguos y sólidos donde el espesor de la clave sea menor» y extraer de ellos «una proporción que será tanto más cierta cuanto se basa en [el examen de] muchos arcos». No hay método más seguro, dice Perronet, pues «en materia de construcción la sola especulación no puede prevalecer sobre la experiencia». Así, Perronet elabora una tabla con las dimensiones de más de doscientos arcos de puentes, antiguos y modernos, de medio punto y rebajados, que considera buenos ejemplos en cuanto a las condiciones exigidas de solidez y economía.

A partir del estudio de la tabla y de su propia experiencia formula la siguiente regla para obtener el espesor en la clave: «El examen que he realizado del espesor de la clave de todos esos arcos diferentes de distintas luces, me ha convencido de que, para los de medio punto, se tomará un veinticuatroavo de su luz, añadiendo un pie en favor de los arcos más pequeños, que deben soportar el paso de las mismas cargas que los grandes, y que resulta necesario [añadir un pie] para que la progresión no empiece en cero. Si además se quita una línea al espesor por cada pie de luz, se obtendrá una proporción que da en general un espesor aproximado al de las dovelas de los arcos citados como ejemplo. Es esta proporción la que se adoptará aquí en preferencia a cualquier otra». (302)

Para los arcos rebajados (carpaneles de varios centros), sugiere más adelante aplicar la misma regla, considerando que la parte superior del arco, a la que

pertenece la clave, forma parte de un arco de medio punto de luz el doble del radio de curvatura en la clave.

Si expresamos algebraicamente esta regla obtenemos la siguiente fórmula para el espesor c en la clave:

Arcos de medio punto: $c = L/24 + 1 - L/144$
(L = luz del arco)
Arcos rebajados: $c = (2R)/24 + 1 - (2R)/144$
(R = radio de curvatura del intradós en la clave.)

Perronet formula esta regla hacia 1748, al inicio de su carrera, y antes de construir sus puentes más importantes. No obstante, Perronet la consideró buena y la empleó, sin introducir ninguna modificación, durante todo el resto de su carrera.

TABLA PARA EL CÁLCULO DEL ESPESOR EN LA CLAVE: La regla se obtuvo en base al estudio de puentes existentes y Perronet usa la palabra «expériences», que resulta muy adecuada pues, en efecto, cualquier construcción que permanece en pie y en buen estado durante un largo tiempo, constituye una experiencia o experimento. La tabla de Perronet presenta una estructura sistemática, y sirve para comparar los resultados de su regla con reglas anteriores y con las dimensiones de puentes, figura 9.30.

Está pensada para ocupar dos páginas consecutivas y su estructura es la siguiente. En la página de la izquierda, impar, en la primera columna, están descritos los puentes de ejemplo de medio punto; se da la localización y las dimensiones principales, luz y espesor en la clave. La segunda columna, da la luz en toesas (1 toesa = 6 pies), pies y pulgadas. Las filas van a intervalos de 2 pies, para luces entre 3 y 168 pies.[24] El vértice de la llave indica, aproximadamente, el lugar que corresponde por la luz del puente. La tercera columna da la dimensión del espesor en la clave, resultado de aplicar la fórmula antes citada. Las siguientes dos columnas, que corresponden a la última columna de la página izquierda y la primera de la página derecha, dan las dimensiones de la clave según las tablas de Boffrand y Gautier.[25] A continuación vienen, aproximadamente para la misma luz, los radios de curvatura pequeño y grande del arco rebajado al tercio (la fi-

Arches en plein cintre.			Proposition par Mr. Boffrand.
Expériences.	Ouverture des arches.	Long. de coupe des clefs.	Mr. Boffrand.
	t. p. o.	p. o. l.	p. o. l.
	14.4	4..8	6.9
Arche de St. Thomas achevée en 1729 sur la route de la rivière grand ch.in de Clermont Ferrand à Aurillac dont les vouss. ont 3p. 9o. de coupe à la clef environ 5 pieds dans le surplus.	15	4.1.6	6.9
	15.2	4.2.4	7
	15.4	4.3.2	7
	16	4.4	7
	16.2	4.4.10	7.3
Grande arche de l'ancien Pont dit de Crolés sur la Loire à l'entrée de la ville de Décize généralité de Moulins, voussoirs extradossés de quatre pieds de coupe.	16.4	4.5.8	7.3
	17	4.6.6	7.3
	17.4	4.8.2	7.6
Pont de la ville neuve d'Argenois sur le lot g.té de Bordeaux les voussoirs sont extradossés et ont 4p. 9o. de coupe l'après de la taille de la pierre à l'arpare. et de 4p. du pied, ce qui peut faire juger qu'elle est de médiocre dureté.	18	4.9	7.6
	18.2	4.9.10	7.9

Proposé par Gautier.	Arches surbaissées au tiers.			
Mr. Gautier pour la pierre dure.	Grand rayon	Petit rayon	Long. de coupe des clefs.	Expériences.
p. o. l.	p. o. l.	p. o. l.	p. o. l.	
7.5.8	3.6.1	8.5.11	6.7.11	Pont de trois arches projetté pour le Pont du Chateau par Monsieur Hupeau. L'arche du milieu de 7 t. de montée sur 12 t. 4 p. d'ouv. dont les voussoirs devroient avoir 7 pieds de coupe à la clef.
7.7.4	31..7	82.11.5	6.9.2	Arche du milieu du Pont projetté par Mr. Hupeau au Pont du Chateau sur l'Allier, les vouss. devr. avoir 7 pieds de coupe, la montée est de sept toises.
7.8.10	31.7.2	84.4.10	6.10.4	
7.10.6	32.1.8	85.10.4	6.11.3	Arches pour la communication de Briançon aux têtes généralité de Grenoble dont la montée est de 8 t. 2 p. leurs voussoirs sont extradossés et ont 8 p. de coupe aux têtes, on croit la voute moins épaisse entre les têtes, à en juger par ce qui se pratique ordinairement.
8	32.8.2	87.3.10	7..6	
—	34.3.10	91.8.2	7.4.4	
—	35.11.5	96..7½	7.8	
—	37.7.4	100.4.8	7.11.6	Arche du milieu du Pont construit en 1708 sur le dessin de Mr. Mansart, sur l'Allier à Moulins dont la montée étoit de 7 t. les voussoirs avoient 9 p. à la clef, les autres voussoirs étoient allongés jusqu'à 12 p. et estoits extradossés suivant cette coupe, la voute devoit avoir moins d'épaisseur entre les têtes ce qui reviendroit à la mesure indiquée ci contre qui désigne l'épaisseur que l'on propose de donner à la voute, tant aux testes du pont que dans le reste des voutes ainsi qu'on l'a expliqué au Mémoire.

Figura 9.30
Tabla de Perronet para calcular el espesor de los arcos de los puentes en la clave. Las columnas de los extremos contienen los datos de puentes construidos: de medio punto (izquierda) y rebajados al tercio (derecha). Las columnas centrales corresponden a las reglas de Boffrand y Gautier. (Bibl. École des Ponts et Chaussées)

gura corresponde a la copia del manuscrito; nótese que por un error se han intercambiado los títulos de los radios). La penúltima columna es el resultado de aplicar la fórmula con el radio grande, y, finalmente, la última columna de la derecha recoge la descripción de arcos existentes rebajados al tercio para la luz correspondiente; de nuevo el vértice de la llave, indica aproximadamente la situación del ejemplo respecto al radio mayor.

Perronet está aplicando el mismo método que Gautier y, muy posiblemente, el método empleado por los constructores góticos o renacentistas para formular sus reglas: recopilar y analizar las dimensiones de ejemplos construidos. Como se

verá, las nuevas reglas para el proyecto de puentes en el siglo XIX fueron elaboradas de la misma manera.

SOBRE LA RESISTENCIA: Perronet, como Gautier, muestra su preocupación por la influencia que pueda tener la resistencia de las piedras a la hora de proyectar los puentes. Así, tras formular su regla, dedica varias páginas a considerar este aspecto. Si bien es consciente de la primacía de la forma en el proyecto. Así, si una bóveda proyectada según sus reglas (geométricas), apoyada sobre estribos suficientes y sobre sólidas cimentaciones, se hunde, esto, dice Perronet, sólo podría ocurrir debido a la fractura de las piedras y los morteros. La condición principal es la geométrica, pero Perronet considera necesario estudiar la segunda posibilidad. En aquella época no se habían realizado todavía ensayos de resistencia sobre las piedras o fábricas y Perronet afirma que hay que recurrir a la experiencia: «Para establecer algo con seguridad en este tema, es preciso recurrir a las experiencias; se van a referir a continuación las observaciones hechas sobre varias construcciones relativas al tema en cuestión». (306)

A falta de ensayos (y del propio concepto de tensión de rotura), Perronet trata de encontrar un parámetro que permita medir la resistencia de la fábrica en edificaciones existentes. No lo cita, pero emplea el enfoque sugerido por Gautier. Esto es, para medir el trabajo de un pilar, calcula el peso de fábrica que soporta y lo convierte en una columna del mismo espesor que sitúa encima. La altura total da idea de lo que resiste la fábrica. Así, dice que la piedra de Arcueil que pesa 150 libras/pie^3 (21 kN/m^3) puede ser cargada hasta una altura de 160 pies (50 m). Para llegar a esta cifra, cita varias «experiencias» para la piedra de Arcueil o similar (306–307):

- las columnas del pórtico de la iglesia de S. Gervais, que tienen 3,5 pies de diámetro soportan una carga de 120 pies de altura de fábrica.
- las columnas del pórtico de S. Sulpice, con 4 pies 11 pulgadas y 1 línea de diámetro, tienen una altura de 113 $^1/_2$ pies, que añadiendo el peso del entablamento superior etc., supone una carga equivalente a una altura de 216 pies.
- los pilares del refectorio de S. Martin des Champs, que sostienen unas bóvedas de crucería góticas, soportan un peso total de 19.285 libras, que «dis-

tribuidas en una columna de $9^1/_4$ pulgadas de diámetro, dará una altura de $258\ ^1/_2$ pies».

- las bases de las columnas aisladas de la fachada de S. Pedro de Roma, con un diámetro de 12 pies 4 pulgadas, «están cargadas con 200 pies de altura, incluyendo los 66 pies a que equivalen los entablamentos y frontones».
- «los primeros tambores de las columnas del Coliseo están cargados de 230 pies, incluyendo los 85 pies para el entablamento de los tres órdenes superiores».

A continuación, Perronet trata de relacionar estos valores con las luces máximas seguras que podrían construirse con fábrica. La mayor carga en un arco se encuentra en sus arranques y, para un arco de espesor constante, equivale a una columna que tuviera de altura la mitad de la longitud del intradós. En base a esta consideración piensa (en 1748) que se podrían construir arcos de 30 toesas de diámetro (180 pies ó 58 m), del orden del valor máximo que aparece en su tabla. En efecto, el cuarto de circunferencia de 180 pies, son 142 pies y ésta es la altura de carga en los arranques. Por supuesto, a esta altura habría que añadir el peso del relleno y más adelante en el manuscrito razona de la misma manera para considerar el efecto de las cargas de los edificios construidos sobre los puentes, figura 9.31: el peso de la carga ABCD se convierte en la columna LI, que habría que añadir a la altura equivalente del semiarco (desprecia el pequeño sector de los riñones).

Perronet concluye que incluso las piedras blandas presentan una resistencia más que suficiente para construir grandes arcos, y considera que la matización de Gautier entre piedras blandas y duras es inútil. No obstante, aconseja el empleo de piedras duras porque soportan mejor las inclemencias del tiempo.

PRIMEROS ENSAYOS: A pesar de las rotundas conclusiones anteriores, un decenio más tarde, Perronet trata de cuantificar la resistencia de las piedras, mediante la realización de ensayos. Hasta entonces los ensayos de resistencia de materiales habían sido ensayos de flexión o tracción, sobre pequeñas piezas de madera o hierro y los esfuerzos de rotura eran moderados. Para ensayar pequeñas muestras de piedra se necesitaba una máquina que produjera grandes compresiones. En

1758, Perronet construyó una máquina de ensayo que podía producir esfuerzos de hasta 19 toneladas (planos publicados en 1810). A partir de esta fecha Perronet realiza ensayos de resistencia de piedras, algunos de ellos relacionados con la obra de Santa Genoveva. Los resultados confirman las anteriores «experiencias» sobre edificios: la resistencia no es un problema. De hecho, la piedras rompen para cargas muy superiores a las observadas en edificios construidos, y esto anima a Perronet (y a Soufflot) a intentar proporciones más esbeltas. También considera la posibilidad de construir arcos de dimensiones mucho mayores que los existentes. Un año antes de su muerte, en 1793, pública una «Memoria sobre la búsqueda de los medios que pueden emplearse para construir grandes arcos de piedra . . . » en la que argumenta que se podrían construir arcos de hasta 500 pies de luz (160 m), triplicando casi las dimensiones de los más grandes arcos conocidos. A los ensayos de Perronet, siguieron los de Gauthey (1774) y Rondelet (1802). Hay que señalar que los ensayos se realizaban sobre muestras de piedra. Como se ha visto en el capítulo 2, la resistencia de la fábrica es siempre menor, y depende del mortero y del aparejo empleados. Los primeros ensayos sobre muestras de fábrica se realizaron ya a finales del siglo XIX.

Pilas

Perronet revolucionó el diseño de puentes proponiendo unas proporciones mucho más esbeltas para las pilas de los puentes. Sus consideraciones fueron recogidas en su memoria de 1777 titulada: «Memoria sobre la reducción del espesor de las pilas y sobre el perfil que conviene dar a las bóvedas, para que el agua pueda pasar libremente bajo los puentes».[26] En ella argumenta que una de las causas más frecuentes de ruina en los puentes se debe precisamente al excesivo tamaño de las pilas, que reducen la sección de paso del caudal. Esto hace que aumente su velocidad y que se produzcan unas turbulencias en la parte baja de las pilas que terminan socavando sus cimientos.

La propuesta de Perronet es la siguiente: dado que en un puente de varios arcos de parecidas luces, en las pilas los empujes se anulan unos con otros, produciendo una reacción prácticamente vertical, solamente es preciso dar a las pilas el espesor estrictamente necesario para soportar esta carga. De esta forma se gana espacio para el paso del agua y se reduce considerablemente el problema de las

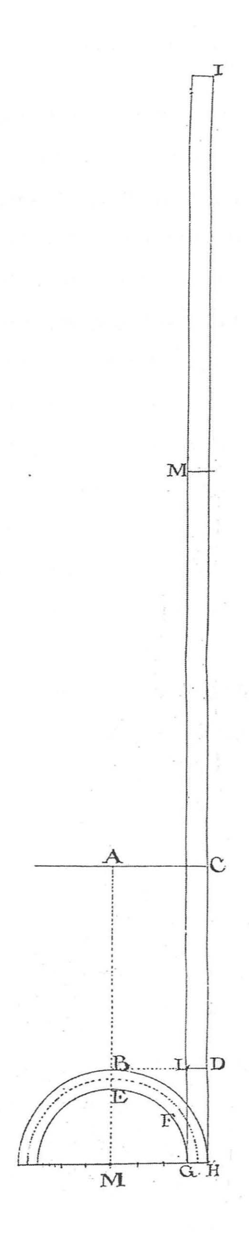


Figura 9.31
Método geométrico de Perronet para averiguar la altura de carga equivalente de un puente que soporta un gran relleno, correspondiente a una edificación construida sobre él. El peso del relleno sobre la clave se convierte en una columna del mismo espesor que el arco. Sumando esta columna LI a la longitud del semiarco se obtiene la altura que representa la tensión de trabajo. (Bibl. École des Ponts et Chaussées)

turbulencias. Solamente precisan tener el espesor de un estribo las pilas extremas o cepas. Este sistema tiene dos inconvenientes sobre el tradicional de hacer cada pila estable con el empuje de su arco: (a) es preciso construir y descimbrar todos los arcos a la vez; (b) el fallo de una de las cepas o estribos de los extremos, conduciría al colapso del puente entero por un mecanismo de «fichas de dominó».

Al principio de la Memoria repasa las dimensiones de las pilas de una serie de puentes existentes, encontrando que en varias ocasiones las pilas tienen del orden de 1/5 de la luz (la regla de Gautier), llegando incluso a 1/6. Perronet observa que estas pilas no podrían actuar como estribos para resistir el empuje de las bóvedas, buscando una justificación histórica a uno de los inconvenientes antes citados. Además argumenta, refiriéndose a los esbeltos pilares de las iglesias góticas, que si éstos fallaran también se hundiría gran parte del edificio, pero que esto es imposible pues no se ha producido en cientos de años. Si estos pilares no han fallado, tampoco lo harán las pilas, mucho menos esbeltas, de los puentes.

Perronet llevó su esquema hasta sus últimas consecuencias en el proyecto y la construcción del puente de Neuilly, donde los arcos muy rebajados (flecha = $L/8$) y las pilas excepcionalmente esbeltas (espesor = $L/9,2$), dan una sensación de extraordinaria ligereza, figura 9.32.

Para fijar el espesor mínimo de las pilas, Perronet emplea los razonamientos y resultados antes citados. El espesor mínimo absoluto viene dado porque la pila debe acomodar los arranques de los arcos. Si éstos tienen un espesor de $L/24$, la pila ha de tener un espesor mayor de $L/12$. Perronet observa que se debe añadir un tercio o un cuarto a este espesor, por seguridad. Las pilas estarán, entonces, entre $L/9$ y $L/9,6$: «Se dice que las dovelas más comprimidas son las de la parte superior de las bóvedas, en particular cuando éstas son muy rebajadas. Es costumbre darles de espesor de junta, para los grandes arcos rebajados al tercio, la veinticuatroava parte de su luz; pero como una pila soporta dos semibóvedas, se ha creído necesario darles de espesor al menos el doble del anterior, y añadirle, para mayor seguridad, el tercio o el cuarto de este espesor». (559)

Perronet realizó una comprobación rápida de la resistencia para el caso del puente de Neuilly y concluyó que las pilas estaban sobradas de resistencia, por un factor de 12, y que podrían haberse hecho todavía más esbeltas, dada la resistencia de las piedras empleadas que habían sido ensayadas por Soufflot: «He

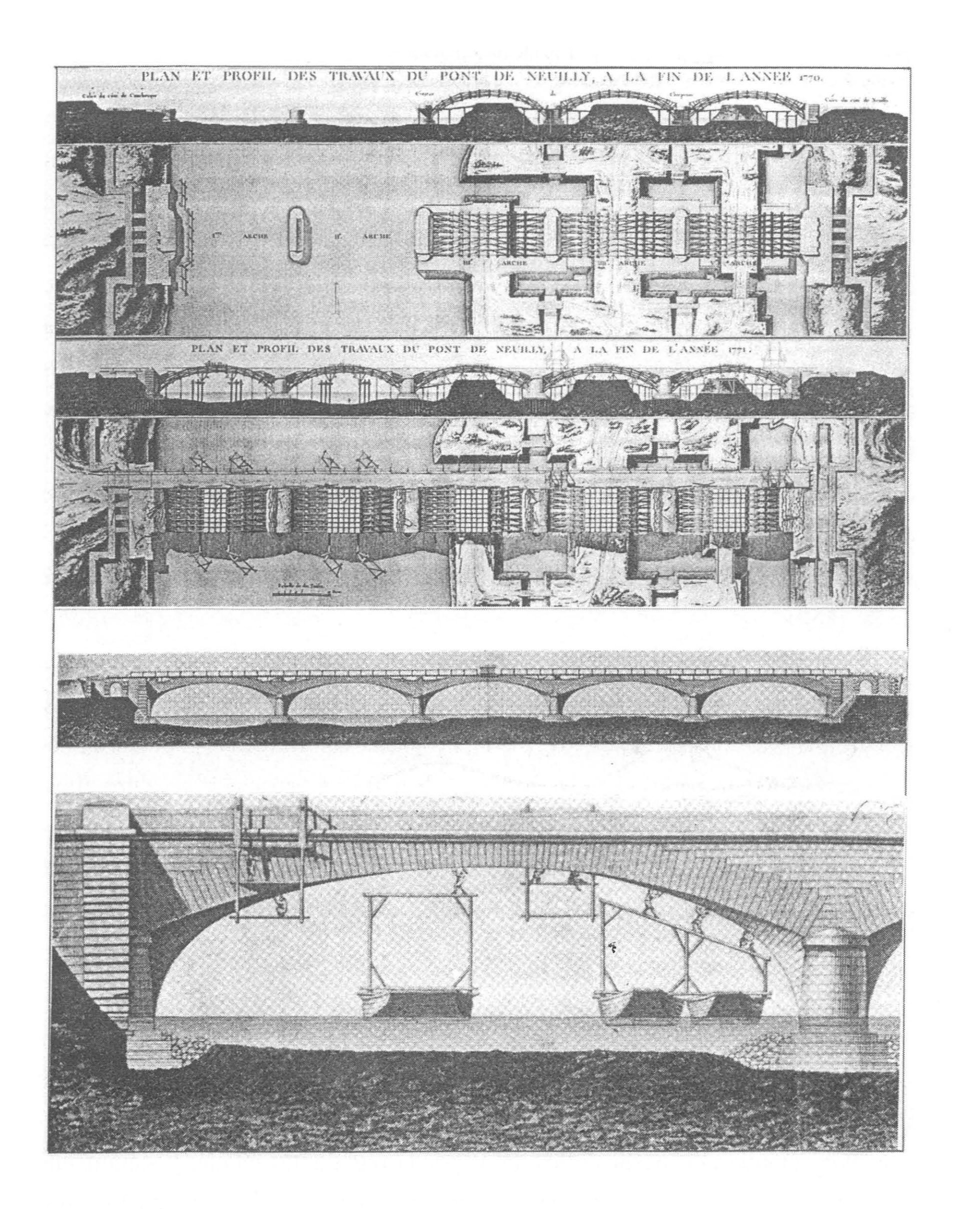


Figura 9.32

Puente de Neuilly de Perronet. El puente recoge las dos grandes innovaciones de Perronet: el empleo de arcos carpaneles de varios centros muy rebajados y la notable reducción del espesor de las pilas. Éstas no pueden resistir el empuje de los arcos y durante la construcción hubo que cimbrar todos los vanos. El descimbrado simultáneo se realizó en 1772 delante del rey de Francia. (Perronet 1788)

llegado a la conclusión, en base a las experiencias realizadas por el Sr. Soufflot . . . , que después he repetido yo mismo, que para romper un pie cuadrado de piedra de Saillancourt, que es la que he empleado en el puente de Neuilly, y que pesa ciento cuarenta y dos libras el pie cúbico [21 kN/m^3], habría que cargarla con un peso de doscientas cuarenta mil libras [1.200 kN, que conducen a una tensión de 12 N/mm^2], o de una columna de la misma base de 1580 pies [500 m] de altura, de la misma piedra. Pero he averiguado, por los cálculos que he realizado, que la misma superficie de un pie de las pilas del nuevo puente de Neuilly, sólo recibe una carga, a la altura de los arranques de los arcos, de unas veinte mil libras [100 kN, que conduce a una tensión de 1 N/mm^2], o de una columna de 121 pies [40 m]. De manera que cada pila tiene una resistencia doce veces mayor de la necesaria para soportar el peso que carga sobre ella». (560)

Perronet llevó aún más lejos su intención de reducir las pilas en proyectos posteriores: así en el Pont Saint-Maxence (1771–1786) y el Pont de la Concorde (proyecto 1772, construcción 1787–1791), las pilas están formadas por cuatro pilares circulares, agrupados de dos en dos, y dejando un espacio libre entre ellos. Además, renuncia al empleo del arco carpanel de varios centros y emplea arcos escarzanos muy rebajados, con una flecha de *L*/12 (en el Pont de Nemours superaría *L*/15), cuyos arranques levanta por encima del nivel de las más grandes crecidas.

Cepas o estribos

Para el dimensionado de las cepas de los puentes, Perronet abandona las reglas empíricas y emplea el método de La Hire, corrigiendo el punto de rotura en los arcos rebajados y situándolo en el punto de encuentro de los arcos de distinto radio. Proyectando el espesor de los arcos por la regla antes citada, y suponiendo los riñones cargados hasta la clave, Perronet calculó con Chezy, en los años 1750–1752, unas tablas de espesores de estribos para arcos de 1 a 100 metros. La memoria correspondiente sólo se publicó en 1810, pero las tablas circulaban ya en el último cuarto del siglo XVIII; tuvieron gran difusión y fueron la base para el cálculo de las cepas de los puentes hasta casi 100 años después.[27]

Influencia francesa sobre los tratados españoles del siglo XVIII

La mayoría de los tratados españoles de arquitectura y construcción de la segunda mitad del siglo XVIII, muestran una clara influencia de las prácticas y teorías de los tratadistas franceses, en particular de los que se han estudiado más arriba.[28] Así, en la mayoría de los casos, a la hora de estudiar las teorías y métodos sobre construcción y cálculo de bóvedas aplicadas en esa época en España, la cuestión se limita (con las excepciones más arriba estudiadas) a buscar el libro o libros de donde se han tomado. Estudiaremos dos casos representativos: el padre Pontones, por ser uno de los primeros en difundir en castellano las obras francesas, y Benito Bails por su popularidad.

El padre Pontones

Fray Antonio de S. José de Pontones (1717–1774) fue un monje jerónimo que trabajó como arquitecto e ingeniero. Escribió el manuscrito para un tratado de Arquitectura Hidráulica que no se llegó a publicar. La copia está muy cuidada, tanto el texto como las figuras, y parece dispuesta para pasar directamente a imprenta. Desconocemos los motivos por los que no se llevó a efecto.

De la consulta de la parte dedicada a la construcción y teoría de bóvedas, se deduce con claridad que la obra está inspirada en *La science des ingénieurs* y en la *Architecture Hydraulyque*, ambas de Bélidor, sin embargo, Pontones no se limita a copiar literalmente de sus fuentes, sino que expresa con frecuencia sus opiniones sobre los temas de que trata y alude con frecuencia a obras construidas en España.

A la vida de Fray Antonio Pontones le dedica Llaguno un apartado, y por lo que allí dice parece haber sido un constructor experimentado.[29] El manuscrito, como aparece en la portada, se empezó a escribir en 1759 (solamente seis años después de la publicación de la *Architecture Hydraulique*) y se terminó en 1768.

ELOGIO DE LOS CONSTRUCTORES GÓTICOS: Quizá la parte más interesante del libro sea la introducción donde el padre Pontones expone sus opiniones sobre el problema del proyecto de estructuras de fábrica. Critica, en primer lugar, el estado actual de conocimientos de los que trabajan en el campo de la construcción, y la ignorancia por sus contemporáneos de las leyes de la estática y del equilibrio:

«. . . Ninguno sabe los principios, para hallar las fuerzas activas y resistentes, ignorase que grueso devan tener las murallas, para reforzar los terraplenes a las entradas y salidas de los Puentes, a las de los muelles y calzadas, a los pies derechos de las bobedas, para que esten en equilibrio por su resistencia, con las pujanzas que estos diferentes trozos de fabrica, deven mantener». (5)

Esta ignorancia, dice, lleva en muchas ocasiones a sobredimensionar las estructuras con el consiguiente gasto. Como Frézier y Perronet, es un admirador de los constructores góticos y pone sus estructuras como ejemplo: «. . .[las] obras [que] deven sacar toda su firmeza mas de las reglas del Arte que de la abundancia del material, pues si se conociera bien lo que es el mechanismo particular de este asumpto se levantarian edificios mas ayrosos que la mayor parte de aquellos que hacen tanto honor a los siglos pasados y no se percibiria cierta timidez quasi propia de las obras modernas: Parecian en esto mas inteligentes los antiguos Architectos: Si les faltavan reglas ciertas y demostradas, obraban con un juicio que participaba de ellas como acreditan los bellos monumentos que nos han dexado». (6)

La admiración por la audacia y equilibrio de las iglesias góticas le lleva a considerar si los maestros góticos disponían de algún tipo de conocimientos que se perdieron. Pontones descarta finalmente esta idea y atribuye su éxito a la buena ejecución material y a la adecuada proporción de los estribos: «. . . son sus Yglesias de una ligereza admirable, parece que se valian de algunos medios extraordinarios que se perdieron con ellos; sin embargo reparese bien y se hallarà que todo lo mejor que han hecho no es otra cosa que el buen enlace de los materiales. La situacion y extension de los estrivos de que usaban con tanto acierto, merecen la admiracion de las gentes que no saben a que atribuirlo por falta de conocer todo el merito de su efecto». (6–7)

Por último, lanza un sarcástico ataque a los edificios de su época, por lo que él considera un derroche innecesario de materiales, y se maravilla de que en tan poco tiempo se haya perdido la capacidad de realizar estructuras de un coste razonable: «Algunos edificios de nuestros tiempos si causan admiracion, es verlos tan materiales que parecen haver acabado con todas las canteras del Pais. Es posible que el intermedio de algunos siglos haga los hombres tan opuestos sobre una misma cosa? jamas se confesare, en todo lo que se sabe admite el mas y el

menos, haber un cierto punto fijo, del qual depende las mas perfecta execucion, que se puede llegar a conseguir».

TEORÍA DE BÓVEDAS: La teoría sobre las bóvedas que expone está tomada de *La science des ingenieurs* de Bélidor. Tanto el contenido como el orden de exposición son idénticos, excepto en que se han suprimido los ejemplos numéricos de aplicación, por considerarlos demasiado complicados, y solamente se mencionan las reglas algebraicas simplificadas.

Se muestra decidido partidario de aplicar este análisis a la hora de determinar el espesor de los estribos: «Para dar las medidas a los gruesos de los pies derechos en los edificios que llevan arcos o bobedas, no se debe contar sobre la experiencia de sugetos sin theoria por mas versados que esten en la practica, sino tienen el exemplar para la imitación de otro semejante: por esto un viejo practico es siempre un viejo ignorante. Esto no es mas de un conocimiento que resulta de la theoria, porque la practica no puede jamas producirle, ni sacar mas que una razon de comparacion respecto a las obras que han visto executadas, en lo que estan sugetos a engañarse por poca variedad que encuentren. Con muchos años de exercicio no pudieron los artifices escusar las ruinas que experimentaron en sus fabricas antes de concluirlas». (67)

A continuación expone las reglas simplificadas de Bélidor: «. . .mas como el calculo Algebrico, en que establecen la demostracion es largo y mui compuesto de igualaciones, creo hacer mucho servicio los Artifices procurandoles soluciones mas simples, y mas propias para la practica de los menos estudiosos, recogiendo lo mejor que se halla establecido y proporcionandome a la claridad que deseo dirè lo que sea bastante a dar susceptible quanto conduce al intento, insinuando primero de que manera se hace el empujo en los arcos: manifestando si el concepto que se debe tener puede concordar con las reglas arbitrarias de muchos Maestros que proyectan cada uno diferentemente sobre su palabra la firmeza de los edificios». (69)

PUENTES: La doctrina sobre los puentes se recoge en el capítulo 3 «Sobre los arcos de los puentes», y está tomada de la *Arquitectura hidráulica* de Bélidor. Pontones, tras lamentarse de la dispersión en la práctica habitual, recomienda las re-

glas empíricas que allí proponía Bélidor, incurriendo en la misma contradicción que éste al no aplicar el método de cálculo antes expuesto al problema de los estribos de los puentes: «En todos los puentes fabricados que tengo vistos se conoce que los Artifices nada tuvieron arreglado para determinar el grueso de los pilares [que] cada uno executó segun su medida, los mas reflexibos dieron al pilar la quarta parte del diametro, algunos, la tercera, otros la mitad y la madura ignorancia llegò a dar tanta anchura a los pilares como tenian de diametro los arcos y se pueden ver en el puente de San Esteban de Gormaz y otros cuias ideas fueron con toda propiedad a mucho coste disparates de cal y canto». (123)

Además, confecciona unas tablas que no aparecen en la obra de Bélidor, y que facilitan la aplicación de las reglas: «. . .y por que no se halle como hasta aqui burlado el mal de las prevenciones de su remedio pongo en las siguientes tablas facilitados los principales puntos para quales quiera proyectos, esto es el gruesso correspondiente a los pilares, a las cepas y a la rosca o gruesso que deven tener los arcos, calculados todos los diametros desde doze pies hasta ciento y veinte tanto para las bueltas semicirculares como elipticas». (124) Las tablas dan el grueso de pilas y estribos de puentes, para luces de 12 á 120 pies, y perfil semicircular o elíptico.

Benito Bails

Benito Bails publica en los años 1779 y 1787 sus *Elementos de Matemáticas,* obra enciclopédica en 10 volúmenes donde se pretende recoger todo el saber de la época. El volumen IX, parte I, corresponde a la arquitectura civil y es el que nos interesa.

Como ya ha señalado Navascués en su introducción a la edición facsímil de 1983, el tratado está basado en fuentes francesas. En efecto, siguiendo la tradición enciclopedista clásica, Benito Bails se ha limitado a recoger de cada fuente, en forma casi literal, la parte correspondiente al esquema de su obra. El resultado es un collage de porciones, a veces copiadas, a veces extractadas de otros tratados, franceses en su mayoría (en ocasiones se refiere a tratados españoles, por ejemplo, Fray Lorenzo para las bóvedas tabicadas), singularmente los de Frézier y Blondel/Patte. En cuanto al problema estructural de las bóvedas tanto las láminas como los comentarios están entresacados en su mayor parte de éste último. Como excepción, en el apartado de estribos reproduce las fórmulas simplificadas

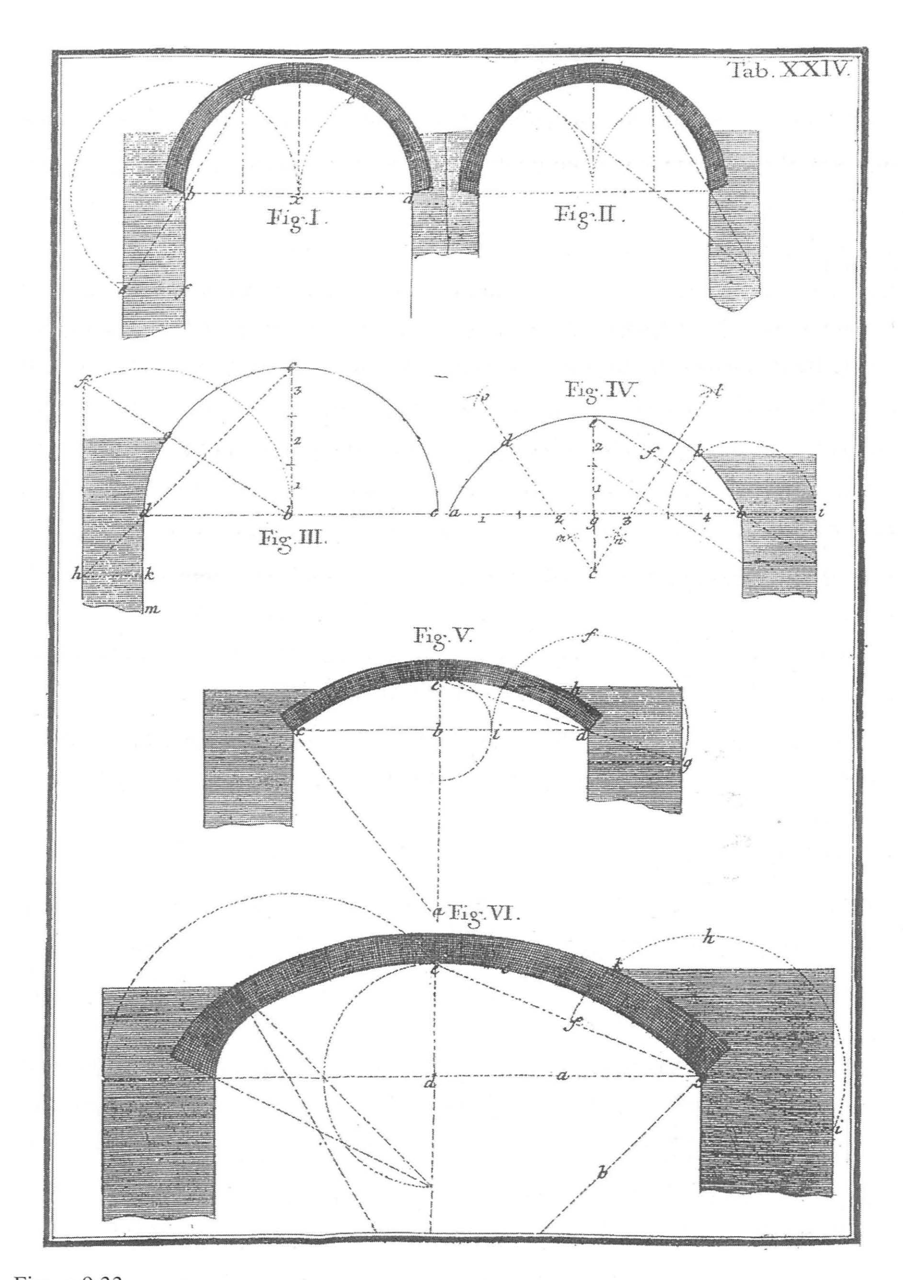


Figura 9.33
Reglas para el cálculo de los estribos de los puentes del ingeniero alemán Walter (1766). La lámina muestra el eclecticismo en el empleo de reglas geométricas que empieza a manifestarse en el siglo XVIII y que es un signo de la decadencia progresiva del proyecto tradicional.

de Bélidor, si bien no hace mención alguna de las hipótesis a partir de las cuales se deducen (a diferencia del padre Pontones).

Conclusión

El estudio realizado demuestra que en el siglo XVIII se continúan empleando las reglas tradicionales de proyecto, si bien empieza a manifestarse, cada vez con más intensidad, la influencia del pensamiento científico. Los arquitectos e ingenieros con mejor formación rechazan las reglas empíricas tradicionales. Algunos, como Gautier o Danyzy, tratan de elaborar reglas geométricas del mismo tipo, pero basándose en consideraciones estáticas. Otros, trabajan en desarrollar el cálculo científico, iniciado por Hooke el siglo anterior, y continuado por La Hire, Couplet, Coulomb, etc. No obstante, para los mismos que rechazaban el cálculo tradicional era evidente que la teoría científica no podía resolver los problemas de proyecto, y en la práctica seguían recurriendo a las antiguas reglas.

Por otra parte, se acusa una decadencia en el proyecto tradicional. Algunos constructores parecen haber perdido el conocimiento estructural que es el requisito indispensable para una correcta aplicación de las reglas. Así, la regla gótica nº 1 para el cálculo de estribos góticos, se convierte, definitivamente, en la regla de Blondel para el cálculo de estribos de arcos y bóvedas de cañón. Algunos autores, como García Berruguilla y Frézier, alertan sobre la inadecuación del método para las estructuras coetáneas, pero la regla sigue apareciendo en gran número de tratados y manuales, muchas veces mezclada de manera arbitraria con otras reglas geométricas, como en la figura 9.33, extraída del tratado de puentes de Walter (1766). Walter recoge en la lámina media docena de reglas distintas; describe su trazado pero deja al lector la decisión de cuándo se debe emplear una u otra. No obstante, este eclecticismo de los manuales y tratados no parece haber afectado a los buenos constructores, que continuaron edificando con razonable seguridad.

10

Epílogo de una tradición: El siglo XIX

En esta segunda parte se han discutido con cierto detalle las reglas del proyecto tradicional de estructuras hasta ca. 1800. Realizar un estudio análogo en el siglo XIX requeriría un libro completo, dado el crecimiento exponencial de las publicaciones en este campo, en particular, de los artículos de revista. El siglo XIX es el de la formulación sistemática de la teoría de estructuras y el de su difusión y enseñanza en las escuelas de arquitectura e ingeniería. Así, el empleo de las teorías científicas se generaliza a lo largo de este período. Sería, pues, de esperar que el desarrollo del cálculo científico hubiera ido acompañado por una decadencia paulatina del cálculo tradicional. Podrá resultar sorprendente, pero esto no fue así; las reglas tradicionales de proyecto se siguieron empleando durante todo el siglo XIX. De hecho, si proyectar una estructura consiste en decidir su forma general y, luego, asignar las dimensiones a los distintos elementos que la componen, el cálculo científico sólo permitía analizar estructuras previamente proyectadas; para este proyecto previo se siguieron empleando las reglas y el enfoque tradicionales.

En el caso de los puentes, principalmente, los ingenieros se sintieron en la obligación de verificar que el proyecto era estable aplicando cualquiera de los métodos que se desarrollaron: los análisis de rotura, los análisis de equilibrio mediante líneas de empujes (en general, por métodos gráficos) o, en el último

cuarto de siglo, el análisis elástico. Para puentes de pequeño o mediano tamaño (la mayor parte de los construidos) se siguieron reglas empíricas de proyecto, sin verificación posterior. En el caso de los edificios abovedados, cuya estructura es mucho más compleja (piénsese, por ejemplo, en el proyecto de una iglesia neogótica de tres naves, con sus bóvedas de crucería, su girola y su complejo sistema de contrarresto), esta verificación sólo se realizó, y en contados casos, en el último cuarto de siglo, cuando la teoría de bóvedas compuestas, gracias al empleo del análisis de equilibrio y de la estática gráfica, alcanzó un desarrollo suficiente.

En resumen, el cálculo tradicional pervivió durante todo el siglo XIX y comienzos del XX. No hay una decadencia del cálculo tradicional, hay una decadencia de la construcción de fábrica que fue gradualmente sustituida por otros materiales (el hierro fundido, el hierro forjado, el hormigón armado y el acero), cuyo empleo condujo, además, a nuevos tipos estructurales (entramados triangulados de barras, estructuras porticadas). Este fenómeno de decadencia y casi extinción de un modo de construir que había sido dominante durante milenios es muy complejo y, aunque sólo sea desde el punto de vista, limitado, de la técnica de la construcción, está todavía por estudiar en detalle. Baste decir que un cambio de esta magnitud se ha producido muy pocas veces en la historia de la arquitectura.

Volviendo al proyecto de estructuras, el proyecto «moderno», donde la forma del edificio y las dimensiones de sus elementos se deciden en base a la aplicación directa de la teoría de estructuras y de la resistencia de materiales, sólo se inicia muy a finales del siglo XIX: es Gaudí quien por primera vez de forma sistemática ataca de manera global el problema del proyecto de arcos, bóvedas y edificios de fábrica. No hay espacio aquí para comentar el esfuerzo formidable y el genio que fue preciso para dar este paso (Huerta 2003b). Pero se trata de un caso excepcional; hay que insistir que durante todo el siglo XIX, el cálculo científico mantuvo una posición subordinada de verificación de los proyectos realizados, de forma consciente o inconsciente, aplicando las reglas tradicionales. A continuación veremos, aunque sea muy brevemente, algunos detalles que permitan entrever la situación de este proceso.

Ya a principios del siglo XIX algunos ingenieros eran conscientes de esta situación de subordinación de la teoría frente a la teoría tradicional (a veces llama-

da, erróneamente, práctica), que veían como una situación precaria, indeseable, a la que un futuro perfeccionamiento de la teoría pondría término. Así, precisamente uno de los padres fundadores de la teoría de estructuras, Thomas Young (conocido principalmente por haber definido el concepto de módulo de elasticidad) manifestaba hacia 1816 que era posible «esperar con perfecta confianza ese estado del conocimiento humano, más deseable, en que los cálculos del matemático sean autorizados a dirigir las operaciones de los obreros con seguridad, en vez de mirar con servilismo la progresión de sus trabajos». (Young 1855, 194) Reconocía, entonces, la situación de dependencia de la teoría científica respecto al enfoque tradicional, recogido en las reglas de proyecto y en los métodos constructivos tradicionales.

Repasaremos a continuación, muy brevemente, el empleo de reglas de proyecto en el siglo XIX. Conviene distinguir entre edificios y puentes. La separación entre arquitectura e ingeniería, que se inició en el siglo XVIII, es un hecho durante el siglo XIX.

Edificios

En el campo de la edificación, las antiguas reglas de proyecto se siguen utilizando durante todo el siglo XIX. Los edificios de fábrica eran esencialmente iguales a los construidos en épocas anteriores: bóvedas para salvar los vanos que empujaban contra algún tipo de sistema de contrarresto. Los ejemplos construidos suministraban un amplio abanico de soluciones y la práctica totalidad de los tratados de construcción incluyen una descripción de los edificios más importantes (el Panteón, Santa Sofía, etc.). De hecho, con mucha frecuencia, los ejemplos históricos eran de mayor tamaño y atrevimiento que los construidos entonces: la arquitectura neogótica es mucho más tímida que la gótica, y las bóvedas al estilo romano nunca se acercaron en tamaño y audacia a sus originales de la antigüedad clásica.

El estudio sistemático de los edificios de épocas anteriores con vistas a sacar conclusiones de proyecto se debe principalmente a J. Rondelet (1734–1829), cuyo monumental *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir*, «Tratado teórico y práctico de construcción», publicado en seis volúmenes entre 1802 y 1817, marcó el modelo para posteriores tratados de construcción.[1] Rondelet trata de

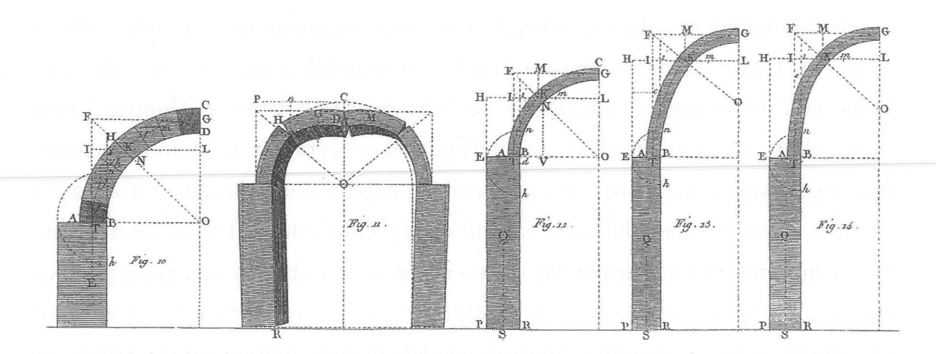


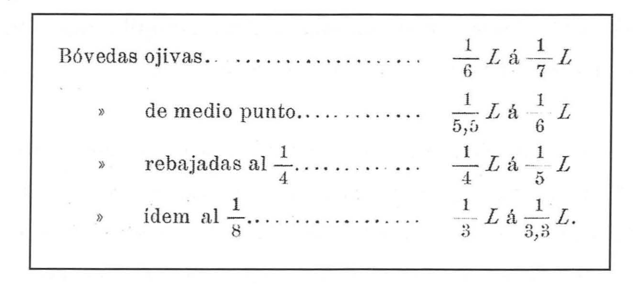
Figura 10.1
Regla de Rondelet para el cálculo de los estribos de los arcos. (Rondelet 1802–1810) La regla se basa en un razonamiento pseudo-científico, incorrecto, verificado después con la realización de numerosos ensayos sobre modelos. Se trata, pues, de una regla empírica que trata de justificarse científicamente. La regla da proporciones de colapso (si bien Rondelet no advierte sobre ello) y resulta peligrosa para el proyecto. Fue recogida en numerosos manuales de construcción posteriores, si bien es evidente que los constructores no la aplicaron.

combinar el nuevo cálculo científico (apoyado muchas veces con ensayos sobre modelos) con el enfoque tradicional, esto es, la búsqueda de reglas de proporción con una referencia constante a edificaciones existentes. En cuanto a los arcos, la teoría de Rondelet es incorrecta; como Gautier cien años antes, emplea consideraciones estáticas, manejadas sin rigor y de forma confusa, para llegar a unas reglas prácticas de aplicación para calcular el estribo de cualquier arco, verificando después los resultados con modelos a escala.[2] El método seguido es aparentemente irreprochable; el resultado incorrecto y peligroso. En efecto, las reglas para estribos de Rondelet conducen a proporciones cercanas al colapso, figura 10.1. No obstante, la teoría de arcos y las reglas de estribos de Rondelet figuran en gran número de los manuales de construcción del siglo XIX.[3] Es evidente que estas reglas no se aplicaron, lo que dice mucho en favor del sentido del equilibrio de los constructores de la época. Por otra parte, Rondelet establece otras reglas «de comparación»: supone conocido el estribo de la bóveda de cañón y da el estribo para otros perfiles (apuntado, rebajado), figura 10.2, u otros tipos de bóvedas (semiesférica, en rincón de claustro), en función de aquél. Estas reglas daban valores sensatos y fueron muy populares en todo el siglo XIX.[4]

PERFIL DE LA BÓVEDA	ESPESOR del estribo.	EMPUJE
Ojival equilátera	0,7	0,50
Rebajada al $\frac{1}{3}$	1,18	1,40
Idem al $\frac{1}{6}$	1,35	1,91
Idem al $\frac{1}{10}$	1,49	1,93
Dintel	1,42	1,95

Figura 10.2
Reglas de Rondelet para obtener el estribo o el empuje de bóvedas apuntadas o rebajadas, a partir del espesor o empuje de la bóveda de cañón de medio punto, para la misma luz. Las reglas de Rondelet tuvieron gran difusión en todo el siglo XIX y aparecen todavía en manuales de principios del siglo XX. (Marvá 1902)

Las reglas tradicionales, en forma de fracciones simples, continúan apareciendo en numerosos manuales. Por ejemplo, en la figura 10.3 se han reproducido las reglas de Wanderley (1883). Otras veces, se proponen reglas que conducen a proporciones que dependen del tamaño, del tipo de la de Perronet (capítulo 9). Con frecuencia, en los manuales prácticos se recogen distintas reglas de diferentes autores, que conducen a resultados diversos, dejando al lector la elección entre unas



Bóvedas ojivas	$\frac{1}{6} L$ á $\frac{1}{7} L$
» de medio punto	$\frac{1}{5,5} L$ á $\frac{1}{6} L$
» rebajadas al $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} L$ á $\frac{1}{5} L$
» ídem al $\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3} L$ á $\frac{1}{3,3} L$.

Figura 10.3
Reglas de Wanderley para obtener el estribo de las bóvedas de los edificios. (Marvá 1902)

u otras. Hacia finales del siglo XIX, se suele advertir que este tipo de reglas son aproximadas y se requiere una verificación posterior. También hay manuales que deducen reglas a partir de análisis gráficos de equilibrio; por ejemplo, Körner (1901) realiza un análisis gráfico de cada tipo de bóveda y su estribo, deduciendo al final relaciones de proporción.

La regla de Blondel sigue apareciendo, esporádicamente, durante todo el siglo XIX, como un método aproximado para obtener los estribos de distintos arcos. Aparece citada, por ejemplo, en los tratados de Barberot y de Esselborn, de gran difusión a finales del siglo XIX. La regla se menciona todavía en el libro de Cassinello sobre bóvedas y cúpulas de ladrillo de 1964. No obstante, algunos arquitectos interesados en el gótico como Viollet-le-Duc, Ungewitter, Mohrmann y Hase, se dan cuenta de que se trata de una regla gótica para el cálculo de estribos y así la incluyen en sus tratados sobre la construcción gótica.

Puentes

En el caso de los puentes, la tendencia a construir luces cada vez mayores, y el aumento del número de puentes en construcción, llevó a tratar de mejorar las reglas de proyecto del siglo XVIII. El parámetro más importante era decidir, para un cierto perfil, el espesor de la bóveda en la clave. La regla de Perronet había sido la referencia durante toda la segunda mitad del siglo XVIII (capítulo 9). A principios del siglo XIX, Gauthey consideraba que la regla de Perronet conducía a espesores demasiado grandes para arcos de grandes luces y propuso una primera modificación que se publicó en su *Traité des ponts* de 1809. En 1831 el ingeniero alemán Reinhold dedicó una memoria al problema, donde en base a los datos del tratado de Gauthey compiló una tabla de las dimensiones y proporciones de 61 puentes, si bien no llegó a formular una regla general.

En la segunda mitad del siglo XIX un gran número de ingenieros decidieron atacar el problema. La teoría de bóvedas tenía ya un desarrollo suficiente y era una buena ocasión para demostrar la potencia del nuevo cálculo científico. No obstante, tuvieron que recurrir al método tradicional: compilar primero una lista de los mejores ejemplos de puentes de diversas luces y, luego, tantear una expresión matemática que encajara con esta serie de valores.

Al principio se tendió a adoptar una expresión del mismo tipo que la de Perronet, según la cual a una fracción de la luz (o del radio de curvatura en la clave) se le añade una cierta constante, como puede verse en algunas de las reglas de las tablas de la figura 10.4. En las mismas tablas pueden verse otro tipo de reglas que emplean la raíz cuadrada. Estas reglas aparecen después y, al parecer, fueron propuestas por primera vez por Lesguiller en 1855, como una regla meramente empírica deducida a partir de las dimensiones de puentes construidos.

Rankine en 1862 propone una regla del mismo tipo. Se basa también en dimensiones de puentes construidos; uno de los más grandes ingenieros y científicos del siglo XIX reconoce explícitamente la enorme dificultad del problema y la necesidad de recurrir a reglas empíricas: «Calcular con precisión el espesor necesario en la clave de un arco [de puente] mediante una deducción directa a partir de los principios de estabilidad y resistencia, sería un problema casi impracticable por su complejidad. . . . En la práctica, el mejor camino es obtener el espesor a partir de una regla empírica, basada en las dimensiones de buenos ejemplos de puentes existentes».

La necesidad de proyectar puentes de diferentes tamaños con rapidez, hizo que también se formularan reglas para el proyecto de los estribos. De hecho, esto no era necesario, pues una vez establecida la forma del puente al fijar el espesor de la clave, se podían calcular sin dificultad los estribos aplicando la teoría de bóvedas. No obstante, el realizar un proyecto preliminar acortaba notablemente el proceso y por este motivo se emplearon. Leveillé y Lesguiller propusieron este tipo de reglas para estribos en 1855, que contenían de nuevo la raíz cuadrada de las dimensiones principales del puente. En toda la segunda mitad del siglo XIX se propusieron nuevas reglas, unas con la raíz cuadrada, y otras empleando fracciones simples.

Conclusión

El cálculo de estructuras de fábrica siguió basándose durante todo el siglo XIX en el empleo de reglas empíricas. El desarrollo de la teoría de bóvedas debería haber conducido a la desaparición de las reglas tradicionales de proyecto y ésta era la esperanza racional de Young, citada al comienzo de este capítulo. Nada de esto ocurrió. Si la nueva teoría permitía verificar el estado de una construcción existente, no tenía medios para proyectar una nueva. Las reglas tradicionales se

Bóvedas de medio punto:

AUTORES		FÓRMULAS
Perronet		$e = 0,325 + 0,035\ L$
Gauthey	$L < 16$	$e = 0,33 + 0,021\ L$
	$16 < L < 32$	$e = 0,042\ L$
	$L > 32$	$e = 0,67 + 0,021\ L$
Léveillé		$e = 0,33 + 0,033\ L$
Lesguillier		$e = 0,10 + 0,20\sqrt{L}$
Déjardin		$e = 0,30 + 0,05\ L$
Dupuit		$e = 0,20\sqrt{L}$
Ingenieros rusos y alemanes		$e = 0,43 + 0,05\ L$
E. Roy		$e = 0,30 + 0,04\ L$
Michon		$e = 0,40 + 0,04\ L$
Croizette-Desnoyers	Puentes de carretera	$e = 0,15 + 0,15\sqrt{L}$
	Puentes de vía férrea	$e = 0,20 + 0,17\sqrt{L}$

Bóvedas escarzanas:

AUTORES		FÓRMULAS
Léveillé		$e = 0,33 + 0,033\ L$
Lesguillier		$e = 0,10 + 0,20\sqrt{L}$
Déjardin	Bóveda rebajada al $\frac{1}{3}\left(f = \frac{1}{3} L\right)$.	$e = 0,30 + 0,07\ r$
	» » al $\frac{1}{6}\left(f = \frac{1}{6} L\right)$.	$e = 0,30 + 0,05\ r$
	» » al $\frac{1}{8}\left(f = \frac{1}{8} L\right)$.	$e = 0,30 + 0,035\ r$
	» » al $\frac{1}{10}\left(f = \frac{1}{10} L\right)$.	$e = 0,30 + 0,02\ r$
Ingenieros rusos y alemanes		$e = 0,43 + 0,10\ r$
Dupuit		$e = 0,15\sqrt{L}$
Michon	Cuando $\frac{f}{L} \geqq \frac{1}{3}$	$e = 0,40 + 0,08\ r$
	Cuando $\frac{f}{L} < \frac{1}{3}$.	$e = 0,40 + 0,04\ r$

Figura 10.4

Reglas empíricas para el cálculo del espesor de la clave en los puentes de fábrica. Durante todo el siglo XIX los ingenieros emplearon este tipo de reglas. En muchos manuales de ingeniería se recogían largas listas, y el ingeniero debía decidir cuál emplear en su proyecto. (Marvá 1902)

siguieron empleando para proyectar y calcular las dimensiones de los elementos estructurales, en edificios y puentes. Decidido el proyecto, se comprobaba después su estabilidad aplicando la teoría de bóvedas. Así, a la teoría sólo le quedó la tarea «servil» (por emplear el término de Young) de verificar que, efectivamente, el proyecto ya calculado era estable.

Tercera parte

Geometría y equilibrio

11
Validez del cálculo tradicional

El trabajo de investigación expuesto en la segunda parte pone de manifiesto que los arquitectos, constructores e ingenieros, en los siglos XV al XIX, y muy posiblemente desde la Antigüedad, empleaban reglas estructurales para determinar las dimensiones de los elementos estructurales de sus construcciones abovedadas de fábrica. La gran mayoría de estas reglas son «proporcionales», es decir, conducen a formas «semejantes» en sentido geométrico; dan, por ejemplo, el espesor de un estribo para un arco en función de su forma, pero independientemente de su tamaño. En otras palabras, los antiguos constructores creían implícitamente en la existencia de una ley de semejanza geométrica: una forma estructural válida es correcta independientemente de su tamaño, y es precisamente una adecuada geometría la que asegura la estabilidad de las obras de fábrica.

Galileo y el principio de semejanza

Sin embargo, Galileo Galilei (1564–1642) intentó demostrar la imposibilidad de la existencia de un principio de este tipo. En 1638, al final de su vida, publica sus *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*; las dos nuevas ciencias son la resistencia de materiales y la cinemática.[1] El libro está

estructurado en forma de cuatro diálogos, mantenidos en cuatro jornadas distintas. Justo al comienzo de la primera jornada, Galileo lanza un decidido ataque al proyecto proporcional: «. . . abandonad, pues, la idea que sustentábais, al unísono con otros muchos que han hecho estudios de mecánica, de que las máquinas y los artefactos compuestos de la misma materia, y que mantienen con toda exactitud las mismas proporciones entre sus partes, hayan de ser igualmente o, por decirlo mejor, proporcionalmente dispuestas a resistir y a ceder a los choques y violencias externas, puesto que se puede demostrar geométricamente que las más grandes son siempre, proporcionalmente, menos resistentes que las menores». (70)

Galileo plantea más adelante, en la segunda jornada, el problema de la resistencia de una viga en ménsula con una carga en su extremo, figura 11.1 (a). Deduce correctamente que, para un cierto material, el momento resistente es proporcional a bd^2, siendo b el ancho y d el espesor o canto de la sección.[2] Este descubrimiento le permite comparar la eficacia de distintas secciones y hacer consideraciones en cuanto a los tamaños máximos de las estructuras construidas con un material que presenta una cierta resistencia. Plantea, por ejemplo, el problema de comparar dos ménsulas cilíndricas semejantes de distinto tamaño y concluye que «los momentos de los cilindros están en proporción sesquiáltera con respecto a las resistencias de sus bases respectivas». (229) Esto es, el peso crece con el cubo, mientras que la resistencia crece con el cuadrado. La conclusión es que la resistencia crece a menor velocidad que la carga y que, por tanto, no puede aplicarse el proyecto proporcional.

A continuación enuncia el siguiente problema: supongamos una ménsula cilíndrica de una cierta dimensión que está en unas ciertas condiciones de resistencia; si hacemos crecer la longitud de la ménsula, ¿en qué proporción debe aumentar el diámetro d del cilindro para que se mantengan dichas condiciones de resistencia? Galileo deduce, correctamente, que si la luz se multiplica por α el diámetro del cilindro debe multiplicarse por α^2 (por supuesto, lo expresa de otra forma empleando proporciones geométricas). Al aumentar el tamaño de la ménsula, manteniendo las condiciones de resistencia del material, los elementos deben regruesarse de manera desproporcionada.

Galileo es plenamente consciente de las consecuencias de su descubrimiento en cuanto a la imposibilidad del proyecto proporcional: «De lo que se ha demos-

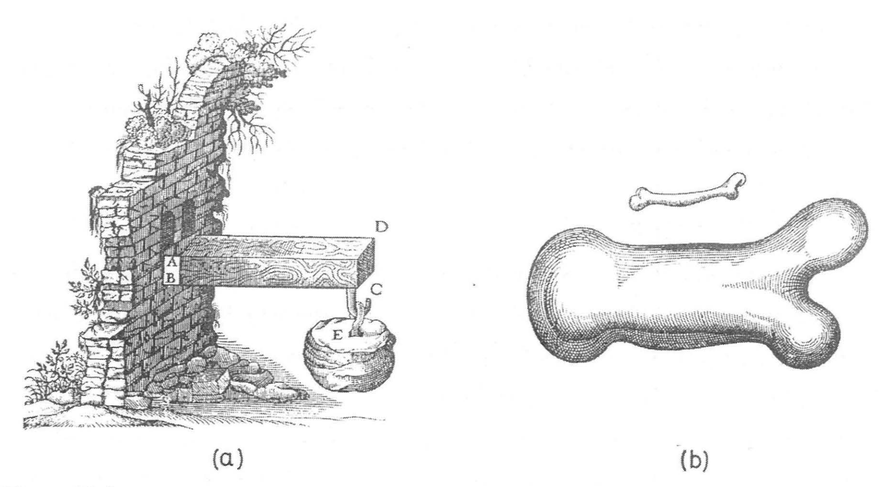


Figura 11.1
Ilustraciones del *Diálogo sobre dos nuevas ciencias* de Galileo (1638): (a) Problema de Galileo: resistencia límite de una ménsula cargada en su extremo. (b) Efectos del aumento de tamaño en los huesos de los animales.

trado . . . se infiere la imposibilidad de poder, no sólo en el arte sino en la misma naturaleza, aumentar los mecanismos hasta dimensiones inmensas, de modo que sería imposible fabricar naves, palacios o templos enormes . . . tampoco podría la naturaleza hacer árboles de un tamaño desmesurado, ya que sus ramas acabarían por venirse abajo bajo su propio peso. Sería imposible, igualmente, construir estructuras óseas de hombres, caballos u otros animales, que pudiesen mantenerse y realizar sus propios menesteres». (236)

Para hacer más evidente, y convincente, su argumento, dibuja un hueso de animal y otro tres veces más largo, habiendo aumentado su grosor nueve veces, de acuerdo con sus deducciones anteriores, figura 11.1 (b): «Por las figuras podréis ver qué desproporcionada es la figura del hueso agrandado. De aquí se deduce que quien quisiera mantener, en un inmenso gigante, las proporciones que se dan entre los miembros de un hombre normal, tendría o bien que encontrar un material mucho más duro y resistente para formar así los huesos, o bien que admitir una disminución de su potencia en relación con la de los hombres de estatura normal; de otro modo, si su altura creciese de manera desmesurada, acabaría derrumbándose por su propio peso». (237)

Para terminar, Galileo señala que, por el contrario, los animales más pequeños son proporcionalmente más fuertes y, así, «un perro pequeño podría llevar sobre sí dos o tres perros iguales a él, mientras que no creo que un caballo pudiese sostener ni siquiera un caballo de sus mismas medidas».[3]

La ley del cubo-cuadrado

La argumentación de Galileo es brillante y clara. Expresándola en términos modernos: en las estructuras que soportan como carga principal su propio peso, como por ejemplo los animales y los edificios de fábrica, la carga crece como el cubo de las dimensiones lineales mientras que la sección de las partes de la estructura crece como el cuadrado, por ello, las tensiones crecen linealmente con el tamaño y los elementos estructurales deben hacerse, en proporción, más gruesos, perdiéndose la semejanza geométrica. El razonamiento de Galileo ha adquirido el rango de ley: la ley del «cubo-cuadrado». Dicha ley ha determinado la actitud de los ingenieros y los arquitectos sobre los efectos de los cambios de tamaño en el proyecto de estructuras, y la de los historiadores de la construcción y de la ingeniería civil hacia las reglas proporcionales tradicionales (véase el capítulo 1).

A pesar de la veracidad de las afirmaciones básicas de Galileo, la investigación expuesta en la segunda parte de este libro demuestra que los maestros constructores empleaban reglas proporcionales. Por otra parte, una inspección de estructuras análogas de distinto tamaño, correspondientes a un mismo tipo, permite ver que existe una considerable semejanza geométrica. En la figura 11.2, por ejemplo, se han dibujado al mismo tamaño las cúpulas de San Biagio en Montepulciano, San Pedro de Roma y Santa Maria del Fiore de Florencia. Las dos últimas con una luz de 42 m, triplican en tamaño a la primera, que tiene una luz de 14 m. Además, las tres cúpulas no tienen exactamente la misma forma: la de Santa Maria es poligonal y las de San Pedro y San Biagio son de revolución; los perfiles también difieren, si bien las tres son apuntadas. No obstante, es evidente que la ley de semejanza geométrica parece funcionar mucho mejor que la ley del cubo-cuadrado. Pueden hacerse comparaciones del mismo tipo con otras estructuras de obra existentes, pertenecientes a diferentes épocas. Por ejemplo, en la figura 11.3 se han reproducido a la misma escala los

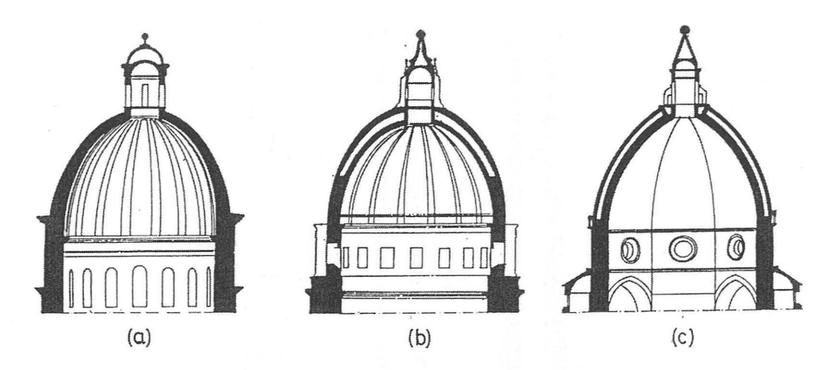


Figura 11.2
Comparación de la forma de tres cúpulas: (a) San Biagio, 14 m de luz; (b) San Pedro de Roma, 42 m.; y (c) Santa Maria del Fiore, 42 m. Aunque las dos últimas triplican en tamaño a la primera no se produce el regruesamiento de la estructura que implica la ley del cubo-cuadrado de Galileo (cf. fig. 11. 1 (b)).

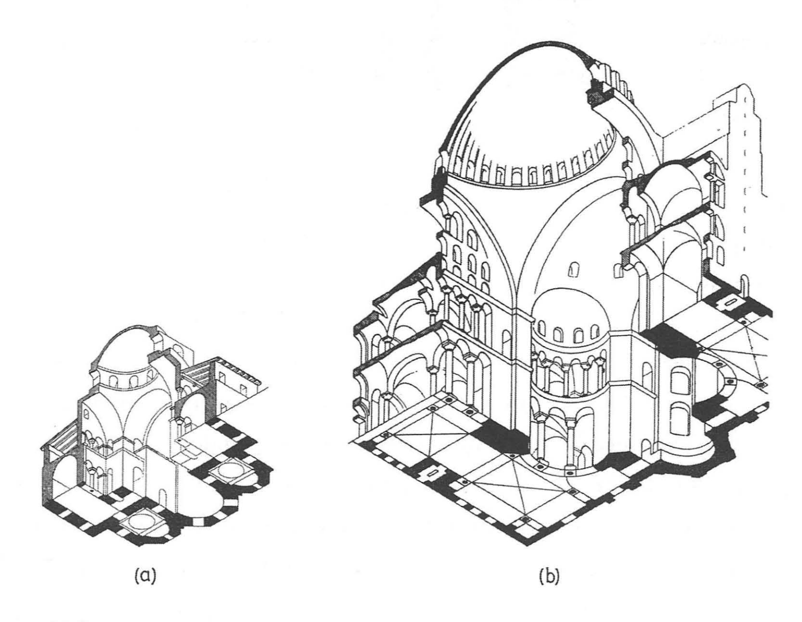


Figura 11.3
Comparación entre las iglesias de: (a) Santa Sofía de Salónica y (b) Santa Sofía de Constantinopla. La cúpula de ésta última (32 m de luz) es casi 3,5 veces mayor que la de la primera. Nótese la evidente proporcionalidad de ambas iglesias. Dibujos tomados de Choisy (1899).

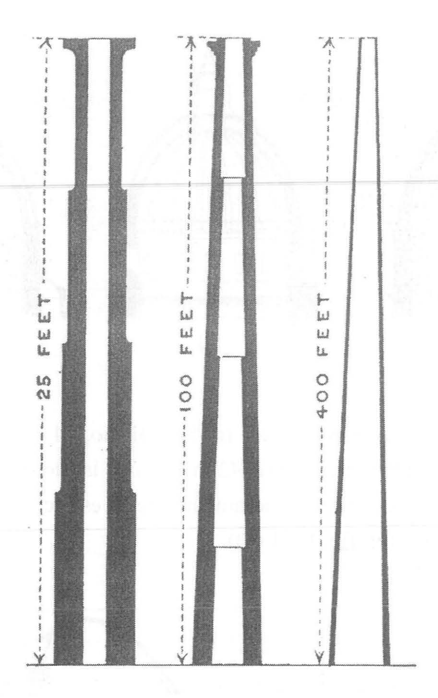


Figura 11.4
Comparación de la forma de chimeneas de diferentes tamaños. En contra del «sentido común», las chimeneas son proporcionalmente más delgadas a medida que aumentan de tamaño. (Barr 1899)

dibujos de Choisy (1899) de las iglesias de Santa Sofía de Salónica y Constantinopla. La última es 3,5 veces mayor que la primera pero resulta evidente que, de nuevo, existe una notable semejanza geométrica. Estos dos ejemplos podrían multiplicarse sin dificultad y, para cada época histórica, parece haber un catálogo de formas que se repiten independientemente de su tamaño, sin observarse el regruesamiento desproporcionado de los elementos estructurales «demostrado» por Galileo.

En el caso de los puentes, y de las torres y chimeneas de fábrica, parece que funciona una ley inversa, y los puentes y torres se vuelven más esbeltos cuando aumentan de tamaño. En la figura 11.4 se han dibujado al mismo tamaño chimeneas de diferentes alturas (7,5, 30 y 120 m respectivamente); la segunda es

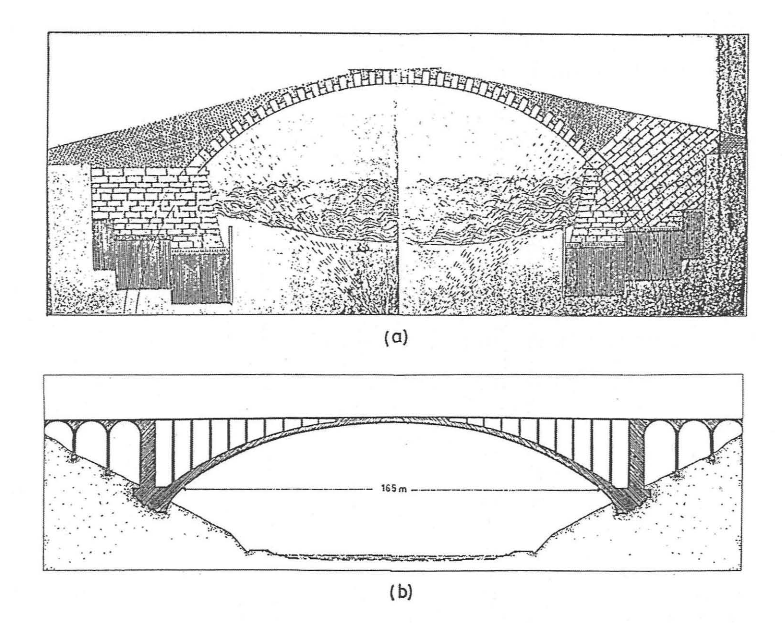


Figura 11.5
Comparación de puentes de distintos tamaños con aproximadamente la misma relación flecha/luz. (a) Puente de Rialto, Venecia, siglo XVI. Piedra; $L = 26$ m; $e/L = 1/25$ (e espesor en la clave) (Parsons 1939); (b) Proyecto para el Viaduc du Bernand (Freyssinet ca. 1910). Hormigón en masa. $L = 165$ m; $e/L = 1/72$. (Freyssinet 1913)

cuatro veces más alta que la primera y la tercera dieciséis veces más alta. Es evidente que ésta última es mucho más delgada, en proporción, que las anteriores. Por otra parte, en la figura 11.5, se han representado dos puentes en arco escarzano de aproximadamente la misma relación flecha/luz. El primero es el puente de Rialto en Venecia, con una luz de 26 m; el segundo corresponde al Viaduc du Bernand, proyectado por Freyssinet en hormigón en masa, con una luz libre de 165 m (más de 6 veces la del puente de Rialto). No obstante, en el primer caso el espesor en la clave es 1/25 de la luz, mientras que en el segundo es de sólo 1/72 de la luz.

Parece, pues, que las afirmaciones de Galileo deben ser revisadas. No sólo contradicen la teoría recogida en los tratados, están también en franca contradicción con las obras construidas. Trataremos de hacerlo, desde un planteamiento lo

más general posible, a la luz de la teoría científica de los arcos y estribos de fábrica expuesta en la primera parte de este libro.

Sobre el proyecto de arcos de fábrica

Arcos en edificios: peso propio

La teoría del arco de fábrica establece que la seguridad se obtiene dando al arco un cierto sobreespesor en relación al espesor mínimo del arco límite: la seguridad suficiente se obtiene multiplicando dicho espesor por un cierto factor (el coeficiente geométrico de seguridad) y un valor de 2 ó 3 puede considerarse típico. El arco se proyecta, pues, para que pueda contener con suficiente holgura el arco límite. Este enfoque conduce directamente, si se considera exclusivamente el peso propio, a reglas de proporción independientes del tamaño. Este es el caso de los arcos y bóvedas de cañón en los edificios. Así, si el espesor límite de un arco de medio punto es aproximadamente de 1/18 de la luz, un arco seguro podría presentar una esbeltez (espesor/luz) de entre 1/9 y 1/6. El proyecto por resistencia, esto es, la asignación del espesor para que las tensiones en la sección más desfavorable (normalmente en los arranques) no superen un cierto valor considerado como admisible, conduciría, para dimensiones normales, a arcos que estarían al borde del colapso. En la figura 11.6 se realiza una comparación para el caso del arco de medio punto; el regruesamiento por resistencia no garantiza la estabilidad.

El problema, de hecho, es más complejo; el espesor debe considerar otro tipo de acciones. Durante la construcción, terminado el arco sobre la cimbra, se empleará quizá como vía para el transporte de materiales de un extremo a otro del vano, y tendrá que soportar asimetrías de carga y acciones variables (por ejemplo, durante la construcción del relleno). La cimbra, en general construida con un mínimo de material y más flexible que el arco, no servirá para resistir estas cargas accidentales y el espesor debe ser suficiente para acomodar las distintas líneas de empujes durante todo el proceso. Durante su vida útil el arco o bóveda deberá soportar el paso de obreros y materiales en tareas de conservación, y, también, quizá, el hundimiento accidental de una pequeña parte de la cubierta. Final-

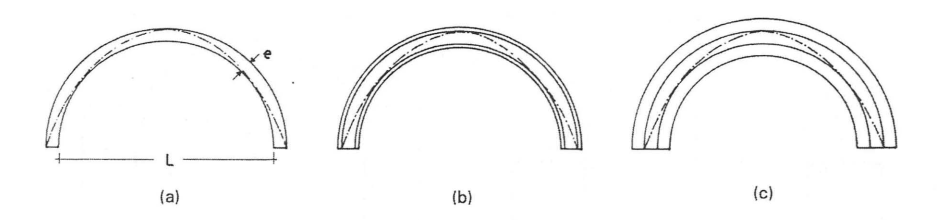


Figura 11.6

Proyecto de arcos de fábrica. (a) Arco límite, de espesor mínimo para contener la línea de empujes, que es el punto de partida del proyecto. (b) Proyecto por resistencia en el que el espesor límite se ha recrecido lo justo para alcanzar la tensión admisible del material. Nótese, que el arco apenas cambia de forma y estaría a punto de colapsar. (c) Proyecto por estabilidad en el que se ha multiplicado el espesor límite por un cierto coeficiente (en este caso de 3). El valor concreto del coeficiente geométrico del arco depende, en general, de su tipo, de la estructura que lo soporta y de circunstancias de la construcción.

mente, un espesor suficiente permite incluso grandes deformaciones sin que el arco se hunda, y éstas no son infrecuentes en las construcciones históricas con cimentaciones superficiales (véase capítulo 4). Todos esos factores pueden tenerse en cuenta de manera adecuada con una regla proporcional.

En los arcos de formas catenarias o cuasi-catenarias son estas últimas consideraciones, y no el espesor infinitesimal del arco límite, las que deciden el proyecto. La esbeltez límite se reduce a gran velocidad a medida que el arco se va haciendo más rebajado, y todos los arcos con una flecha inferior, digamos, a 1/4 de la luz son prácticamente catenarios, con espesores límite inferiores a 1/140 de la luz, llegando a 1/4.000 para una flecha (no infrecuente en las bóvedas de forjado) de 1/10 de la luz (cf. tabla 4.1, p. 98). Los espesores que se observan en construcciones reales están muy por encima de los que se obtendrían al aplicar un coeficiente «típico» de 2 ó 3.

Sin duda, los antiguos constructores eran bien conscientes de esta mayor estabilidad de los arcos rebajados y, de hecho, el macizado de los riñones de las bóvedas tiene como principal función el dejar una vía de escape a los empujes de la parte superior de la bóveda, que se convierte de esta manera en un arco rebajado. Los tratados de construcción recomendaban, para bóvedas de cañón, que el relleno (o disposiciones equivalentes como muretes transversales a intervalos) alcanzara al

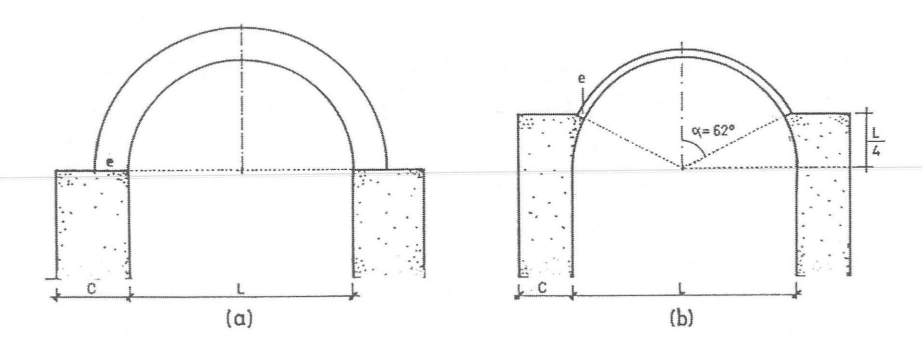


Figura 11.7
Importancia del relleno en el proyecto de arcos y bóvedas de cañón. Un relleno bien ejecutado convierte, de hecho, el arco de medio punto en un arco rebajado, cuyo espesor puede ser mucho más reducido. En la figura se compara la consiguiente reducción de espesor en bóvedas y estribos: (a) Bóveda exenta, inexistente en la práctica, con $e = L/6$; (b) Bóveda proyectada con una proporción $e = L/24$; esto equivale a un coeficiente geométrico de 6.

menos 2/3 de la altura de la bóveda. Esto conduce a bóvedas rebajadas por debajo de 1/4 (considerando la luz entre los arranques desde el relleno) que pueden tener espesores muy pequeños.

En la figura 11.7 se compara la proporción del arco o bóveda con y sin relleno. En (a) la bóveda sin relleno debe tener, para un coeficiente de seguridad de 3, un espesor $e/L= 1/6$. Desde luego no es una proporción habitual y sólo se encuentra, quizá, en arcos de pequeño tamaño (Martínez de Aranda la recomienda para arcos de entre 5 y 10 pies de luz; véase capítulo 5). En (b) se ha dispuesto un buen relleno hasta la mitad de la flecha; el relleno permitiría el paso de los empujes y, de hecho, el arco o bóveda está rebajado ligeramente por debajo del tercio. La proporción dibujada $e/L=1/24$ presenta un coeficiente de seguridad de aproximadamente 6. El macizado de los rellenos permite, pues, una reducción sustancial del espesor. Tiene además otras ventajas: 1) reduce el tamaño de los estribos (el empuje disminuye con el espesor); 2) la labra no tiene que ser tan perfecta pues el pequeño espesor de las dovelas permite que el ajuste se realice variando el espesor de las juntas; 3) se disminuye la luz de la cimbra que, además, debe soportar un peso menor.

Si el relleno alcanza los 2/3 de la flecha, como recomiendan numerosos manuales de construcción (véase, por ejemplo, Fray Lorenzo de San Nicolás, capítulo 8) el arco queda rebajado por debajo del cuarto y podría presentar una proporción $e/L = 1/46$, para un coeficiente geométrico de 3. Un valor típico, que se encuentra en bóvedas reales, puede estar entre $L/20$ y $L/35$ de la luz ($L/24$ en el caso, por ejemplo, de San Pedro de Roma según cita Frézier, véase capítulo 9). Por supuesto el material impone ciertos espesores mínimos: en piedra de sillería labrada, unos 20 cm; en rosca de ladrillo, medio pie, unos 15 cm. Para dimensiones usuales (luces entre 7–10 m) se aplican estos espesores constructivos. En el caso de las bóvedas tabicadas, el grado de rebajamiento y la disposición de los rellenos, hace que se consiga la misma seguridad geométrica que en los casos anteriores, para espesores del orden de $L/100$. El mismo tipo de consideraciones pueden hacerse para otros tipos de arcos o bóvedas de cañón (ojivales, carpaneles, elípticos) que se encuentran en la arquitectura histórica.

El proyecto proporcional, que se deduce directamente de la idea de arco límite, no despertó el interés de los teóricos que desarrollaron la teoría de arcos durante el siglo XIX. Esta propiedad no se menciona, quizá porque se considera evidente. Así, Navier en una de sus notas al tratado de puentes de Gauthey (1809) afirma, tras realizar un ejemplo de cálculo de una bóveda: «No es necesario, sin duda, señalar que los resultados que se obtengan . . . se aplicarán a todas las bóvedas semejantes a aquella para la que se ha realizado el cálculo». La única memoria en que se realiza un empleo sistemático de las propiedades de semejanza es la de Petit (1835) que suministra tablas para el cálculo de bóvedas circulares en las que se entra con la relación entre los radios de trasdós e intradós, obteniéndose el ángulo de rotura, el empuje y el espesor de los estribos, éste último como una fracción del radio del intradós. Las tablas de Petit fueron incluidas por este motivo en numerosos manuales de ingeniería y construcción de la segunda mitad del siglo XIX.

El arco «ideal»

Es interesante señalar la diferencia entre esta forma de plantear el problema y lo que podríamos llamar un enfoque «moderno», en el que la forma del arco toma la del antifunicular de las cargas. (Este enfoque tiene su origen, como se ha vis-

to en el capítulo 3, en la analogía entre arcos y cables propuesta por Hooke.) El arco catenario, quizá, pudiera tener un espesor menor que un arco tradicional de directriz circular o compuesta de segmentos circulares. Sin embargo, la forma es difícil de obtener en la práctica: no se puede trazar con procedimientos geométricos sencillos y es preciso calcular analíticamente las ordenadas o medirlas directamente sobre un modelo (como hacía Gaudí). Además, el radio de curvatura es variable y, si el arco se hiciera de cantería, cada dovela tendría un plantilla distinta.

El método seguido por los antiguos maestros es el siguiente: se toma como directriz del arco una curva de fácil replanteo y labra y, posteriormente, se carga este arco de forma que la línea de empujes se acerque lo más posible a la directriz. Éste es el efecto, como se ha visto, de macizar los rellenos: los arcos rebajados se vuelven cuasi-catenarios. (El concepto moderno asociado a este enfoque es el de línea de carga, véase capítulo 3.) Cuando el arco es apuntado, la discontinuidad de curvatura en la clave requiere un incremento de peso sobre ella, y este hecho era bien conocido por los constructores, como lo demuestra la práctica de la construcción y los comentarios realizados, por ejemplo, por Rodrigo Gil de Hontañón y el padre Tosca (cf. figura 9.1 más arriba).

El procedimiento tradicional de elegir formas simples para los arcos y después cargarlos para que adquieran la estabilidad requerida es más racional, pues conduce a una construcción más sencilla y económica. De hecho, siguiendo estas normas constructivas simples, el espesor de las bóvedas puede reducirse a los mínimos constructivos antes citados.[4] Sin duda los maestros llegaron a estas conclusiones de forma empírica, mediante la observación de los movimientos de la fábrica durante la construcción y el descimbramiento. En este sentido, la forma de colapso del arco o bóveda en cuestión puede ser muy indicativa (este aspecto se ha discutido ya en el capítulo 4). Un arco de espesor límite o inferior al límite, se agrietaría sobre la cimbra si ésta sufriera un pequeño cedimiento accidental o intencionado (las cimbras se solían ir aflojando durante la construcción). Si el arco es de medio punto o rebajado, figura 11.8 (a) y (b) los riñones tenderían a volcar hacia afuera, indicando la necesidad de macizar su trasdós para impedir el movimiento. Si el arco es apuntado, figura 11.8 (c) la clave tiende a levantarse y debe ser cargada; una vez equilibrada esa parte, los riñones tienden a volcar y re-

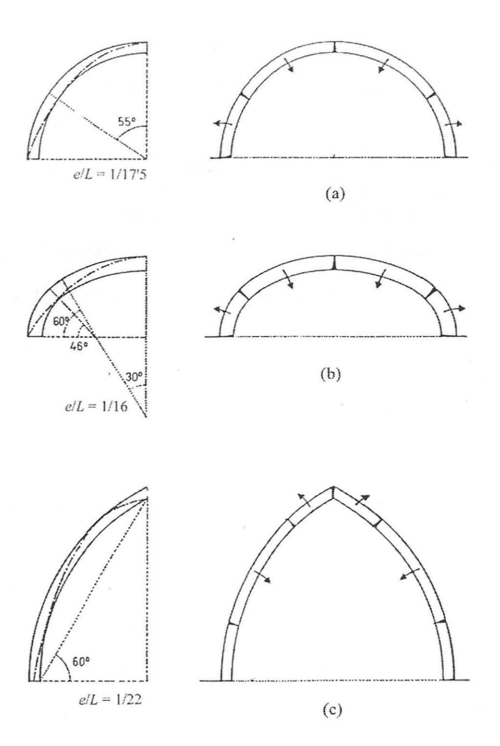


Figura 11.8
Esbelteces límite y formas de colapso de arcos típicos. (a) y (b) Los arcos de medio punto y rebajados (elípticos o carpaneles) colapsan por hundimiento de la clave y vuelco de los riñones. El relleno o macizado en esta zona estabiliza el arco, que puede ser más delgado; (c) Los arcos apuntados colapsan por levantamiento de la clave. La adición de una carga puntual estabiliza el arco.

quieren de nuevo un relleno en su trasdós. Este hecho era bien conocido por los constructores góticos pero apenas recibió atención en los estudios constructivos y estructurales del gótico de la segunda mitad del XIX, con la excepción de Mohrmann (Ungewitter 1890) y Hatzel (1849), figura 11.9.

Arcos de puentes: carga variable

Un puente no sólo debe soportar su propio peso, debe resistir también con seguridad el paso de vehículos y, a veces, de grandes pesos. Esto se puede tener en

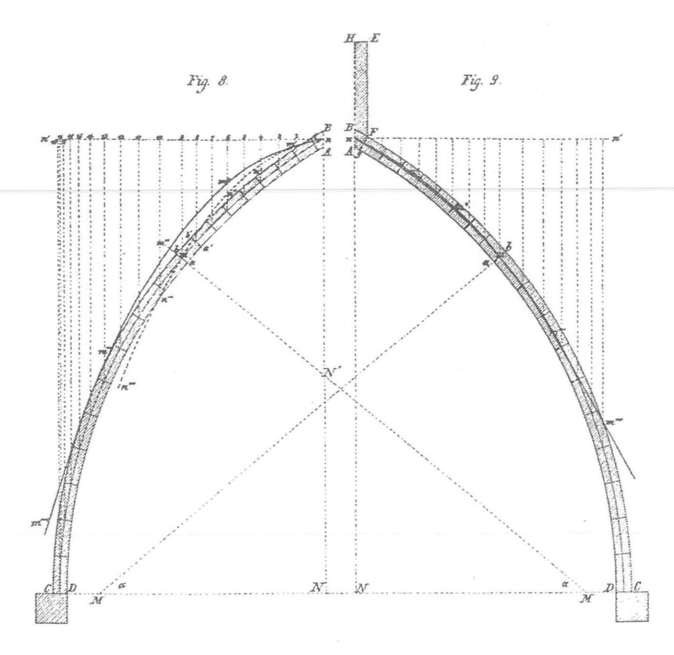


Figura 11.9
Método para estabilizar un arco apuntado. El arco apuntado de la figura tiene una esbeltez *e*/*L*=1/34. Sometido a su propio peso es inestable; véanse las líneas de empujes en la parte izquierda. Cargando la clave y macizando los riñones hasta la mitad obtenemos una línea de empujes que se confunde prácticamente con la directriz; véase parte derecha. (Hatzel 1849)

cuenta de diversas maneras. En puentes de carretera se puede considerar, por ejemplo, el paso de una cierta carga axial en cuchillo de un cierto valor o un cierto tren de cargas; en puentes de ferrocarril se suele considerar un tren de cargas. Resulta evidente que la forma de la línea de empujes se verá modificada por la acción de cualquier carga de cierta magnitud, del mismo modo que un cable pesante modifica su forma al añadirle una sobrecarga. El espesor debe ser tal que, en su peor situación, el arco mantenga un coeficiente geométrico de seguridad suficiente (digamos de 2). La deformación de la línea de empujes depende de la relación entre el peso del puente y la sobrecarga considerada. Esto implica que, para un cierto valor de la carga móvil, el puente será tanto más insensible a su acción, cuanto mayor sea su peso, esto es, su tamaño. Gautier y Perronet fue-

ron los primeros en ser conscientes de este hecho y publicaron tablas y reglas de proyecto que conducían a esbelteces menores al aumentar el tamaño (capítulo 9). Hasta entonces (al menos en los tratados) había regido la regla de Alberti (capítulo 6) que daba 1/15 de la luz al espesor de la rosca interior y 1/10 al arco de boquilla o aristón. Durante todo el siglo XIX (capítulo 10) se generalizó el empleo de reglas no proporcionales que conducían a mayores esbelteces al aumentar el tamaño.

Una primera aproximación al problema puede obtenerse aplicando los razonamientos derivados del Principio de Semejanza del análisis dimensional. No resulta difícil deducir que, para un cierto arco de determinada forma, si se supone el relleno del mismo material del arco, la carga de colapso (carga en cuchillo transversal, por unidad de longitud) será proporcional al peso específico y al cuadrado de las dimensiones del puente, esto es:

$$P_c = \gamma L^2 \Psi(\alpha_1, \alpha_2, ...)$$

donde γ es el peso específico del material por unidad de superficie, L es la luz del puente y Ψ es una función de factores de forma adimensionales α_i. Para todos los puentes de la misma forma la función Ψ tiene el mismo valor numérico. Así, las cargas de colapso de dos puentes semejantes del mismo material están en relación con el cuadrado de sus dimensiones lineales. Un puente de doble tamaño soportará una carga cuatro veces mayor; si la luz es el triple podrá soportar una carga nueve veces superior, y así sucesivamente. Esto demuestra que el empleo de reglas proporcionales conduce a puentes de grosores excesivos al aumentar el tamaño, para soportar el paso de una cierta carga máxima dada.

Pero, si es relativamente fácil estimar la carga de colapso de un puente si se conoce esta carga para un puente semejante, el problema de obtener el espesor para una cierta carga y tamaño es mucho más complejo. El factor de esbeltez (e/L) es uno de los factores de forma embebidos en la función Ψ y, además, esta función varía al cambiar la forma del puente, esto es, al variar su espesor (la variación de espesor puede modificar la posición de las articulaciones del mecanismo de colapso). Aun cuando se considerara que la función no varía, el factor de esbeltez no se puede despejar. Heyman (1982) ha obtenido el valor de esta fun-

ción para una geometría simplificada, y esto le ha permitido elaborar unas tablas para el cálculo rápido de los espesores límite en puentes.

Durante todo el siglo XIX se emplearon distintas reglas tratando de establecer una relación entre la esbeltez (e/L) y la luz L del puente. Las primeras reglas, siguiendo el modelo de la de Perronet, partían de una fracción de la luz y le añadían una cierta cantidad, que normalmente era el espesor mínimo constructivo. En la segunda mitad del siglo XIX se popularizaron las reglas que incluían la raíz cuadrada de una dimensión lineal, la luz o el radio de curvatura en la clave (véase capítulo 10). Si no aparecía ningún otro miembro en la ecuación, estas reglas tenían la forma:

$$e = k\sqrt{L}$$

donde e es el espesor en la clave, L es una cierta dimensión lineal del puente (luz o radio de curvatura en general), y k es una constante que depende de la forma y tipo de puente y de la unidad de medida de longitud (nótese que la fórmula no es dimensionalmente correcta). Esta fórmula implica que el cuadrado del espesor en la clave varía linealmente con el tamaño. Si un puente de una luz L tiene un espesor e, un puente de luz βL tendrá un espesor $e\sqrt{\beta}$.

En general, en este último tipo de fórmulas, la raíz cuadrada suministra un medio sencillo para establecer una relación no lineal entre dos variables, el espesor en la clave y la luz (o el radio de curvatura) del puente. La constante k se elige de manera que los valores de la fórmula se aproximen lo más posible a las dimensiones de una lista de puentes de distintos tamaños. Así lo reconocen expresamente los autores que primero las dedujeron como, por ejemplo, Trautwine (1860), Rankine (1862) o Dupuit (1870).[5] En ocasiones se añadía un segundo término, para adaptar mejor los resultados de la fórmula a la tabla de puentes considerada. Por ejemplo, Trautwine (1872) corrige su primera regla y Croizette-Desnoyers (1895) recomienda una regla análoga.

En la figura 11.10 se han dibujado algunas de las reglas no proporcionales que se han citado en la segunda parte de este libro, así como las reglas de Trautwine (1860) y Croizette-Desnoyers. También se ha representado la variación de la esbeltez en función de la luz para el análogo de un puente medieval

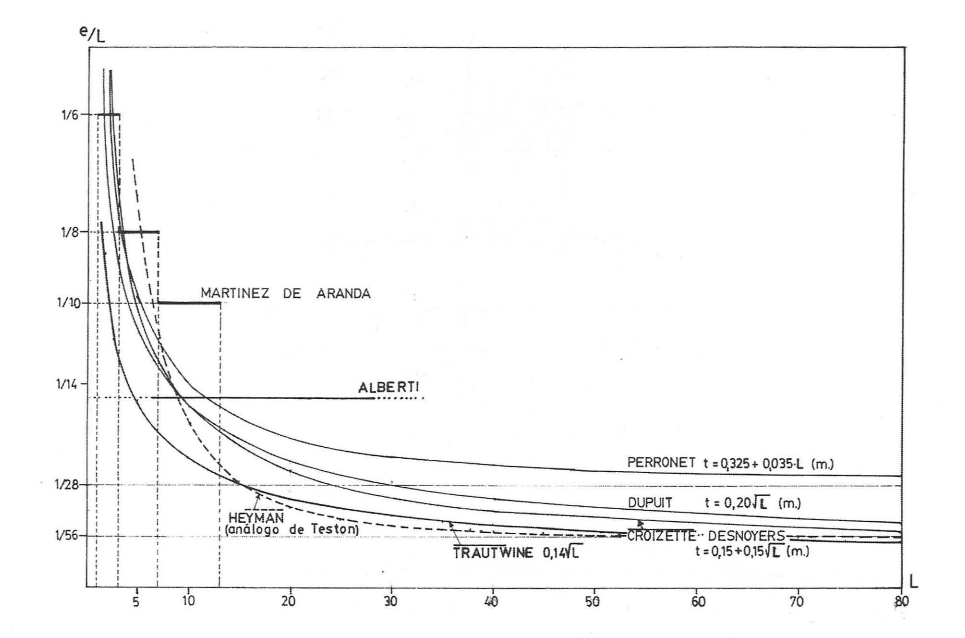


Figura 11.10
Reglas no proporcionales para el proyecto de puentes; las curvas expresan la relación entre la esbeltez *e*/*L* y la luz *L* (m). La influencia de la sobrecarga móvil disminuye a medida que aumenta el tamaño del puente, esto es, se puede disminuir el espesor de la rosca del arco. Las reglas son empíricas y recogen un ajuste de las dos variables en base a la observación de puentes existentes. A puntos se ha añadido la variación para un análogo del puente de Teston, aplicando la fórmula aproximada de Heyman.

(el puente de Teston), en base a la fórmula aproximada de Heyman (1982). En todos los casos el puente se hace más esbelto (*e*/*L* disminuye) a medida que aumenta la luz *L*.

Límites de tamaño

Por supuesto, la afirmación de resistencia de Galileo es cierta y las tensiones crecen linealmente con el tamaño, pero ya se ha visto en el capítulo 2 que los niveles de tensiones incluso en los más grandes arcos de fábrica están un orden o dos órdenes de magnitud por debajo de las tensiones de rotura. De hecho, el cambio



Figura 11.11
Proyecto de Leonardo da Vinci para un puente de 240 m de luz sobre el Cuerno de Oro en Estambul. Leonardo parece sólo preocupado por darle la forma correcta al puente, y por cómo ejecutar las cimbras. Stüssi (1953) ha realizado un análisis que demuestra que las tensiones serían aceptables para una fábrica ordinaria.

de tamaño no parece haber preocupado a los constructores del pasado a la hora de hacer un proyecto de dimensiones muy superiores a las existentes.

Un ejemplo histórico de gran interés es el proyecto de Leonardo da Vinci para un puente de 240 m de luz sobre el Cuerno de Oro en Estambul. Stüssi (1953) ha recogido los detalles de este episodio. Hacia 1502 ó 1503 Leonardo escribió una carta al Sultán turco diciendo que conocía su deseo de construir un puente sobre el Cuerno de Oro, y se ofrecía a elaborar un proyecto.[6] Las trazas del puente se encuentran entre los manuscritos del Instituto de Francia y se han reproducido en la figura 11.11. El puente presentaría un arco rebajado con una luz de 240 m y unos estribos de 60 m según la interpretación de Stüssi (esta última dimensión conduce a una relación estribo/luz de 1/4, que coincide con la regla de Alberti para los estribos de los puentes, véase capítulo 6). El espesor en la clave, a partir del dibujo, está entre 1/20 y 1/30 de la luz, que es una dimensión típica en arcos de edificios y de grandes puentes. El puente fue, pues, proyectado empleando las reglas de proporción habituales y Leonardo no introdujo ninguna modificación debido a su tamaño extraordinario.[7]

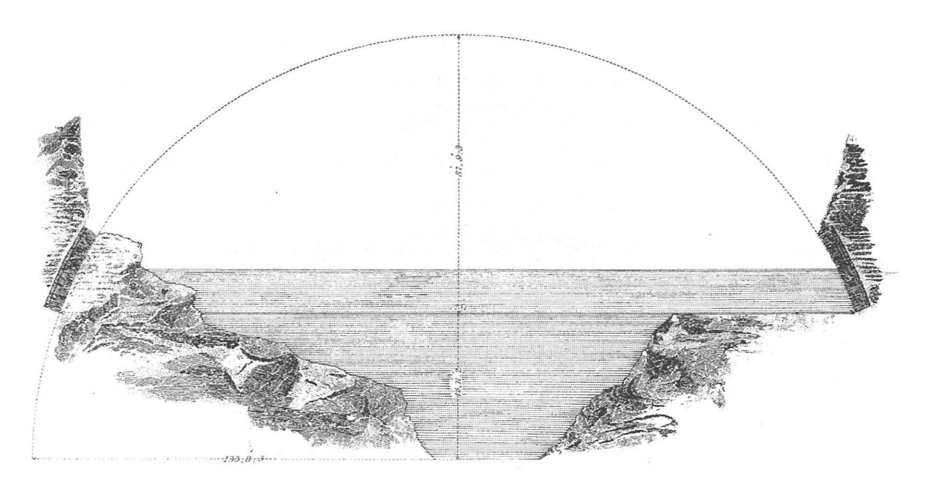


Figura 11.12
Puente sobre el río Adda en Trezzo. La luz libre de unos 72 m sólo fue superada después de 1900. El puente fue demolido por motivos militares cuarenta años después de su construcción. Los arranques permiten reconstruir con precisión su forma (Weale 1843)

Puentes de fábrica de esta luz nunca llegaron a construirse. No obstante, a lo largo de la historia se construyeron grandes puentes, con luces superiores a 40 m, y Sejourné (1913–16) realizó un exhaustivo inventario. Resulta interesante que el mayor puente construido antes de 1900 fuera un puente medieval: se trata del puente sobre el río Adda en Trezzo, construido entre 1370–77, y que fue demolido, al parecer por motivos militares, en 1416. Se conservan los arranques que permiten reconstruir su forma; se trata de un enorme arco escarzano de 72 m de luz (ca. 40 m de radio), rebajado entre 1/3 y 1/4 (los apoyos están a desnivel), y de un espesor constante cercano a 1/50 de la luz, figura 11.12. Cuatro siglos más tarde Perronet (véase capítulo 9) estuvo preocupado por la luz máxima que podría alcanzar un puente de fábrica y dedicó una memoria a este asunto, en la que afirmaba que sería posible construir puentes de hasta 500 pies (160 m) y presentó un proyecto para esta luz.

El problema de los límites de tamaño para los puentes en arco interesó a los ingenieros durante todo el siglo XIX y comienzos del XX. Telford y Douglass propusieron hacia 1800 la construcción de un gran puente en arco sobre el Támesis de 600 pies (180 m) de luz.[8] Aunque el material era el hierro fundido y no la

piedra, ambos materiales comparten la característica de poseer una buena resistencia a compresión y mala resistencia a tracción, y deben ser calculados según los mismos principios. De hecho en cualquier puente en arco rebajado —de fábrica, hierro fundido o madera— el funcionamiento es básicamente a compresión y las ecuaciones de equilibrio expresadas a través de la línea de empujes suministran la información más relevante. Así lo afirma, por ejemplo, Young (1851) cuando hacia 1816 escribe su análisis sobre el proyecto de Telford y Douglass. Análogamente, Tredgold (1870 [1820]) aplica también ideas derivadas del concepto de línea de empujes y trata específicamente el problema de los límites de tamaño de los puentes de madera.[9]

Volviendo a los puentes de fábrica, Dupuit (1870), por ejemplo, retoma el problema con referencia al proyecto del puente de 500 pies de Perronet, que considera viable, aunque sugiere algunas modificaciones. El puente de fábrica más grande construido durante el siglo XIX es el acueducto de Cabin John (1857–64), con una luz de 220 pies (67 m), una flecha de $57\frac{1}{4}$ pies ($^{1}/_{4}$ de la luz) y un espesor en la clave de 4,16 pies (1/53 de la luz). Las proporciones del puente son parecidas a las del puente medieval sobre el río Adda.

En el primer cuarto del siglo XX se produce un renovado interés por la construcción de puentes de fábrica de gran luz; esto resulta sorprendente pues este tipo de construcción había estado supuestamente en decadencia durante todo el siglo XIX.[10] Hacia 1905 se terminan los grandes puentes de Salcano (85 m) y Plauen (90 m), ambos de fábrica de piedra. No obstante, el material preferido empieza a ser el hormigón en masa, sin armado longitudinal, pero en ocasiones con un armado transversal para obtener secciones más ligeras en cajón. Se sucede la construcción de puentes en arco de grandes luces, quizá por motivos económicos de construcción y mantenimiento. En 1913 Freyssinet proyecta el viaducto de Bernand con 165 m de luz libre, de hormigón en masa, cuya construcción se vio interrumpida por la Primera Guerra Mundial. El propio Freyssinet (1921) consideraba unos años más tarde que se podrían ejecutar bóvedas de hormigón en masa de 340 m de luz y de hormigón armado de 600 m. Años más tarde, en una conferencia impartida en 1930, incrementa estas luces hasta 1.500 m, fijando la limitación por el coste de las cimbras. La luz más grande construida en fábrica (hormigón sin armadura longitudinal) corresponde al puente de Cai-

lle en Cruseilles (1928) con 139,8 m.[11] En hormigón armado, el puente de Gladesville, Australia, tiene una luz de 305 m, con una tensión máxima de 14 N/mm^2 (Baxter et al. 1965); el puente de Wanxian, en China, presenta una luz, récord, de 420 m.

Los cálculos para obtener los tamaños máximos de estructuras que soportan sólo su propio peso son sencillos de realizar. Las tensiones son función lineal del tamaño; así, para un cierto tipo de arco $\sigma = \gamma kL$, donde γ es el peso específico, L es la luz y k es una constante que depende de la forma de la estructura (para arcos rebajados, aproximadamente, $k = 1/2$). Las luces máximas son, por tanto, del orden de σ/γ y esta cantidad representa, como se ha visto en el capítulo 2, la altura límite que podría alcanzar una torre de sección uniforme construida de ese material. Las alturas límite de las fábricas están, digamos, entre 1 km y 6 km, y, aplicando un coeficiente de seguridad de 4, se obtienen las cifras suministradas por Freyssinet.

Transformación de arcos: el Teorema de la «proyección paralela» de Rankine

El proyecto de arcos de fábrica conduce a proporciones que son independientes del tamaño, esto es, a estructuras semejantes geométricamente. Sin embargo, la semejanza es un caso restringido de una relación geométrica más general entre figuras: la transformación afín, o, empleando la terminología de Rankine, la «proyección paralela». Rankine (1858) exploró un método, completamente original, de proyecto por transformación de estructuras. La idea es como sigue: sea una estructura dada que soporta unas ciertas cargas en virtud de un cierto conjunto de esfuerzos internos en equilibrio, que se han obtenido mediante un determinado análisis estructural; se realiza una transformación geométrica de la estructura y de las cargas, y se obtiene una nueva estructura sometida a un nuevo sistema de cargas; se busca obtener los esfuerzos internos en la nueva estructura a partir de los de la antigua sin tener que repetir el análisis. Rankine se limitó a estudiar el caso de las transformaciones afines, que él denominaba «paralelas».

Matemáticamente, la transformación afín se define de la siguiente manera: sea una figura cuyos puntos tienen coordenadas x, y, z respecto a unos ciertos ejes, rectangulares u oblicuos, una segunda figura definida respecto a otros ejes,

rectangulares u oblicuos, por puntos de coordenadas x', y', z' es una proyección afín o paralela de la primera si entre cada dos puntos homólogos, sus coordenadas cumplen las siguientes condiciones:

$$x' = \mathrm{a}x; \qquad \mathrm{y}' = \mathrm{b}y; \qquad z' = \mathrm{c}z$$

donde a, b y c son constantes.

Las proyecciones afines de las figuras planas y espaciales presentan un conjunto de propiedades geométricas. Estas propiedades permiten obtener conclusiones sobre la variación de longitudes, superficies y volúmenes, así como sobre sus centros de gravedad. También pueden aplicarse a la transformación de sistemas de fuerzas en equilibrio. En este último aspecto, Rankine enunció el siguiente teorema: «. . . si un sistema de fuerzas en equilibrio que actúa sobre un sistema de puntos, lo representamos por un sistema de líneas, entonces cualquier proyección paralela de este sistema de líneas representará un sistema de fuerzas en equilibrio». Rankine aplicó este enfoque para estudiar los efectos del cambio de forma sobre el equilibrio de los entramados triangulados de barras, los puentes colgantes y catenarias, los arcos y las estructuras de fábrica.

En relación con nuestro estudio nos interesa el teorema que enunció sobre la estabilidad de las «transformaciones de las construcciones formadas por bloques», que es de aplicación directa a las estructuras de fábrica. La prosa de Rankine no destaca por su claridad, aunque sí por su precisión.[12] Traduciendo al lenguaje común, el teorema establece que si una construcción formada por bloques que soporta la acción de un sistema de fuerzas representado por un sistema de vectores es estable, cualquier proyección paralela será también estable y presentará el mismo grado de estabilidad, bajo la acción de un sistema de fuerzas proyección del original. En efecto, la posición relativa de la línea de empujes respecto de las líneas (o superficies) de trasdós e intradós será la misma. Esto implica la posibilidad de obtener, dado un arco estable para un sistema de cargas, un número infinito de arcos estables.

Antes se ha enunciado la definición matemática de transformación afín. Para una figura plana es fácil encontrar una interpretación geométrica sencilla: dada una figura referida a dos ejes coordenados, cualquier proyección afín puede reducirse a la combinación de las tres transformaciones básicas de contracción, estira-

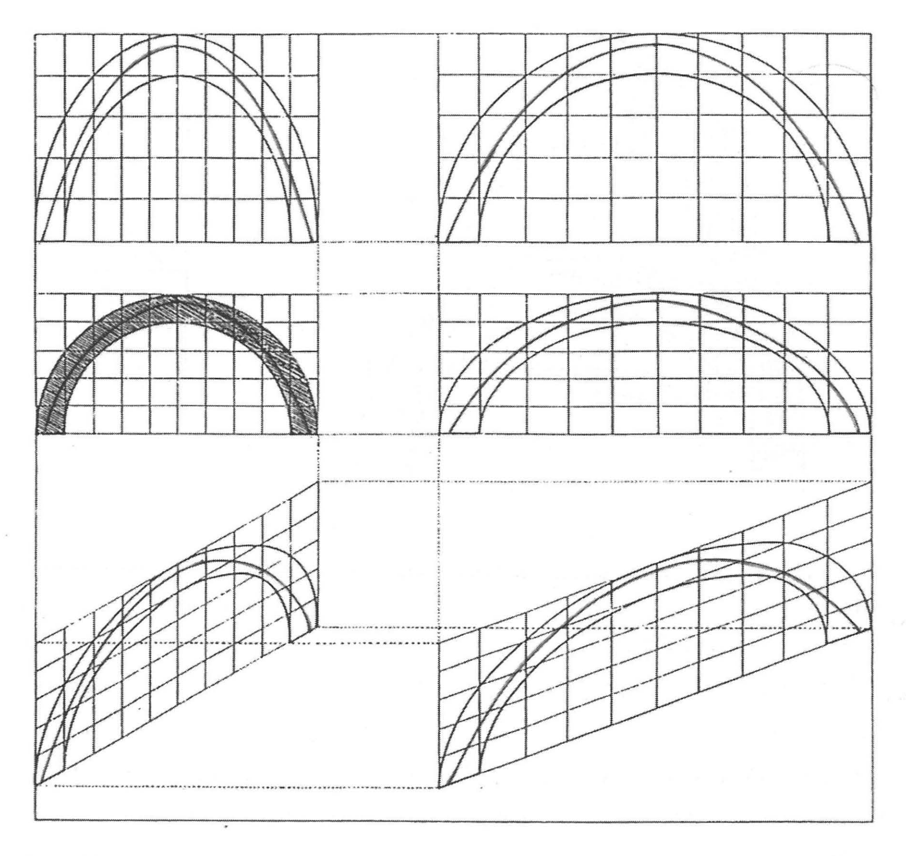
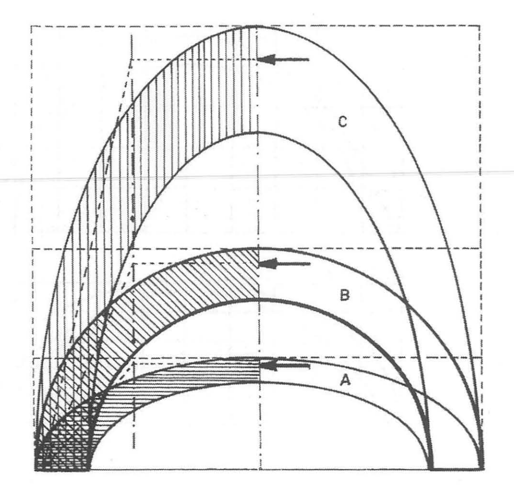


Figura 11.13
Transformación afín o paralela de arcos. Rankine (1858) demostró que si un arco (o cualquier estructura) de fábrica era estable, presentando una línea de empujes en su interior, cualquier transformación afín del arco produciría un arco con el mismo grado de estabilidad, cuya línea de empujes sería la transformación afín de la anterior. Cualquier arco estable se puede emplear para generar infinitos arcos estables afines entre sí. En la figura se presentan las transformaciones básicas: contracción, estiramiento y esviaje.

miento y esviaje. Como se ha visto en el capítulo 3, éstas son las operaciones básicas para transformar líneas de empujes en equilibrio. Para que la operación sea correcta basta con que los pesos asociados se transformen de la misma manera que las rectas (vectores) que los representan y esto queda asegurado por las propiedades de las transformaciones afines de superficies y sólidos. En la figura 11.13 se



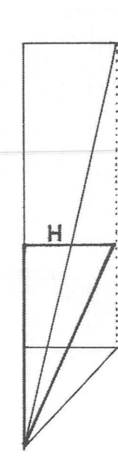


Figura 11.14
Transformaciones afines de un arco de medio punto. Se ha tomado como base el arco de medio punto B. Los tres arcos presentan el mismo empuje horizontal, pero el arco rebajado A pesa la mitad, y el arco peraltado C el doble, que el arco original. A la derecha se han dibujado los polígonos de fuerzas correspondientes.

han representado estas transformaciones básicas y algunas combinaciones de ellas. Como el arco original es estable cualquier proyección afín tiene el mismo grado de estabilidad.

Se pueden extraer conclusiones rápidas sobre la variación de los empujes y, también, sobre el estado tensional. Por ejemplo, los tres arcos representados en la figura 11.14 producen un empuje que tiene la misma componente horizontal, si bien su inclinación varía considerablemente. El arco A contiene la mitad de material que el arco B y el arco C, el doble. De hecho, el polígono de fuerzas se ha transformado también, y las consideraciones anteriores se comprueban visualmente en el diagrama dibujado a la derecha. Por supuesto, las tensiones varían; en este caso, tomando como referencia la tensión en la clave del arco B, la misma tensión es doble en A y la mitad en C. Pero las tensiones no son relevantes en el proyecto de estructuras de fábrica, y el método de la transformación afín es perfectamente válido.

Los antiguos constructores parecen haber tenido un conocimiento intuitivo del teorema de Rankine. Así, las formas obtenidas en la «arquitectura oblicua» de

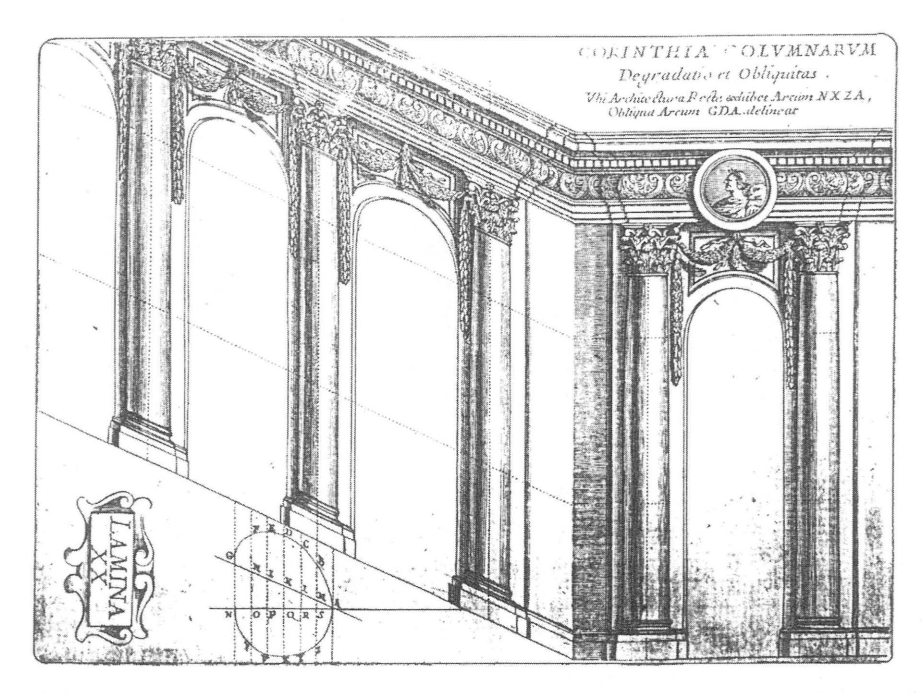


Figura 11.15
Arquitectura oblicua para adaptar la arquería a la pendiente de una escalera. (Caramuel 1678). Las arcadas oblicuas sobre la escalera tienen la misma estabilidad que las asentadas sobre el suelo horizontal.

Caramuel (1678) tienen el mismo grado de estabilidad que sus homólogas en la «arquitectura recta»; en la figura 11.14, las arcadas de la escalera presentan la misma estabilidad que las del piso horizontal.

Las enormes ventajas prácticas que se deducen del teorema de transformación de Rankine parecen haber pasado prácticamente desapercibidas. Las menciones a un enfoque de este tipo son raras y se refieren, todas ellas, al caso particular de los arcos o bóvedas de cañón. Por ejemplo, el ingeniero militar americano Woodbury (1858) compiló unas tablas para el cálculo de bóvedas simétricas de cañón de medio punto con distintas cargas (bóveda exenta, con relleno horizontal, con relleno formando pendiente); propuso obtener los empujes de las correspondientes bóvedas elípticas, rebajadas a 1/4 a partir de las anteriores, realizando una contracción, figura 11.16. Woodbury parece creer que la propiedad se limita a las

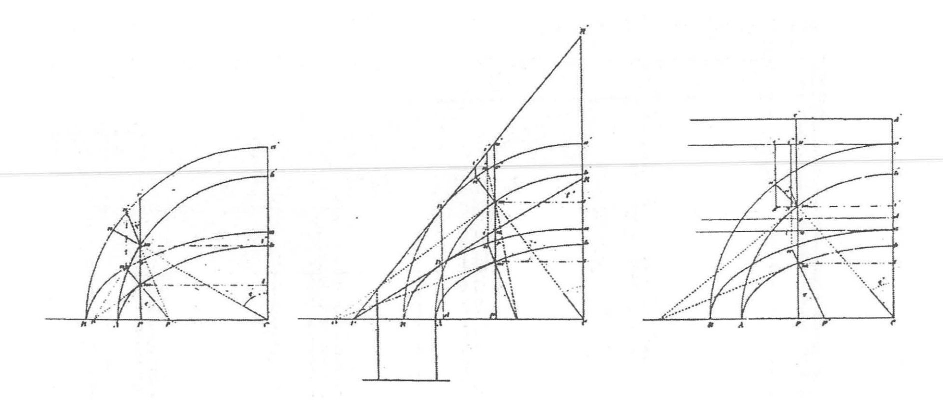


Figura 11.16
La transformación afín de arcos y bóvedas fue empleada raramente en la ingeniería práctica. Woodbury (1858) la aplica en la obtención del empuje de bóvedas elípticas de flecha mitad de las correspondientes de medio punto, para los tres casos de la figura.

bóvedas elípticas. Föppl (1881) dedica un apartado al caso más elemental de transformación afín de cualquier tipo de arcos en su plano. Unos años más tarde vuelve sobre el tema (Föppl 1897); lo considera como descubrimiento suyo y se maravilla de que no se haya empleado con anterioridad: «. . .este sencillo y cómodo método parece haber pasado inadvertido hasta el momento». Es realmente sorprendente que el descubrimiento de Rankine, cuyo manual fue enormemente popular, pasase totalmente desapercibido.

Finalmente, hay que señalar que el problema del deslizamiento en las juntas es independiente. Puede ocurrir que las juntas en la estructura transformada conduzcan al incumplimiento de la condición de imposibilidad de fallo por deslizamiento. Para solucionarlo, bastaría con modificar las juntas sobre la estructura transformada. De nuevo, Rankine es explícito también ante este problema: «La cuestión de si la nueva estructura obtenida por transformación poseerá *estabilidad de rozamiento*, es un problema independiente, que se resolverá calculando la inclinación de cada una de las presiones [empujes] transformadas con relación a la junta sobre la que actúan». Y prosigue: « . . . en la mayor parte de los casos se podrá asegurar la estabilidad de rozamiento, sin alterar apenas la

estabilidad de posición, variando la inclinación de la junta . . . hasta que su plano quede suficientemente cerca del perpendicular a la presión originalmente calculada».[13]

Sobre el proyecto de estribos

Un arco o bóveda se construye normalmente sobre unos machones de fábrica o estribos que reciben su empuje. La cara interior de los estribos suele ser vertical; la cara exterior puede ser vertical o presentar una serie de retallos. Aunque el conjunto arco-estribo se podría estudiar como un arco, lo más usual es analizar la estructura en dos partes: el arco, que empuja, y los estribos, que deben resistir este empuje. El arquitecto o ingeniero analizará primero el arco y decidirá cuál es el empuje (de entre los infinitos comprendidos entre el empuje mínimo y el máximo) que utilizará a la hora de calcular el estribo. De esta manera, el empuje del arco tiene una magnitud, dirección y punto de aplicación conocidos, y el problema del estribo es isostático: las ecuaciones de la estática bastan para hallar los esfuerzos en cualquier sección. Quizá esta aparente sencillez sea una de las razones por las que la teoría científica de estribos de fábrica se ha considerado una parte secundaria de la teoría de estructuras de fábrica. Desde luego, esto no era así para los constructores formados en la teoría tradicional, para los que el problema del cálculo de los estribos era el fundamental, pues de ellos depende la seguridad de toda la obra.

En lo que sigue se harán algunas consideraciones sobre el proyecto de estribos que servirán para comprender el cálculo tradicional de estribos y la validez de las reglas empleadas. Se discutirán primero los estribos simples, cuya sección se mantiene constante en el sentido de la nave, que soportan arcos o bóvedas de cañón. Después, se estudiarán los estribos compuestos, donde el muro está reforzado a intervalos con contrafuertes.

Estribos simples para arcos y bóvedas de cañón

La mejor exposición de una teoría general de estribos de fábrica se encuentra en Rankine (1858). En lo que sigue, con el fin de reducir al máximo el aparato matemático, se considerará que la sección crítica se encuentra en la base del estribo

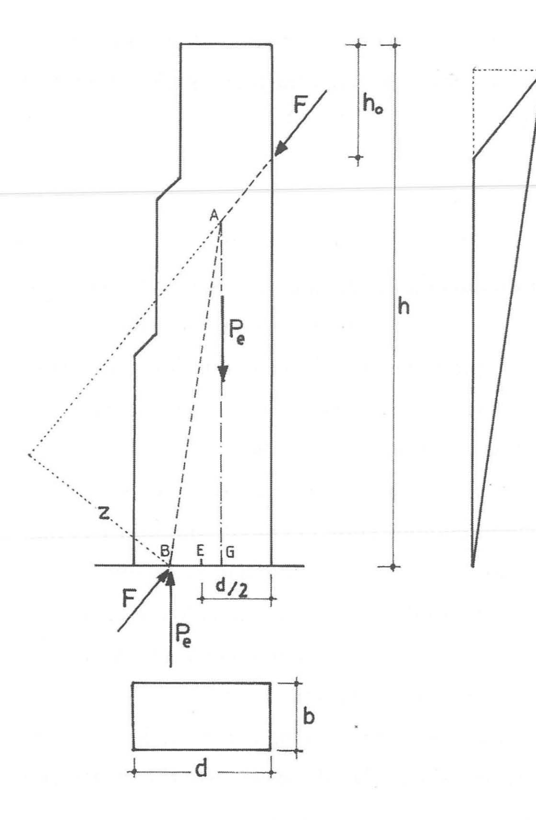


Figura 11.17
Estribo simple que recibe un empuje cerca de su cabeza. El empuje desplaza el peso del estribo una cierta distancia horizontal. La estabilidad suficiente se obtiene limitando este desplazamiento. El polígono de fuerzas de la derecha representa el equilibrio global: nótese que para estribos esbeltos, el peso del estribo debe ser varias veces superior al de la estructura que soporta.

(si el estribo presenta retallos puede haber una sección crítica intermedia). Sea un estribo de sección cualquiera, y con un ancho b en sentido normal al plano del papel. La cara interior del estribo es un plano vertical. En su cabeza actúa una cierto empuje F, procedente de un arco o bóveda, de un arbotante o de una armadura de cubierta. La magnitud, posición y dirección del empuje se suponen conocidas. El estribo tiene un peso P_e, que podemos considerar aplicado en su centro de gravedad, cuya vertical pasa a una distancia $q'd$ (= EG) del punto medio de la base de espesor d. El resto de las dimensiones se han representado en la figura 11.17.

Estableciendo el equilibrio del sólido libre de todo el estribo, el efecto de la acción del empuje es un par de fuerzas que produce un momento Fz que desplaza el peso del estribo una cierta distancia horizontal BG. Este desplazamiento estará

limitado, para que el estribo tenga una estabilidad suficiente, a una cierta distancia BE = qd (siguiendo la notación de Rankine) a partir del centro de la sección, determinada por el coeficiente geométrico c elegido ($q = 1/(2c)$), véase capítulo 4), de manera que BG = $d(q + q')$. A la derecha se ha dibujado el polígono de fuerzas correspondiente; nótese que, para una fuerza dada, la inclinación de la resultante depende de la forma del estribo y del coeficiente geométrico de seguridad considerado. Esta inclinación determina el peso del estribo que, como puede verse en la figura, siempre es varias veces superior al de la bóveda.

Rankine define el *momento de estabilidad* del estribo como el momento que hay que aplicarle para desplazar su peso hasta la posición límite compatible con una seguridad suficiente. (Los valores posibles del coeficiente geométrico de seguridad de los estribos se han discutido en el capítulo 4; para evitar la fractura del estribo, $c \geq 3$, i.e. $q \leq 1/6$.) Por tanto, el momento de estabilidad vale

$$P_e d\,(q + q') \qquad (1)$$

pero el peso del estribo se puede expresar en la forma

$$n\gamma hbd \qquad (2)$$

donde γ es el peso específico de la fábrica, h es la altura del estribo y n es un número (de hecho, una función de forma, que tiene un valor numérico para cada figura) que depende de la forma del estribo y de los ángulos que forman entre sí las dimensiones h, b y d, es decir, los ángulos de los ejes rectos u oblicuos a los que puede referirse la forma del estribo. Sustituyendo esta expresión en la ecuación (1) obtenemos la expresión general del momento de estabilidad

$$M_e = n\,(q + q')\,\gamma hbd^2. \qquad (3)$$

El factor $n\,(q + q')$ es un factor numérico que depende únicamente de la forma de la estructura y de las inclinaciones de los ejes de referencia elegidos. Por tanto, para estribos de una misma clase, el momento de estabilidad es proporcional al peso específico γ, a su altura h, a su ancho b y al cuadrado de su espesor d.

La ecuación de equilibrio para una estabilidad suficientemente segura (y hay que repetir que se está considerando la sección de la base como crítica) es

$$M_e = F\,z$$

Supongamos ahora que la fuerza F tiene dos componentes H y V, horizontal y vertical respectivamente, y que está aplicada a una distancia h_0 del extremo superior del estribo. Expresemos $h = h_0 + x$, para estudiar el efecto de la variación de la altura. La ecuación de estabilidad suficiente toma la forma

$$n\,(q + q')\,\gamma\,(h_0 + x)\,bd^2 = Hx - Vd\,(q' + {}^1/_2) \tag{4}$$

dividiendo ambos miembros de la expresión por x

$$n\,(q + q')\,\gamma\,((h_0/x) + 1)\,bd^2 = H - V(d/x)\,(q' + {}^1/_2).$$

Cuando x tiende a infinito

$$n\,(q + q')\,\gamma\,bd^2 = H \tag{5}$$

y el valor del espesor d tiene un valor finito.

En el caso de un estribo rectangular $n = 1$ y $q' = 0$. Para $b = 1$, esto es, una rebanada de una bóveda de cañón que produce un empuje H uniforme por unidad de longitud, la expresión queda

$$d = \sqrt{\frac{H}{q\gamma}} = \sqrt{\frac{2cH}{\gamma}}$$

donde c es el coeficiente geométrico de seguridad elegido. Para la situación de colapso $c = 1$, y se obtiene

$$d = \sqrt{\frac{2H}{\gamma}} \tag{6}$$

que es, precisamente la expresión deducida por Danyzy en 1732 (véase capítulo 9; Danyzy toma implícitamente $\gamma = 1$)

La expresión (5) nos puede servir para discutir la validez del carácter de algunas de las reglas tradicionales de cálculo de estribos que se han estudiado en la segunda parte de este libro. En muchos casos, la regla daba el espesor del estribo de un arco o bóveda de cañón como una fracción de la luz, obteniéndose esta fracción aritmética o geométricamente. Para una cierta bóveda de un determinado perfil y espesor, soportando un cierto relleno, su empuje horizontal será una fracción de su peso total y podrá expresarse, para una luz L, en la forma

$$H = \Psi \gamma' b\, L^2$$

donde γ' es el peso específico y Ψ es una función de forma de parámetros adimensionales.

Sustituyendo en (4)

$$n\,(q + q')\,\gamma\, bd^2 = \Psi \gamma' b\, L^2$$

de donde

$$\frac{d}{L} = \sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma}\;\frac{\Psi}{n(q+q')}} \tag{7}$$

y el segundo término es otra función de forma que depende de la geometría de la bóveda y del estribo, de sus respectivos pesos específicos, y del coeficiente geométrico de seguridad adoptado. Para cada caso concreto (por ejemplo, una bóveda de medio punto de ladrillo soportada por unos estribos rectangulares de sillería), la citada función de forma toma un valor numérico, que se puede expresar, para mayor comodidad en el proyecto, en forma fraccionaria. Por tanto, el empleo de fracciones simples para calcular los estribos es un procedimiento perfectamente válido y racional. Por supuesto, el emplear el valor límite del estribo de altura infinita conduce a un cierto sobreespesor, pero, de hecho, para los intervalos usuales de variación de la altura del estribo en relación con la luz de la bóveda las diferencias son pequeñas: la línea de empujes se hace prácticamente asintótica con la vertical a partir de una altura igual a la luz, como se verá más adelante.

Se podrían realizar, ahora, verificaciones concretas de cada una de las reglas, pero no tiene sentido entrar en tanto detalle, dado que cada regla es válida en un contexto determinado: para un tipo de bóveda y construcción de fábrica. Como se ha discutido en el caso de los arcos, el coeficiente de seguridad embebido en la regla proporcional debe considerar multitud de factores. En el caso de los esbeltos estribos de las iglesias, como se ha visto en el capítulo 4, el requisito más importante es evitar, no ya que vuelquen, sino que se produzcan desplomes apreciables.

Para ilustrar el problema examinaremos dos casos. En primer lugar, el de una bóveda de cañón soportada por dos muros-estribo de sección rectangular. En segundo lugar, el caso de una arcada que soporta un muro.

BÓVEDA DE CAÑÓN SOBRE ESTRIBOS RECTANGULARES: En la figura 11.18 (a) se ha dibujado una bóveda de cañón de medio punto sobre estribos rectangulares. (La bóveda tendrá un relleno en la zona de los riñones que no se ha tenido en cuenta para simplificar los cálculos.) Se considerará como bóveda la parte ABCD cuyo peso llamaremos P_b; el triángulo ABF formará parte del estribo, si bien se desprecia su peso; simplemente sirve para transmitir el empuje de la bóveda F_b hasta el estribo. Para un cierto espesor e la línea de empuje mínimo se hará tangente en una sección definida por un cierto ángulo, la «junta de rotura». Si se considera que la dirección del empuje es la de la tangente al intradós de la bóveda en dicho punto, lo que es muy aproximadamente cierto, queda determinada su magnitud ($F_b = P_b/\text{sen}\ \alpha$) y su punto de aplicación sobre el estribo (es sencillo deducir que EF $= (L/2)\ \text{tg}\ (\pi/4 - \alpha/2)$).

Podemos, ahora, aplicar la ecuación (4) para obtener el espesor del estribo de una cierta altura h para una bóveda de espesor e, cuya junta de rotura se produce para un ángulo α a partir de la clave. El valor de α depende del espesor, pero el error es muy pequeño, en el cálculo del estribo, si se toma $\alpha = 60°$. Se considerará que bóveda y estribo están hechos del mismo material, y que el estribo es completamente macizo. Como espesor de la bóveda se tomará un valor «típico» de $L/20$. En la gráfica de la derecha, figura 11.18 (b), se ha dibujado la relación entre el estribo y la luz, d/L, en función de la relación altura de los arranques/luz (definida por el parámetro β), para distintos valores del coeficiente geométrico

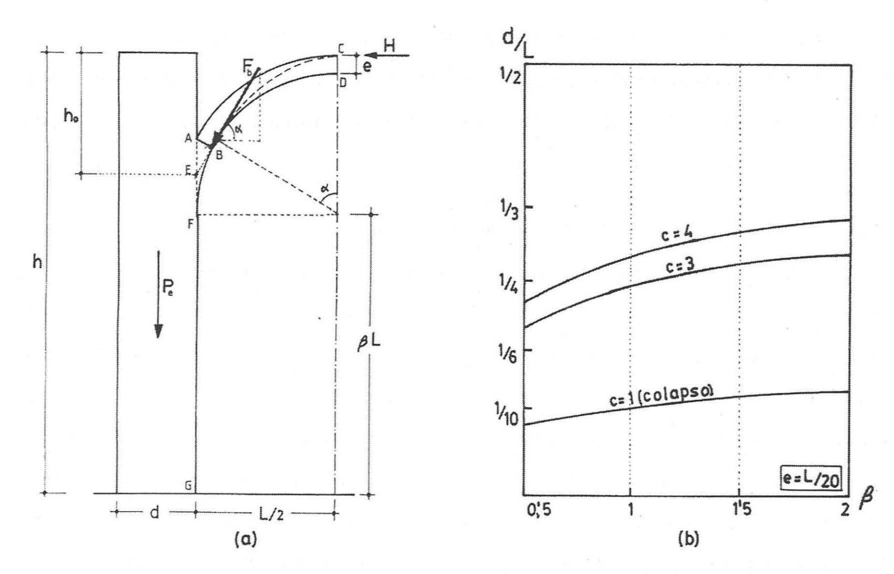


Figura 11.18
Estribo rectangular uniforme para una bóveda de cañón seguido. Se ha considerado un espesor de la bóveda de *L*/20. En el gráfico de la derecha se han representado los valores de la relación estribo/luz, *d*/*L*, en función de la relación entre la altura y la luz, para distintos coeficientes geométricos de seguridad *c*.

de seguridad *c*. Para $c = 1$ es la situación de colapso; los valores de $c = 3$ y $c = 4$ son los recomendados en el caso de estribos esbeltos de edificación. Para este tipo de bóvedas de cañón, la altura suele estar comprendida entre 1 y 1,5 veces la luz. Nótese que, considerando este intervalo, las gráficas son sensiblemente horizontales; esto justifica el empleo de reglas que no consideran la altura del estribo. Puede verse que la regla «gótica» de dar al estribo 1/4 de la luz (citada por Rodrigo Gil de Hontañón y que resulta de aplicar la regla geométrica nº 1; véase capítulos 5 y 7), queda ligeramente por debajo del coeficiente de 3. Además, en un caso real, el muro de estribo no sería completamente macizo, tendría ventanas, y, por otra parte, la fábrica del muro, con su relleno de cascote, presentaría un peso específico medio quizá un 20% más pequeño que el de la sillería de la bóveda; ambas circunstancias desplazarían las gráficas de la figura 11.18 (b) hacia arriba. Los resultados del cálculo confirman, pues, que la regla gótica nº 1

no se debe aplicar al proyecto de bóvedas de cañón, como ya hizo notar, entre otros, García Berruguilla (capítulo 9). La regla de *L*/3 citada en numerosos manuales de los siglos XVI al XVIII proporciona, sin embargo, una seguridad suficiente.

ESTRIBO DE UNA ARCADA: En la arquitectura histórica es típico el caso de una arcada: una serie de arcos que soportan un muro superior trasdosado horizontalmente. La arcada puede estar situada en la planta baja formando un pórtico cubierto o, quizá, en la coronación de una torre. En el caso anterior la bóveda se soportaba a sí misma; en este caso el muro superior constituye un peso considerable. En las pilas intermedias los empujes de los arcos adyacentes se equilibran; la situación más crítica se produce en el extremo de la arcada, donde el machón debe hacer de estribo. Este problema, el del estribo extremo de una arcada, parece haber sido el que preocupaba a Rodrigo Gil de Hontañón (capítulo 7), que construyó arcadas en las fachadas y torres de sus edificios renacentistas, pero que nunca empleó bóvedas de cañón para cubrir espacios. Palladio (capítulo 6) trató específicamente el tema del proyecto de arcadas y disponía de reglas que aplicó en el proyecto de sus edificios y también en dictámenes periciales.

Desde un punto de vista estructural, el problema de la arcada es el de un arco que soporta un muro superior, rematado horizontalmente. En la figura 11.19 (a) se han dibujado los parámetros esenciales: para una luz $L = 2r$, el arco tiene un espesor e y el espesor total en la clave (incluyendo arco y muro) vale e_o. En un principio se puede suponer que el arco es la estructura y que el muro actúa, simplemente, como un relleno superior, del mismo peso específico que el arco. Puede calcularse ahora el empuje mínimo, que correspondería a la línea de empujes que pasa por el borde superior de la clave del arco y se hace tangente al intradós en la junta de rotura. La dirección del empuje en ese punto es, muy aproximadamente, la de la tangente y, como antes, conocida la junta de rotura podemos calcular el empuje de la bóveda.

El considerar el muro como un simple relleno que carga verticalmente puede ser demasiado conservador. De hecho, el muro suele estar construido de buena sillería y permite la formación de arcos de descarga en su interior, que reducirían el empuje, y, además, aumentarían su inclinación. Ambos factores reducirían el

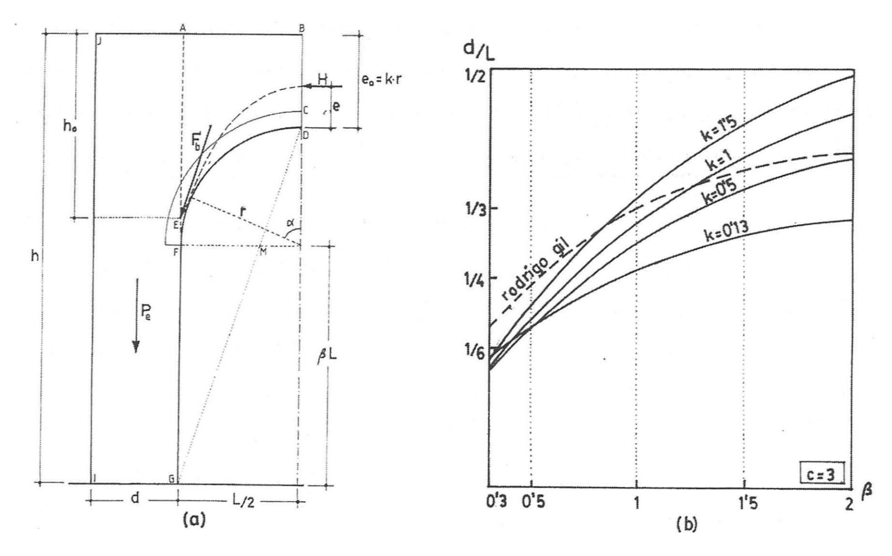


Figura 11.19
Estribo rectangular uniforme para una arcada que soporta un muro de trasdós horizontal. Se ha considerado que el muro es de buena calidad y que la línea de empujes puede salirse del espesor del arco. Se ha calculado el valor de *d*/*L* (estribo/luz) para distintos valores de la altura del muro. En línea de puntos se ha trazado el resultado de aplicar la regla geométrica nº 4 de Rodrigo Gil de Hontañón.

espesor del estribo calculado. (Estos arcos de descarga se manifestarían en forma de agrietamientos en el muro, para un pequeño cedimiento de los estribos.)

Así, pues, para realizar un cálculo menos conservador se puede suponer que la línea de empujes se sale del arco y se transmite en la parte superior a través de la fábrica del muro. En el caso extremo, se podría considerar que toca el borde superior del muro; un valor razonable podría ser suponer que pasa por encima de la clave a 1/3 de la flecha del arco (esto equivale a imaginar la formación de un arco en la fábrica de $e = r/3$). En esta última hipótesis se han dibujado en la figura 11.19 (b) las gráficas de la relación d/L para ciertos valores del espesor total e_o (expresado como una fracción del radio, $e_o = kr$), para un coeficiente geométrico de seguridad $c = 3$. Se han tomado los valores «típicos» de $k = 0,5$, $k = 1$ y $k = 1,5$. Se ha dibujado, también, la misma curva para el caso $e = e_o = L/15$ ($k = 0,13$). Este último caso corresponde, más que a una arcada, a un puente de fábrica sometido

a peso propio ($L/15$ corresponde al espesor en la clave según Alberti, capítulo 6). Las alturas h se han tomado entre $0{,}3L$ y $2L$. En el caso de una arcada los valores típicos estarán entre L y $1{,}5L$. En el caso de los puentes la altura de las cepas o estribos no suele llegar a $0{,}5L$ (de las reglas de Alberti se deduce implícitamente que $h < 0{,}5$, cf. figura 6.3).

Como se ha visto en el capítulo 7, Rodrigo Gil de Hontañón se interesó por el problema del estribo para una cierta arcada que soporta un muro de determinada altura. Sus reglas geométricas nº1 y 2, parecen recoger proporciones de casos reales, ya sean arcadas de ensayo o tomadas de edificios existentes. Su regla geométrica nº 4 (cf. figura 7.15) parece resumir la conclusión de sus investigaciones; la regla da como espesor del estribo la distancia FM, figura 11.19 (a), determinada por la recta que une la clave con los arranques del estribo. La regla conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{d}{L} = \frac{\beta}{2\beta + 1}$$

que se ha representado en línea de trazos en la figura 11.19 (b). Como se puede ver la concordancia es bastante buena; Rodrigo Gil parece haber encontrado, finalmente, lo que buscaba: «sacar Raçon del estribo que abrá menester una qualquiera forma [arco]». Por otra parte, las reglas de Palladio (estribo de $L/3$, llegando en ocasiones a $L/2$) están plenamente justificadas.

En cuanto a los puentes, la regla de Alberti decía que la pila debía estar comprendida entre $L/4$ y $L/6$. Puede verse que, efectivamente, para alturas inferiores a la mitad de la luz, la regla puede aplicarse con seguridad a las cepas o estribos de los puentes sometidos a su peso propio.

Sobre la forma «ideal» de los estribos simples

En la arquitectura tradicional existe una gran variedad de formas de estribos. En algunos casos son de sección rectangular, en otros presentan un perfil variable con una serie de variaciones de sección o retallos. Las disposiciones con retallos introducen una cierta complicación constructiva: en particular, es preciso impedir la entrada del agua en esos puntos. En todos los casos la cara interior del estribo es un plano vertical.

El proyecto «ideal» de un estribo supone adaptar su forma a la trayectoria de la línea de empujes con un mínimo de material, para un cierto grado de estabilidad. Para un estribo proyectado de esta forma, en cada sección, la línea de empujes debe pasar a una distancia qd (esto es, $d/(2c)$ para un coeficiente geométrico de seguridad c) del centro de la sección correspondiente de espesor d. Moseley (1843) parece haber sido el primero en plantearse este problema y escribe las ecuaciones para un estribo gótico con retallos. Rankine (1858) da la forma general de la ecuación correspondiente para el espesor de un estribo de sección variable y estabilidad uniforme. Otra opción es buscar la forma del estribo tal que la línea de empujes pase por el centro de la sección (manteniendo la cara interior vertical), obteniéndose una distribución uniforme de tensiones. Esta condición lleva, por supuesto, a un gasto muy superior de material; dado que las tensiones no son relevantes, la solución tiene un interés puramente teórico. Finalmente, se puede considerar el intradós curvo y buscar la forma «ideal» de un estribo cuya línea media coincide con la línea de empujes; el estribo toma entonces la forma de un arco rampante. Mohrmann en su edición revisada de Ungewitter (1890) comenta esta posibilidad (sin deducir la ecuación correspondiente),[14] véanse las *Figs.* 343 y 347 en la figura 11.20. Finalmente, Milankovitch (1910) publicó un artículo donde se resuelven magistralmente todos los problemas matemáticos asociados al proyecto de estribos. Como es natural, en la construcción práctica, si bien la economía de material es un factor importante, no es el único, y la sencillez de ejecución, con el consiguiente ahorro de mano de obra, y el mantenimiento posterior, son factores que pueden influir decisivamente. Así, los estribos teóricamente «ideales» en la figura 11.20, presentarían grandes dificultades constructivas: la forma es difícil de calcular y replantear, y la ejecución requiere del empleo de una cimbra.

No es este el lugar para realizar un detallado estudio matemático sobre la relación entre el equilibrio, la forma y la economía del material en el proyecto de estribos, pero sí parece pertinente comentar la característica ya citada, a saber, la existencia de retallos (formas aproximadamente trapezoidales). El concepto de momento de estabilidad de Rankine, que constituye una característica del estribo independientemente del empuje, puede servir para realizar algunas consideraciones sencillas.[15] Una primera aproximación se puede obtener estudiando la in-

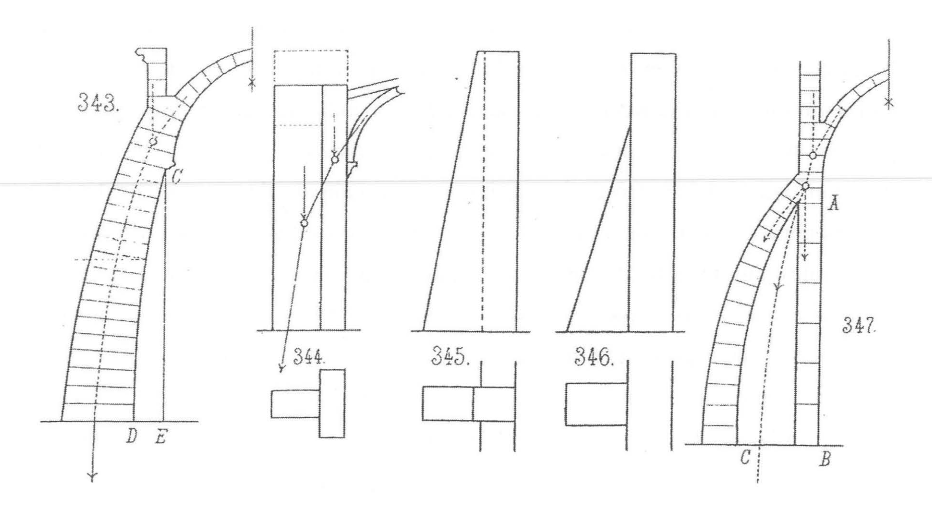
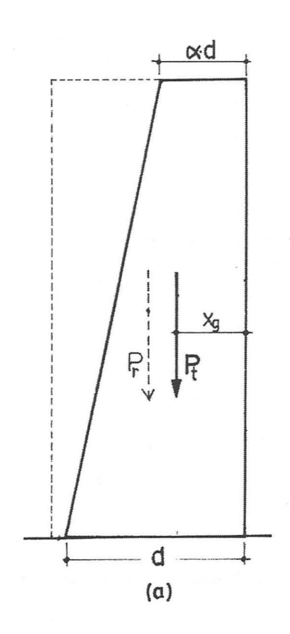


Figura 11.20
Formas de estribos góticos según Ungewitter (1890). El estribo de la fig. 343 tiene la forma de la línea de empujes y es, teóricamente el «ideal». El inconveniente del intradós curvo se puede solucionar disponiendo una pared ligera como en la fig. 347. Las otras formas, de sección rectangular o trapezoidal (que representa la existencia de retallos) son, sin embargo, constructivamente más racionales.

fluencia de la inclinación de la cara exterior del estribo, lo que equivale a un escalonado uniforme.

En primer lugar, se puede comparar el volumen de material de un estribo rectangular con otro de sección trapezoidal (de la misma altura), que presente el mismo momento de estabilidad. Esa relación se ha representado en la gráfica de la figura 11.21. Las ordenadas son el factor de forma α que define la inclinación de la cara exterior (el empuje se supone aplicado desde la cara vertical interior); en las abscisas se representa la relación entre el peso del estribo trapezoidal P_t y el del estribo rectangular equivalente P_r, para coeficientes de seguridad geométricos de 3 y 4. El resultado quizá sea sorprendente: una ligera inclinación de la cara exterior (quizá mediante retallos a distinta altura) conduce a un ahorro notable de material.[16]

En la figura 11.22 se han representado cuatro estribos que presentan el mismo volumen de fábrica, habiéndose tomado como referencia el estribo rectangular (a). Los estribos (b) y (c) son inventados; el estribo (d) corresponde al ábside de la



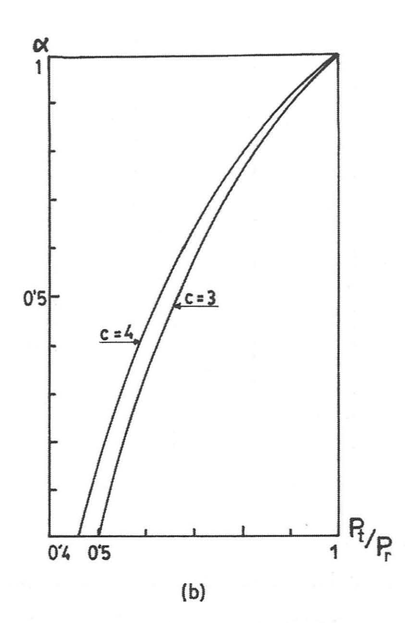


Figura 11.21
Comparación de la eficacia entre la forma rectangular y trapezoidal de los estribos. (a) Parámetros de forma: estribo rectangular (a puntos) y estribo trapezoidal del mismo momento de estabilidad. (b) Relación entre el peso del estribo trapezoidal y del rectangular equivalente (esta relación depende del coeficiente geométrico de seguridad considerado y se han dibujado para $c = 3$ y $c = 4$). Nótese el notable ahorro de material a que conduce la forma trapezoidal.

iglesia de Vétheuil (Viollet-le-Duc 1854–68, vol. 4, 296). Si se toma como 1 el valor del momento de estabilidad del estribo rectangular, los momentos de estabilidad de los estribos (b), (c) y (d), valdrían 1,71, 1,63 y 2,18, respectivamente. Si se quisiera reducir su momento de estabilidad a la unidad, habría que dividir sus espesores (realizar una contracción en horizontal) por el inverso del cuadrado de las citadas cantidades, ya que el momento de estabilidad es proporcional al cuadrado del espesor (cf. ecuación (3) más arriba). Su espesor se multiplicaría, pues, por 0,76, 0,78 y 0,68, respectivamente, y el volumen de material disminuiría en la misma proporción.

Así, pues, la adición de retallos a un estribo incrementa considerablemente su estabilidad y el empleo de este tipo de disposición, muy extendido en el gótico,

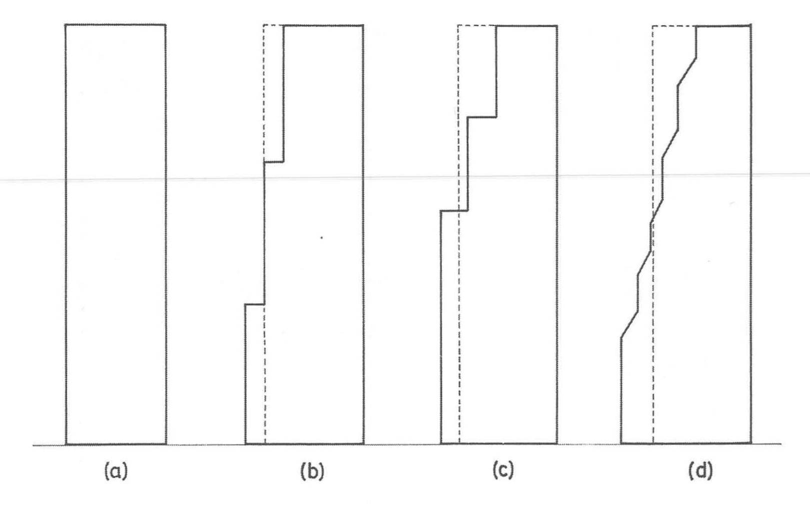


Figura 11.22
Estribos de igual área y distinta forma; los momentos de estabilidad varían de forma notable. Si se toma como 1 este valor en la situación (a), el momento de estabilidad de (b) valdría 1,71, de (c) 1,63 y de (d) 2,18.

está plenamente justificado dentro del principio de «economía» que parece haber regido el proyecto medieval. Aunque los retallos no sean muy pronunciados el ahorro puede ser apreciable. Ungewitter (1890) da como inclinación media de la cara exterior de los estribos góticos 1:20. Para un estribo «típico» de espesor en cabeza $L/4$ y altura $1{,}5L$, siendo L la luz de la nave, esto conduce a $\alpha = 0{,}77$, con un ahorro de material de casi un 20%. Para una altura igual a la luz, $\alpha = 0{,}83$ y el ahorro es del 15%. Por supuesto, los maestros góticos no podían medir con precisión estas cantidades, pero sí conocían el efecto beneficioso de disponer retallos que aumentaran el espesor del estribo desde los arranques de la bóveda hacia abajo. Así, Rodrigo Gil tras exponer su regla para estribos (capítulo 7) advierte que las cantidades obtenidas «an de quedar en lo supremo, o superior y de arriua, y en lo vajo, o inferior, se be a de añadir, para taludes, y demas adornos».[17]

Estribos compuestos

Se han estudiado los estribos simples, cuya sección es uniforme. Esta disposición corresponde a los muros-estribo continuos y los estribos exteriores o botareles

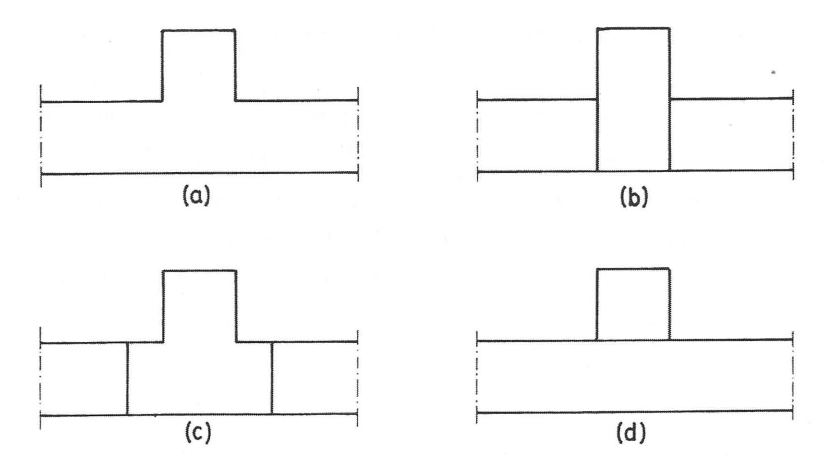


Figura 11.23
Posibles situaciones de enjarje entre muro y estribo a la hora de calcular el momento de estabilidad de un estribo compuesto: (a) estribo compuesto monolítico; (b) estribo y muro independientes; (c) estribo con parte de muro enjarjado; y (d) contrafuerte añadido a un muro continuo.

exentos, que reciben el empuje de los arbotantes. En general, el estribo es «compuesto» y consiste de un muro continuo reforzado a intervalos mediante contrafuertes. El estribo compuesto puede recibir un empuje uniforme por unidad de longitud (bóveda de cañón seguido) o el empuje puede estar concentrado en determinadas zonas (bóvedas de arista, bóvedas de cañón con lunetos). En ambos casos la mayor parte del empuje total es resistido en la zona cercana a los contrafuertes, más rígida, transmitiéndose la carga uniforme hacia ellos mediante la formación de arcos de descarga en el interior del muro. Existen, pues, distintas maneras de considerar la transmisión de los empujes a través del estribo compuesto.

El enfoque más extendido ha sido considerar el tramo «típico», el contrafuerte con la parte correspondiente de muro a ambos lados, como un sólido monolítico que soporta el empuje total actuante en dicho tramo. El sistema de estribo tiende a girar alrededor de la arista exterior de los contrafuertes, figura 11.23 (a). Se supone, pues, que los contrafuertes y el muro están firmemente trabados y que toda la construcción es homogénea. Sin embargo, en general, mientras que la zona de los contrafuertes es de buena fábrica (muchas veces de grandes bloques

de sillería) que se prolonga en el espesor del muro, el muro entre los contrafuertes presentará la construcción habitual de dos paramentos que encierran un relleno de cascote. Si la unión entre muro y contrafuerte es débil, la situación se ha representado en la figura 11.23 (b). Si hay un buen enjarje entre la zona del contrafuerte y el muro, una parte de éste formará cuerpo con el contrafuerte, figura 11.23 (c). Finalmente, si los contrafuertes se han añadido a un muro construido previamente estaríamos en la situación descrita en la figura 11.23 (d). En las situaciones (b), (c) y (d) cada una de las partes que componen el estribo tiende a girar respecto a su correspondiente arista exterior.

El momento de estabilidad del estribo compuesto será, entonces, para un cierto coeficiente geométrico de seguridad, la suma de los momentos de estabilidad de las partes en que se imagina dividido. Resulta obvio que pueden existir grandes diferencias de una situación a otra. A modo de ejemplo, para las proporciones dibujadas en la figura 11.23, y considerando un coeficiente geométrico $c = 3$, si tomamos el momento de estabilidad de la situación (a) como la unidad, los momentos de estabilidad en las situaciones (b), (c) y (d), valdrían, 0,44, 0,62 y 0,35. La situación (d) puede descartarse en la práctica, y sólo se presenta como un mal refuerzo en algunas obras de consolidación.

Las cifras son elocuentes: si la situación (a), el considerar el estribo compuesto como un monolito puede ser excesivamente optimista, la situación (b) de un muro entre estribos simples será, para las proporciones usuales demasiado conservadora. Como se ha dicho, tradicionalmente se ha supuesto el estribo como un monolito. Rankine (1858) consideró la situación (b) y Saavedra (1868) matizó este enfoque teniendo en cuenta una cierta resistencia a cortadura («cohesión») en la sección de contacto. De hecho, es la consideración de un cierto enjarje entre muro y estribo, situación (c), la que parece representar más correctamente el funcionamiento de una estructura real.

La cuestión es determinar qué longitud del muro permanece unida al estribo simple. El problema es complejo y, dada la irregularidad de los materiales y de la unión, es teóricamente casi inabordable. La verificación de las reglas de proyecto de estribos compuestos se enfrenta, pues, a una dificultad casi insuperable. Para vencerla, se deberían realizar ensayos sobre estructuras reales para estudiar el comportamiento del estribo compuesto en las distintas soluciones. Pero esto es,

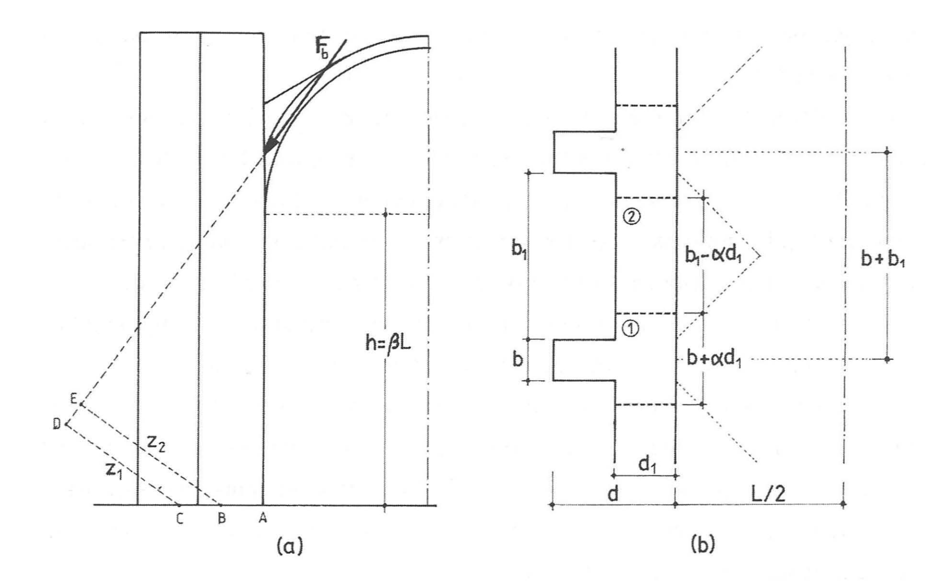


Figura 11.24
Estribo compuesto proyectado según las reglas de Fray Lorenzo de San Nicolás. El parámetro α determina la parte de muro que se considera firmemente enjarjada al muro.

precisamente, lo que hicieron los antiguos constructores, que registraron sus observaciones en forma de reglas de proporción. Así, llegados a este punto debemos invertir el proceso. Se investigará cuál debe ser el alcance del enjarje para que se cumplan, de forma aproximada, las reglas de proyecto tradicional. Éste es el estudio que realizaremos a continuación con referencia a las reglas de proyecto de Fray Lorenzo de San Nicolás.

Reglas de Fray Lorenzo de San Nicolás: Fray Lorenzo dio la serie más completa de reglas para el proyecto de estribos compuestos de iglesias cubiertas con bóvedas de piedra, de rosca de ladrillo y tabicadas (véase capítulo 8). Consideraremos el primer caso de las bóvedas de piedra. La forma del estribo compuesto se ha dibujado en la figura 11.24. Para una nave de luz L, el espesor del muro será $d_1 = L/6$, el ancho del contrafuerte 2/3 del espesor del muro ($b = L/9$), y la separación libre entre contrafuertes $b_1 = L/2$. El espesor del estribo d (incluyendo el muro) será igual o mayor que $L/3$. Las bóvedas empleadas por Fray Lorenzo eran

de cañón con pequeños lunetos y su empuje se aproxima mucho al de una bóveda de cañón seguido.

Calcularemos, ahora, el valor del espesor d del estribo para distintos grados de enjarje del estribo en el muro (situación (c) de la figura 11.23). Resulta conveniente expresar la zona de enjarje en función del espesor del muro, siendo su longitud total αd_l, figura 11.24 (b). Se considerará como variable únicamente el espesor d del estribo; los otros parámetros (b, b_l, d_l) son función de la luz. Para un tramo de longitud ($b + b_l$) la bóveda producirá un cierto empuje inclinado total F_b, figura 11.24 (a). Este empuje será resistido en parte por el estribo (con las zonas de muro enjarjadas) y en parte por el muro. El cómo se produce este reparto puede ser «elegido» por el analista. Para un cierto valor del coeficiente geométrico de seguridad c, el momento de estabilidad del estribo compuesto será la suma de los momentos de estabilidad de las partes ① y ② en la figura 11.24 (b),

$$M_e = M_{el} + M_{e2}$$

El valor de M_{e2} es función de parámetros conocidos y podemos hallar la parte del empuje de la bóveda resistida por el muro ②, que valdrá M_{e2}/z_2. El resto del empuje total de la bóveda deberá ser resistido por el estribo, lo que conduce a la ecuación

$$M_{e1} = \left(F_b - \frac{M_{e2}}{z_2}\right) z_1 \; ;$$

se trata de una ecuación de segundo grado en d, que se resuelve sin dificultad.

Nos interesa obtener los valores de la relación d/L, en función de la altura del estribo $h = \beta L$, para distintos valores de α. Los cálculos se han realizado para una bóveda de cañón seguido de un espesor típico de $L/20$ (cf. figura 11.18). Los resultados se han representado en la figura 11.25, para dos coeficientes geométricos de seguridad, $c = 3$ y $c = 4$. Aunque el cálculo se ha realizado para alturas de estribo entre 0,5L y 2L, Fray Lorenzo es explícito en cuanto a que sus reglas se refieren al caso $h = L$. Puede verse que, si se toma como referencia la regla de Fray Lorenzo de dar al estribo $L/3$, o poco más, la hipótesis de Rankine ($\alpha = 0$) resulta demasiado conservadora, pues lleva a estribos mayores que la mitad de la

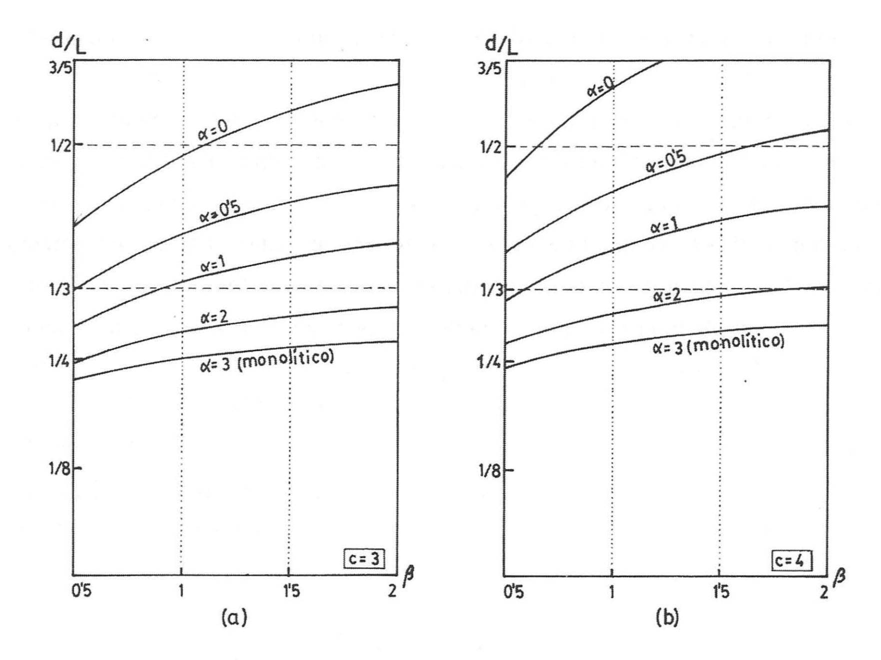


Figura 11.25
Variación de la relación entre estribo y luz (*d*/*L*) para distintos valores de la relación altura/luz (= β), en función del grado de enjarje del muro en el estribo (cf. figura 11.25). (a) Para un coeficiente geométrico de 3; (b) para un coeficiente geométrico de 4. Nótese que para $\alpha = 1 - 1{,}5$, se verifica muy aproximadamente la regla del tercio de Fray Lorenzo de San Nicolás.

luz. Por otro lado, el suponer el estribo monolítico (para este caso, $\alpha = 3$) conduce a estribos del orden de *L*/4 que no se encuentran en este tipo de edificios. Esta proporción, que es a la que conduce la aplicación de la regla de Blondel (véase capítulo 8), fue considerada insuficiente, incluso peligrosa, por diversos autores en los siglos XVII y XVIII (por ejemplo, García Berruguilla, véase capítulo 9). Un valor de α entre 1 y 1,5 parece adecuado, y podría emplearse en la peritación de estribos de iglesias existentes. Comparando ambas gráficas se observa que el aumento de la seguridad geométrica desplaza las curvas hacia arriba, conduciendo a estribos más gruesos en relación con la luz.

Otras reglas estudiadas en la segunda parte de este libro podrían compararse con las gráficas de la figura 11.25. Por ejemplo, la regla de Plo y Camín (véase

figura 9.8) conduce, para un perfil semicircular y altura igual a la luz, a una relación $d/L = 1/2{,}73$ que corresponde a un grado de enjarje $\alpha = 1$, para un coeficiente geométrico de 4, o bien de $\alpha = 0{,}5$, para un coeficiente geométrico de 3. La regla de Plo es más conservadora que la de Fray Lorenzo y esto no implica que ninguna de las dos sea más o menos correcta. Las reglas recogían de forma aproximada proporciones estables. Era finalmente el maestro quien, en función de las características de la obra, decidía la proporción de los estribos; las reglas servían de orientación y no podían aplicarse fuera de un contexto determinado.

COLAPSO DE ESTRIBOS COMPUESTOS: El colapso de los estribos compuestos es un tema enormemente complejo. La formación de superficies de fractura entre muro y estribo depende mucho de la constitución interna, que es extraordinariamente irregular en la construcción tradicional de fábrica. Así, mientras que la carga de colapso de un estribo simple sometido a la acción de un empuje en cabeza podría calcularse con cierta precisión (véase capítulo 4), la carga de colapso del estribo compuesto varía enormemente en función de posibles fracturas de cortante entre muro y estribo, como se acaba de ver. Si se conocieran las superficies de fractura muro-estribo, se podrían aplicar a las distintas partes el mismo enfoque que para los estribos simples, calculando los correspondientes planos de rotura,[18] pero aquéllas como se ha dicho son muy difíciles, si no imposibles, de predecir. Las variaciones son muy grandes y el analista cuenta como mejor referencia con las reglas del cálculo tradicional y el estudio de edificios existentes.

Nótese que los fallos por cortante son de naturaleza «frágil». La estructura pierde así la «ductilidad» necesaria para que sean de aplicación los teoremas fundamentales del análisis límite: por ejemplo, con referencia a la figura 11.23, el que se encuentre una situación de equilibrio para la situación (c), no implica que el estribo no pueda fallar según (b) ó (d), en función de su construcción y estado actual. Sin duda, este es otro de los factores que influyen en el empleo de elevados coeficientes de seguridad para el caso de los estribos.

Transformación afín de bóvedas sobre estribos

El teorema de Rankine se aplica también al caso de los estribos y de los sistemas bóveda-estribo. En la figura 11.26 se ha representado una transformación por es-

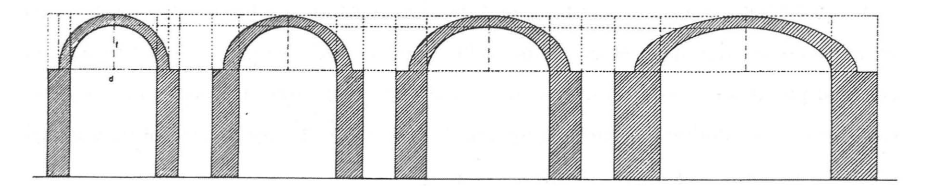


Figura 11.26
El teorema de transformación afín de estructuras de fábrica de Rankine se aplica también a los sistemas bóveda-estribo. En la figura se ha realizado un estiramiento en sentido transversal, que no modifica las condiciones de estabilidad. La situación respecto al deslizamiento debe ser verificada en cada caso.

tiramiento en sentido transversal. Todas las bóvedas presentan el mismo grado de estabilidad (en este caso, dadas las proporciones del estribo, algo precarias). La proporción entre estribo y luz se mantiene y esto podría parecer que contradice el aserto tradicional de que los arcos rebajados empujan más. De hecho, el estribo se hace proporcionalmente menos esbelto en relación con la altura y ambas cosas se compensan. El método de la transformación afín conduce a infinitas estructuras estables, todas de la misma clase, pero no cualesquiera. Así, las relaciones entre las distancias verticales permanecen invariables, por ejemplo, la relación entre la flecha del arco o bóveda y la altura de los estribos. Si esta relación variara, la estructura original no permite un nuevo proyecto por transformación. Sin embargo, una gráfica como la de la figura 11.18, donde se da el estribo para distintas relaciones de altura/luz para bóvedas de medio punto, permitiría calcular todas las bóvedas elípticas en ese rango de relaciones altura/luz, simplemente estirando o contrayendo el diagrama. Finalmente, hay que advertir de nuevo que el problema del posible deslizamiento es independiente y deberá ser comprobado. Si existiera peligro de fallo por deslizamiento podría resolverse variando la inclinación de las juntas en la zona correspondiente o añadiendo peso.

Estribos de puentes

En el caso de edificios, sometidos a su propio peso y cuyas bóvedas presentan un espesor que es una cierta fracción de la luz, el problema de la estabilidad es proporcional y las reglas que dan el espesor del estribo como una fracción de la luz

son racionales. En el caso de los puentes el empleo de reglas no proporcionales para el cálculo del espesor de las bóvedas y, sobre todo, la posible acción de una sobrecarga variable, hace que el cálculo del estribo no sea proporcional. No obstante, una vez fijadas las dimensiones de la bóveda y el valor de la sobrecarga, el cálculo del estribo es un problema isostático.

Las reglas proporcionales, del tipo de las de Alberti, sólo son válidas dentro de un cierto rango de luces. Sin embargo, es preciso hacer notar que el empleo de reglas proporcionales va a favor de seguridad, pues las reglas de proyecto de arcos conducían a espesores menores al crecer el tamaño y, además, la influencia de la sobrecarga (supuesta constante) disminuye rápidamente al aumentar la luz. Los estribos de los puentes se hacen, pues, proporcionalmente más esbeltos al aumentar el tamaño del puente. Esta característica aparece recogida por primera vez en las tablas empíricas de Gautier (1717), y está implícita en las tablas calculadas por Perronet ca. 1750 (véase capítulo 9). Durante el siglo XIX se elaboraron también reglas empíricas no-proporcionales para el proyecto de estribos, esencialmente del mismo tipo que las empleadas para el cálculo del espesor en la clave (capítulo 10). Las reglas emplean fracciones o la raíz cuadrada (o ambos recursos) para relacionar dos variables, la luz y el espesor del estribo, que no varían linealmente, y son del tipo correcto.

Bóvedas de fábrica: análisis de equilibrio

Agrupamos bajo la denominación de «bóvedas» todas las estructuras arqueadas espaciales. Como Heyman ha señalado, los teoremas fundamentales del análisis límite pueden aplicarse también a este tipo de estructuras, siempre que se verifiquen las hipótesis básicas correspondientes del material y que no exista inestabilidad local o global. En particular, es de especial utilidad el teorema de la seguridad: si es posible encontrar un estado de esfuerzos internos de compresión en equilibrio con las cargas, la bóveda es segura, no se caerá. Es posible, pues, centrarse en el estudio de las posibles situaciones de equilibrio que satisfacen las propiedades del material, ignorando las condiciones de contorno.

El arco de fábrica es una estructura hiperestática que admite infinitas soluciones de equilibrio: en un arco estable es posible dibujar infinitas líneas de empu-

jes. Las bóvedas tienen un grado hiperestático muy superior y existen infinitas situaciones de equilibrio que, como se verá, pueden corresponder a esquemas de funcionamiento muy diversos. El analista elegirá, entre estas infinitas posibilidades, la que mejor se adapta al estudio en cuestión.

El teorema de la seguridad permite el empleo de lo que Heyman ha denominado la técnica o método «de los cortes» (que es, en esencia, un método de equilibrio) y que fue empleado en el análisis de bóvedas desde mediados del siglo XVIII (véase la primera parte y el apéndice A de este libro): el teorema de la seguridad ha dado rigor teórico a un método que fue empleado con éxito durante más de dos siglos. La técnica consiste en imaginar la bóveda dividida en una serie de partes (en general, arcos) cuyas reacciones están en equilibrio y son todas de compresión. Si las líneas de empujes están, además, contenidas dentro de la fábrica, la solución de equilibrio obtenida es «segura» y la bóveda no se hundirá. Por supuesto, no tiene sentido hablar de una solución «real» o «verdadera», pues, como en el caso de los arcos, la historia de carga, cualquier pequeña variación de las condiciones de contorno, los cambios de temperatura, impactos accidentales, etc., pueden modificar la situación de equilibrio. Los mismos argumentos que se discutieron en este sentido para los arcos en el capítulo 4, son de aplicación para el caso de las bóvedas de fábrica. La ventaja consiste, principalmente, en reducir un problema «espacial», la bóveda, a un problema «plano», el arco, pudiéndose aplicar las herramientas y métodos de análisis de los arcos. Por supuesto, el equilibrio general es un equilibrio espacial, pero las condiciones de simetría de las bóvedas más usuales hacen que las composiciones de fuerzas sean sencillas y que el analista pueda «ver» el equilibrio global con facilidad.

Estudiaremos a continuación, por separado, los dos tipos más importantes, la cúpula y la bóveda de crucería, con vistas a sacar conclusiones sobre las reglas empíricas de proyecto.

Cúpulas

El arco, o la bóveda de cañón, es un estructura «plana» y hace falta sólo una cierta familia de cortes que lo dividan en «dovelas» (los cortes pueden coinci-

dir o no con las juntas reales) para obtener sus posibles estados de equilibrio, representados por las correspondientes líneas de empujes. La forma del arco y las cargas que soporta determinan la forma de las líneas de empujes, que son todas de una misma clase: son afines entre sí. Dado que ambas formas, la del arco y la de las posibles líneas de empujes, no tienen por qué coincidir, los arcos de fábrica deben poseer un espesor finito. Este espesor debe admitir también posibles variaciones de la situación de equilibrio por la adición de cargas accidentales, o la acomodación a posibles movimientos que modifiquen su geometría.

Una cúpula (generada quizá por la rotación de un semiarco alrededor de un eje, aunque hay muchas formas de cúpulas) es una estructura espacial. Para analizarla necesitamos dar dos familias de cortes que, de forma habitual, son cortes según los planos meridianos y paralelos en las cúpulas de revolución. Las «dovelas» de la cúpula, así cortadas, pueden recibir esfuerzos no sólo según las caras meridianas, como los arcos, sino también en las caras paralelas, figura 11.27. Esta propiedad de resistir cargas en dos direcciones del espacio hace a las cúpulas mucho más estables que los arcos y permite, por ejemplo, la apertura de óculos y la construcción sin cimbra. Como se ha visto en el capítulo 6, Brunelleschi y Alberti eran bien conscientes de esta característica esencial de las cúpulas. La mayor estabilidad de las cúpulas en relación a los arcos llevó a afirmar a un conocido historiador inglés de la arquitectura que «la cúpula es, en sí misma, una forma tan perfecta que, tan difícil es hacer una cúpula que se caiga, como construir un arco que se sostenga» (Fergusson 1859).

Soluciones de membrana

La posibilidad de generar esfuerzos según las cuatro caras de un cierto elemento de cúpula, permite «dirigir» espacialmente las cargas de infinitas maneras. Es posible, por ejemplo, hacer que todos los esfuerzos (resultantes de tensiones) sean tangentes a la superficie media de la cúpula. A diferencia de los arcos, no es preciso un espesor finito para acomodar la transmisión de esfuerzos (la línea de empujes) y es posible encontrar soluciones de equilibrio sobre una superficie. Estas soluciones reciben el nombre de soluciones de «membrana», y se pueden encontrar en todas las estructuras superficiales curvadas o «cáscaras»: las cásca-

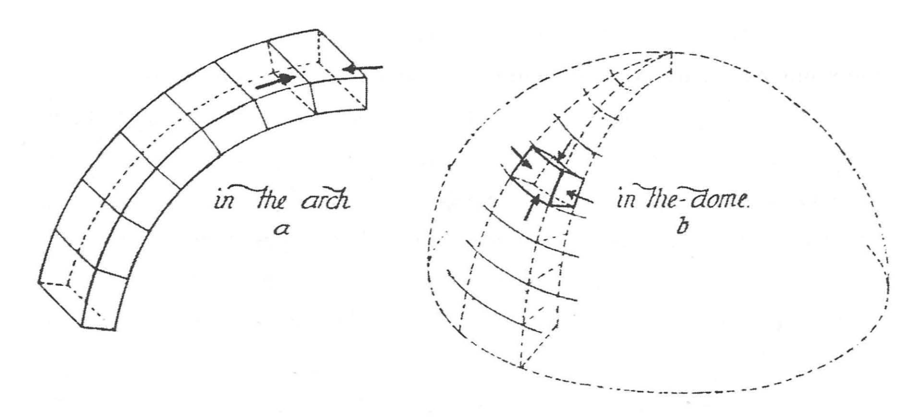


Figura 11.27
Diferencia entre un arco y una cúpula. En el arco sólo hay esfuerzos en dos caras, las juntas, mientras que en la cúpula puede haber esfuerzos en cuatro caras, definidas, en general, por cortes según planos meridianos y paralelos. (Dunn 1908)

ras no necesitan de espesor para equilibrar las cargas que soportan.[19] En lo que sigue se expondrá cualitativamente el análisis de membrana en relación con las cáscaras de fábrica; para el detalle de las ecuaciones matemáticas, véase por ejemplo Heyman (1977, 1999a).

Consideremos el caso más sencillo de una cúpula cuya superficie media sea una semiesfera. Un elemento de dicha superficie, obtenido cortando según planos meridianos y paralelos, figura 11.28 (a), estará en equilibrio bajo su propio peso y las resultantes de tensiones que actúan en las cuatro caras del elemento, que podemos llamar N_φ y N_θ, figura 11.28 (c). (Se trata, en realidad, de resultantes de tensiones con dimensiones de fuerza por unidad de longitud, resultado de multiplicar la tensión uniforme por el espesor.)

Para peso propio, las N_φ deben ser siempre de compresión: para un corte cualquiera según un plano horizontal deben ser tangentes a las líneas meridianas y su componente vertical debe equilibrar el peso del casquete situado por encima. Esto ha de suceder para cada corte horizontal que se imagine, de manera que las cargas verticales se transmiten siguiendo la forma de los meridianos, a diferencia de lo que ocurriría en un arco. Son precisamente las N_θ, las que permiten variar la dirección que naturalmente seguirían las cargas (la catenaria in-

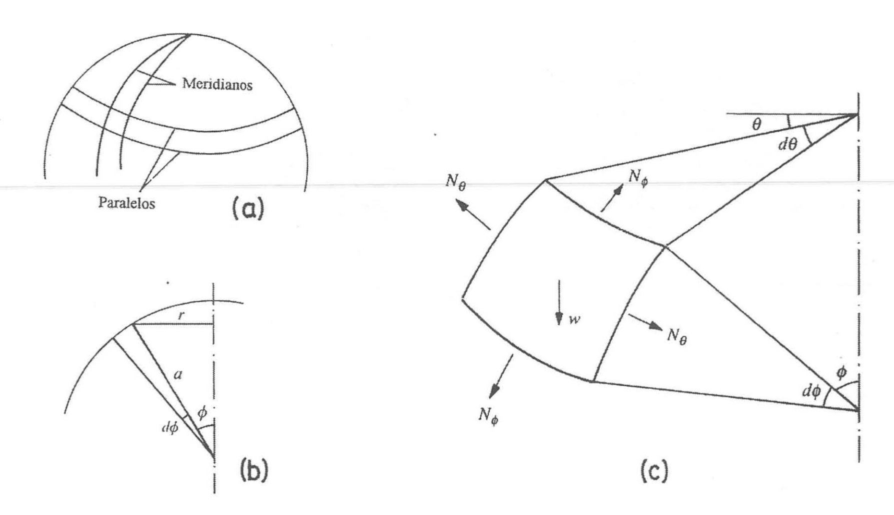


Figura 11.28
Análisis de una cáscara semiesférica. Se consideran las cargas y los esfuerzos concentrados en la superficie media. Para carga simétrica, las resultantes de tensiones N_φ pueden obtenerse por simple equilibrio de cargas verticales (a) y (b). El equilibrio del elemento diferencial, (c), permite obtener una relación entre N_φ y N_θ. El problema es, pues, isostático. (Heyman 1999a)

vertida de Hooke) para acomodarla a la forma del meridiano. Los anillos diferenciales de cúpula, unas veces «empujan» las cargas hacia afuera (N_θ de compresión) y otras «tiran» hacia dentro (N_θ de tracción). En una cúpula semiesférica, las tensiones anulares van variando desde la clave hacia los arranques; en la parte superior son de compresión, se anulan para un ángulo de unos 52°, y, a partir de ahí, se hacen de tracción, figura 11.29.[20] La existencia de un óculo reduce la extensión de la zona traccionada y la adición de una linterna hace que las tracciones suban hasta alcanzar, en muchos casos, el arranque de la propia linterna.

Resulta interesante que la condición geométrica de membrana convierte el problema en isostático: basta con las ecuaciones de equilibrio para encontrar las resultantes de tensiones correspondientes a la solución de membrana. No es preciso, pues, realizar afirmaciones sobre el material o de compatibilidad. Sin embargo, en los bordes de la cáscara pueden producirse incompatibilidades de defor-

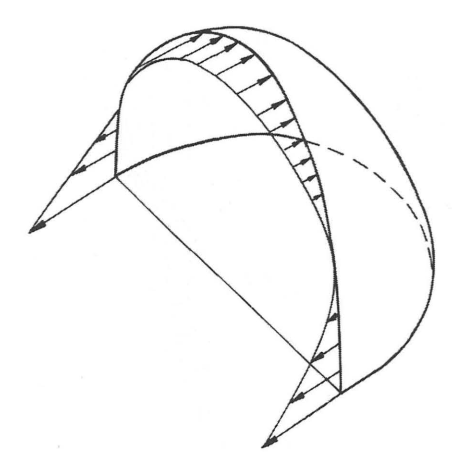


Figura 11.29
Distribución de tensiones N_θ en un corte de una cúpula semiesférica, necesarias para el equilibrio de membrana. Las tensiones son de compresión en la parte superior y se hacen de tracción a partir de unos 52° de la clave. (Heyman 1999a)

mación que conduzcan a la aparición de momentos flectores. Este tipo de «perturbaciones» del estado de membrana causaron preocupación desde los inicios de esta teoría. La solución fue estudiar las cáscaras como sólidos elásticos, añadiendo a las ecuaciones de equilibrio, las de compatibilidad y las del material. De esta manera, se obtenía la «solución exacta» del problema estructural. Como se ha visto, pequeños errores de construcción, la fluencia del material, asentamientos o cambios de temperatura, inducen en las estructuras variaciones tensionales importantes e impredecibles. Dentro del marco del análisis límite, la solución de membrana es una solución de equilibrio que, si la cúpula está construida con un material «dúctil», y en ausencia de problemas de inestabilidad, es una solución «segura» si se satisface la condición de cedencia del material. Todo el tema ha sido discutido en detalle por Heyman (1977).

Las ecuaciones prácticas para el análisis de membrana de cáscaras de revolución fueron escritas por Rankine (1858) y se emplearon hasta principios del siglo XX (véase, por ejemplo, Kohnke 1909). El ingeniero americano Eddy (1878) ideó un método gráfico de análisis, muy ingenioso, que permite entender las anteriores afirmaciones y relacionarlas con la teoría de arcos.[21] El método fue po-

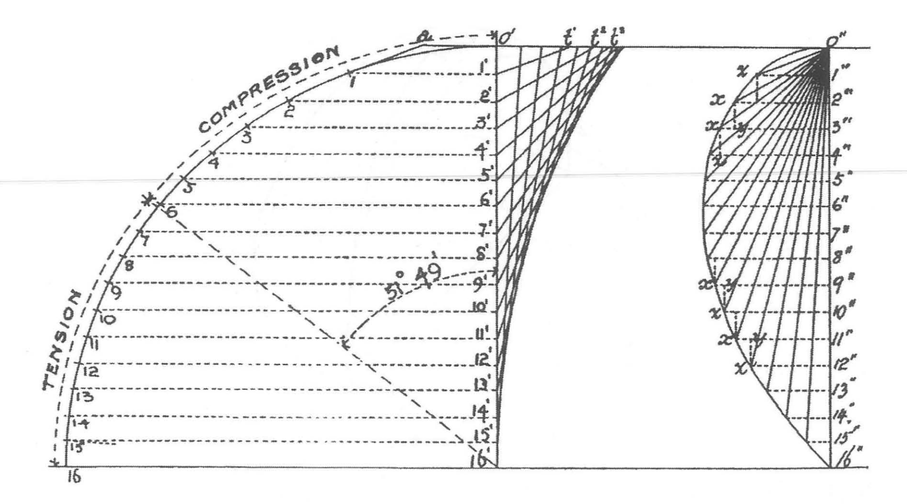


Figura 11.30
Análisis gráfico de membrana de una cáscara semiesférica. (Dunn 1904)

pularizado por Dunn (1904) y aplicado, por ejemplo, por Rafael Guastavino, hijo, en el cálculo de la gran cúpula tabicada sobre el crucero de la catedral de San Juan el Divino en Nueva York.[22]

Consideremos la figura 11.30 de Dunn donde se realiza el análisis de una cúpula semiesférica. La cúpula se ha dividido en casquetes por los planos horizontales 1–1', 2–2', 3–3', etc. Los pesos correspondientes son proporcionales a las alturas de los casquetes y están representados a la derecha por los segmentos verticales O"–1", O"–2", O"–3", etc. La solución de membrana impone la tangencia de las N_φ en el extremo cortado. Realizando el equilibrio global, la integral de las resultantes de tensiones, por ejemplo, en el corte 2–2', tendrá la dirección de la tangente en 2 y su magnitud se obtiene trazando una paralela por O″ hasta cortar a la horizontal que pasa por 2". Al desplazarse a la siguiente sección, la 3–3', de nuevo la condición de tangencia determina la dirección y la magnitud de la resultante de las N_φ. El incremento de carga vertical, la distancia 2"–3" al pasar de una sección a la siguiente no explica el cambio de dirección; hace falta un empuje horizontal, la distancia *xy* en la figura, para que las cargas tomen precisamente la dirección de la tangente. Este empuje horizontal es el que sumi-

nistra el anillo de altura 2"–3" al comprimirse en el sentido de los paralelos con unos esfuerzos internos N_θ. Como puede verse, las N_θ deben «empujar hacia fuera» en la parte superior (compresión) y «tirar hacia dentro» (tracción) en la parte inferior. La tangente vertical a la curva *x,* determina el punto donde las N_θ se hacen cero. Es, pues, la posibilidad de formar localmente anillos de compresión o de tracción lo que permite centrar las cargas dentro de la superficie media.

En una cúpula de fábrica sin linterna se puede encontrar un estado de membrana sobre la superficie media en su parte superior. En esta zona la cúpula podría ser muy delgada. A partir del punto en que aparecen tracciones, el material será incapaz de suministrar los anillos de tracción para centrar la carga y la trayectoria quedará determinada únicamente por la variación de los pesos verticales. La trayectoria de los esfuerzos se aparta de la superficie media y es preciso aumentar el grosor de la cúpula para acomodarla en su interior. Este principio aparece expresado en la figura 11.31 de Föppl (1881). En el último cuarto del siglo XIX y primero del XX algunos ingenieros analizaban las cúpulas de fábrica como membrana en la parte superior, dejando después que las cargas siguieran su camino por el interior de la fábrica.

Se pueden construir, pues, cáscaras de fábrica muy delgadas siempre que sean rebajadas o que, a partir del punto en que aparecen las tracciones, exista una vía de escape a los empujes que, a partir de ese punto se separarán de la superficie media. Los antiguos constructores debían conocer, sin duda, esta propiedad y reducían el espesor de las cúpulas en su parte superior, regruesándolo a partir de, digamos, la mitad de su altura; este es el caso, por ejemplo, del Panteón de Roma y Santa Sofía. En España, se construyeron cúpulas tabicadas muy delgadas con espesores del orden de 1/100 del radio de curvatura y superiores. Estas cúpulas presentan siempre rellenos y lengüetas (tabiques transversales) en su trasdós hasta, aproximadamente, 2/3 de su altura y Fray Lorenzo de San Nicolás (capítulo 8) es explícito en cuanto a su necesidad. No se pueden hacer cáscaras delgadas de fábrica que soporten una pesada linterna.

Algunas formas presentan siempre tensiones de compresión para peso propio según los meridianos y los paralelos. Éste es el caso de las cáscaras cónicas. Como puede verse al aplicar el método de Eddy, las tangentes tienen siempre la misma dirección y esto implica que los esfuerzos en los anillos deben ser, siem-

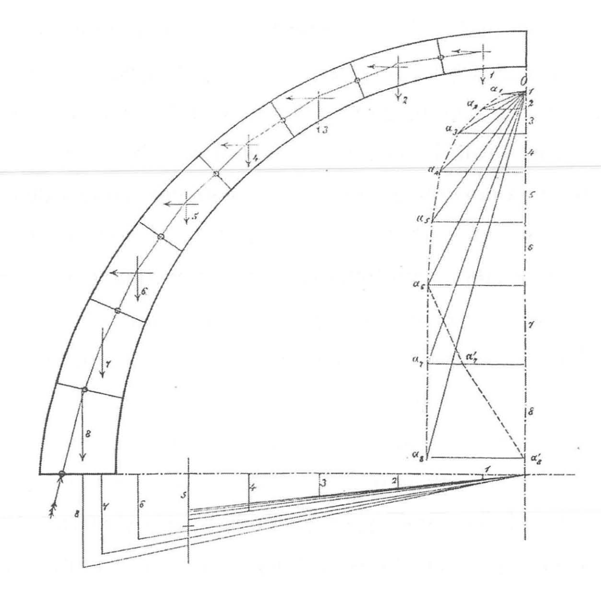


Figura 11.31
Cúpula de fábrica. En la parte superior se ha considerado un estado de membrana en la superficie media con esfuerzos de compresión según los anillos paralelos. A partir del punto en que aparecen tracciones, la fábrica no puede resistirlas, y las cargas se transmiten según el funicular de las cargas verticales, como en los arcos. (Föppl 1881)

pre, de compresión. Además, este tipo de cáscaras pueden soportar en su vértice grandes pesos sin que se produzcan tracciones. Una aguja gótica, en general en forma de pirámide hueca de base octogonal, que presente un espesor tal que pueda contener un cono dentro de la fábrica podrá resistir su peso propio según un estado de membrana de forma cónica, soportar el peso de los grandes florones de coronación, y, además, podrá construirse sin cimbra por segmentos horizontales sucesivos. Las soluciones de membrana y el equilibrio de las agujas góticas han sido discutidas en detalle por Heyman en varias publicaciones; véase, por ejemplo, Heyman (1995).

Soluciones de equilibrio de cúpulas de fábrica: el método de los cortes

La solución de membrana es un caso particular de las infinitas soluciones de equilibrio con que una cáscara puede resistir las cargas aplicadas. El estado

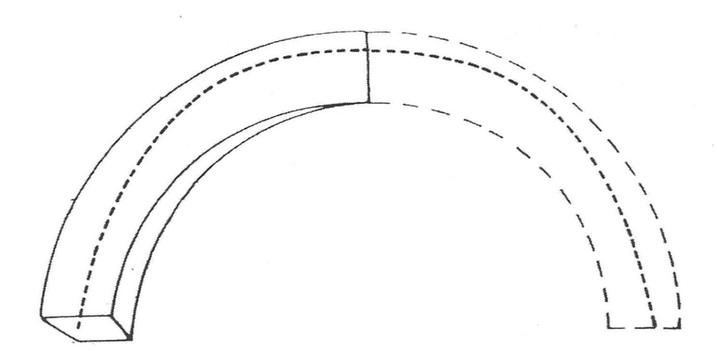


Figura 11.32
Análisis de equilibrio a compresión de una cúpula de revolución por el método de los cortes. La cúpula se imagina dividida en gajos cortando por planos meridianos. Cada dos gajos opuestos forman un arco. Si es posible dibujar una línea de empujes en su interior, cada «arco» elemental será estable y, por tanto, también lo será la cúpula completa. (Heyman 1988, modificado añadiendo la línea de empujes)

de membrana impone una condición geométrica muy estricta: la tangencia de los esfuerzos a la superficie media. Para mantener esta tangencia a veces es preciso que aparezcan tensiones de tracción y esto impone una seria limitación a la aplicación de este tipo de análisis a las cúpulas de fábrica: sólo puede aplicarse a casquetes rebajados que no soportan cargas concentradas. La posible aparición de tracciones invalida el análisis de membrana como un método general para el análisis de cúpulas de fábrica.

De hecho, hay otras formas de buscar soluciones de equilibrio con esfuerzos de compresión. Tradicionalmente se ha empleado una idea que consiste en imaginar la cúpula de fábrica como formada por una serie de semiarcos, obtenidos cortando la cúpula por planos meridianos. Estos semiarcos son como gajos de naranja o lunas y, aunque la cúpula sea de espesor uniforme presentan una sección variable. Cada dos semiarcos o gajos opuestos formarán un arco completo; si es posible dibujar una línea de empujes en su interior, el arco se sostendrá. Así lo harán el resto de los arcos iguales y, por tanto, la cúpula hipotéticamente «cortada» o dividida será estable; con mayor razón lo será, entonces, la cúpula real, figura 11.32.

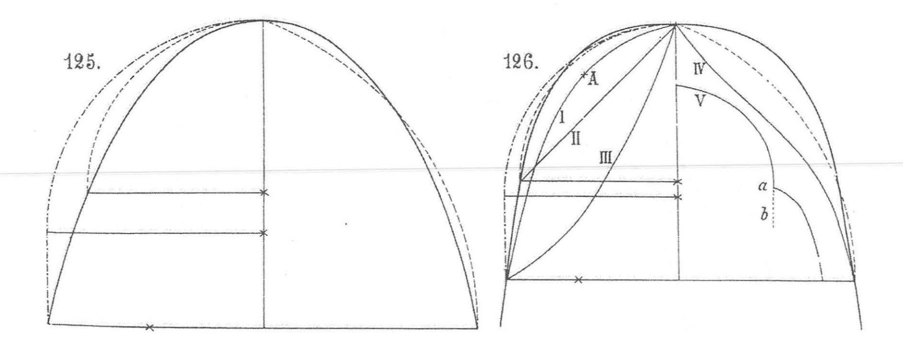


Figura 11.33
Formas «catenarias» de arcos (izquierda) y cúpulas. Nótese que en el segundo caso la forma se acerca mucho más a la circular y en las dos figuras se ha realizado esta comparación, con y sin peralte. (Ungewitter 1890)

El método de los cortes lo que busca es un estado posible de equilibrio a compresión. La suposición de que los gajos funcionan independientemente equivale a hacer $N_\theta = 0$. En esta situación existe una familia de superficies de empujes con unas N_φ en equilibrio con las cargas. La intersección de estas superficies con los planos meridianos nos da las líneas de empujes. Si la cúpula tiene un espesor muy pequeño su superficie media debe tomar precisamente esta forma, que es el equivalente de la catenaria invertida de Hooke. Las formas de ambas son muy distintas: la «catenaria» de las cúpulas presenta una zona superior más plana y un arranque más vertical, figura 11.33.[23]

La potencia del método de los cortes radica en la facilidad de buscar soluciones, no sobre una superficie, sino dentro de un cierto «dominio» definido por las superficies de intradós y trasdós. Una cúpula de un espesor finito puede acomodar en su interior infinitas superficies de empujes, que se corresponden con las infinitas líneas de empujes en los arcos formados por gajos opuestos. El dibujo de estas líneas se realizará, ahora, con las mismas técnicas empleadas para el caso de los arcos y ésta es la ventaja principal de este enfoque: reduce el problema «espacial» de la cúpula al problema «plano» del arco.

El primer análisis de equilibrio de este tipo fue realizado por Poleni (1748) para la cúpula de San Pedro, empleando un modelo colgante. Poleni imaginó la

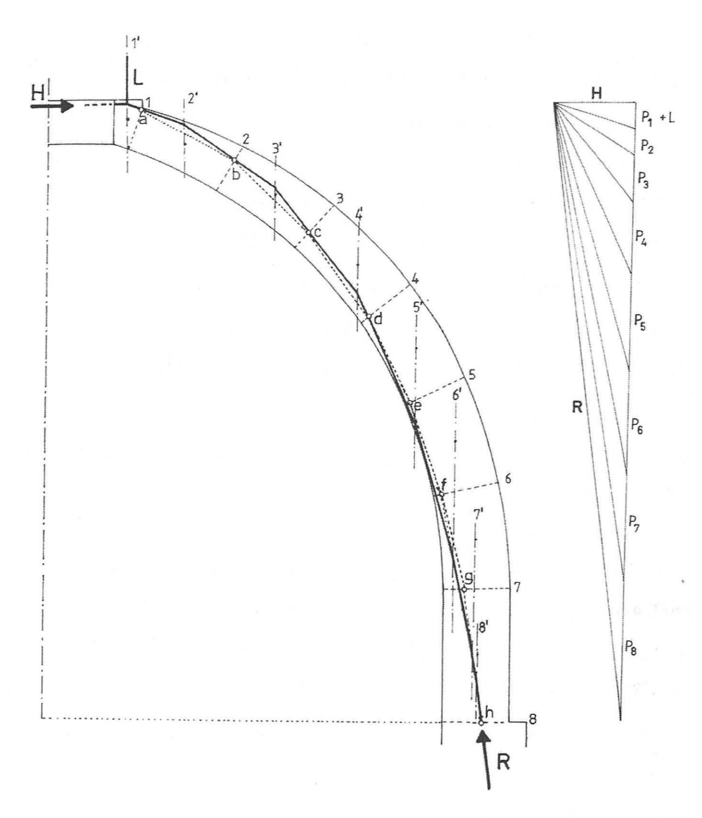


Figura 11.34
Análisis gráfico de equilibrio de una cúpula de revolución, que sigue la regla de Fontana, por el método de los cortes. La cúpula se ha dividido en gajos y cada gajo en «dovelas» cortando por los planos 1, 2, 3, etc. Se ha dibujado el antifunicular de los pesos de las dovelas en línea gruesa; los puntos de la línea de empujes (a, b, c, etc.) se obtienen de la intersección de los lados del polígono con los planos correspondientes.

cúpula dividida en cincuenta gajos que, a su vez, supuso divididos en dovelas, calculó el peso de cada una de ellas y formó una cadena, teniendo en cuenta el peso de la linterna. Al invertir la cadena, ésta quedó dentro de la fábrica, demostrando que la cúpula era estable (véase figura A.2 (c), en el apéndice A).

La estática gráfica permite comprender todo el proceso. En la figura 11.34 se ha representado el análisis de una cúpula de revolución maciza; la forma corresponde a la regla de Fontana (véanse las figuras 8.10, más arriba, y 11.43

más adelante). La cúpula se ha dividido en una serie de gajos y estos gajos se han dividido a su vez en dovelas por planos de corte hipotéticos 1, 2, 3, etc. Se ha calculado el peso y el centro de gravedad de cada dovela,[24] así como el peso de la parte correspondiente de linterna *L*. Conocidos estos datos el problema es idéntico al trazado de una línea de empujes en un arco simétrico. Se pueden emplear con gran provecho las técnicas de dibujo de polígonos (anti)funiculares y de fuerzas. Debe recordarse, sin embargo, que la línea de empujes es el lugar geométrico de los puntos de intersección de las resultantes (los lados del polígono antifunicular, dibujado en línea gruesa) con la familia de planos de corte considerada. En el dibujo éstos son los puntos a, b, c, etc. y la línea que los une, la línea de empujes, se ha dibujado a puntos. A veces, la intersección no es directa y es preciso prolongar hacia atrás el lado correspondiente del polígono antifunicular: por ejemplo, el punto f se obtiene como intersección del plano 6 con la resultante de los pesos situados por encima de dicho plano (el lado del funicular entre las verticales 6' y 7'). La línea de empujes no es, pues, tangente al borde (está un poco más adentro) aunque el polígono antifunicular se ha dibujado con esta condición. Como puede verse, la diferencia es muy pequeña y, a efectos prácticos, puede trabajarse considerando que antifunicular y línea de empujes coinciden.[25]

Efecto de pequeños movimientos: grietas meridianas

Aunque el método de los cortes se justifica por el teorema de la seguridad y la elección de cortes meridianos resulta cómoda por su analogía con los arcos, existe una justificación «física» para la elección de este tipo de divisiones, que tiene que ver con la forma de agrietarse de las cúpulas de fábrica, debido a pequeños movimientos. En efecto, una cúpula empuja radialmente hacia afuera y este empuje debe ser contrarrestado por algún tipo de sistema de estribo; cualquiera que sea, no será enteramente rígido, y cederá ligeramente hacia afuera. Si el problema es simétrico, los cedimientos serán iguales en todas las direcciones y, como consecuencia de ello, la circunferencia de la base aumentará de longitud. La cúpula tiene que agrietarse para adaptarse al movimiento y se forman grietas meridianas como aparece en la figura 11.35 (a).[26] En una cúpula sin linterna, las grietas mueren a cierta distancia de la clave dejando un casquete sin

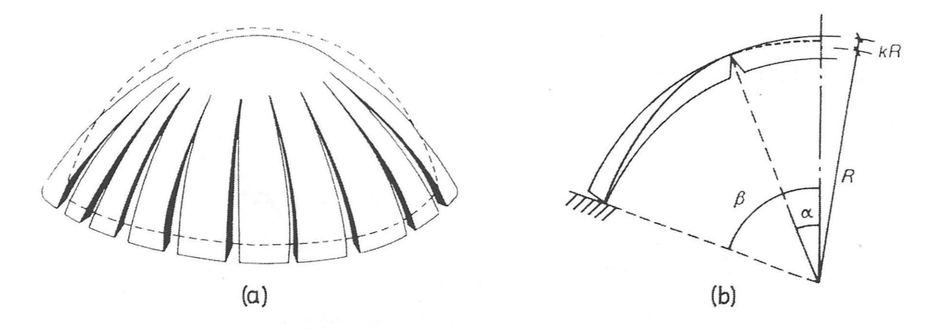


Figura 11.35
(a) Agrietamiento de una cúpula de fábrica por un pequeño cedimiento uniforme del sistema de contrarresto. (b) Línea de empujes correspondiente; nótese que se hace tangente antes de llegar a la clave, permaneciendo sin agrietar el casquete superior. (Heyman 1988)

agrietar. En la zona agrietada, la cúpula está compuesta, ahora sí físicamente, por un sistema de arcos.

El alcance del agrietamiento viene determinado por la tangencia de la línea de empuje mínimo en la cúpula de gajos, figura 11.35 (b). La línea de empujes de la zona agrietada, en línea continua, está estáticamente determinada; en la zona sin agrietar pueden existir infinitas superficies de empujes en equilibrio con las cargas (se ha dibujado a trazos la correspondiente a la división en gajos). La existencia de una linterna de dimensiones usuales hará que las grietas lleguen prácticamente hasta su arranque. Así, pues, el análisis de cúpulas mediante cortes meridianos puede representar, en muchos casos, un estado muy probable de equilibrio. Finalmente, hay que señalar que el empuje de la cúpula correspondiente a esta situación es el empuje mínimo y es una cantidad calculable, como en el caso de los arcos. (En el caso de las cúpulas no tiene sentido hablar del empuje máximo, como sucedía con los arcos: una cúpula podría soportar cualquier empuje circunferencial en su base, debido a la formación de anillos de compresión.)

Heyman (1988) ha comparado los resultados de sus cálculos para la cúpula del Panteón de Roma con el levantamiento de las grietas realizado por Terenzio (1933), encontrando una buena concordancia. De hecho, el análisis podría permitir relacionar los desplazamientos verticales y horizontales, para el caso de

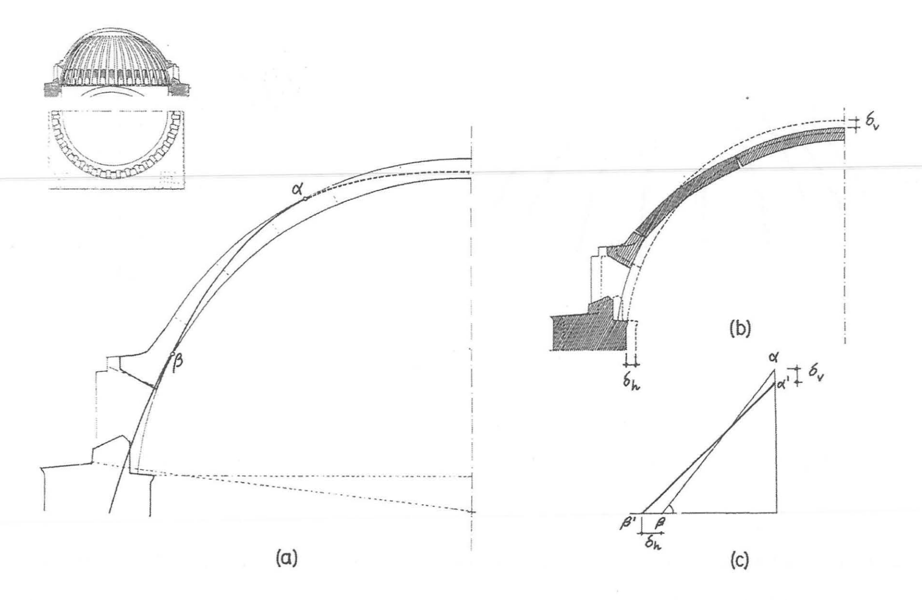


Figura 11.36
Estudio del efecto de un cedimiento simétrico del sistema de contrarresto en la cúpula de Santa Sofía. (a) Dibujo de la línea de empuje mínimo que determina la posición de las rótulas del mecanismo; (b) representación del movimiento correspondiente; (c) relación geométrica entre la apertura radial δ_h y el descenso vertical δ_v del casquete de la clave.

un movimiento simétrico. Esto es, conocida la apertura radial sería sencillo calcular el descenso del casquete de la clave. En la figura 11.36 se ha resumido un análisis de este tipo para la cúpula de Santa Sofía. En (a) se ha realizado el dibujo de la línea de empuje mínimo para la situación sin deformar, que permite localizar las rótulas del mecanismo. Suponiendo el movimiento simétrico, es inmediato relacionar los valores de los desplazamientos horizontales y verticales, como ya se hizo para el caso de los arcos en el capítulo 4, figuras 11.36 (b) y (c). Para grandes deformaciones, como las reflejadas en el dibujo, puede aparecer una convexidad hacia abajo en la zona de la primera rótula. En algunas fotos de los nervios de la cúpula de Santa Sofía parece apreciarse dicha convexidad (Mainstone 1988, 92). La cúpula ha sufrido grandes deformaciones a lo largo de su historia.

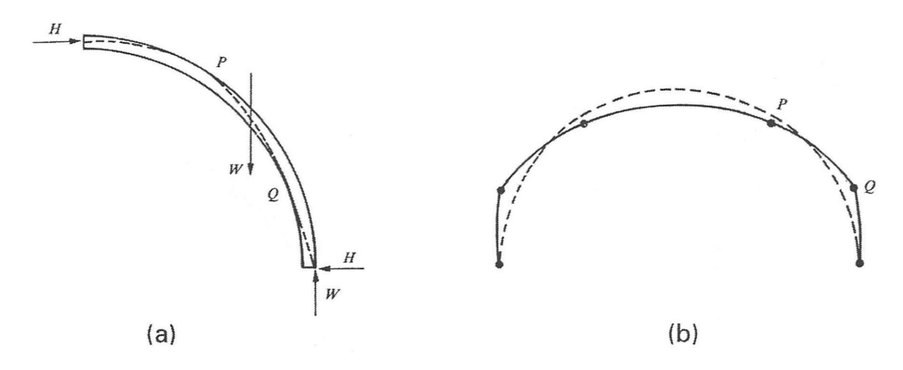


Figura 11.37
(a) Espesor límite de una cúpula semiesférica; la superficie de empujes está contenida justo dentro del dominio definido por las superficies de intradós y trasdós (compárese su forma con la de la cúpula catenaria de la fig. 11.33 más arriba). Nótese que, a diferencia de los arcos, la línea de empujes no toca el borde en la clave. (b) Mecanismo de colapso asociado; el casquete por encima de P permanece sin agrietar. (Heyman 1977)

Espesor límite

Las mismas ideas que se estudiaron sobre el equilibrio y análisis de arcos se pueden aplicar a las cúpulas. En particular, existe también para las cúpulas un espesor límite, el mínimo que contiene una superficie de empujes en equilibrio con las cargas. Algunos autores ya estudiaron este problema en la segunda mitad del siglo XIX.[27] El cálculo correcto del espesor límite de una cúpula semiesférica fue realizado por primera vez por Heyman (1967a), figura 11.37 (a). Los arcos meridianos no pueden soportar el peso del casquete sin agrietarse, excepto en la cúspide, y el mecanismo de colapso se ha dibujado en la figura 11.37 (b). Oppenheimer et al. (1989) han estudiado las proporciones de colapso de cúpulas apuntadas. El estudio de los posibles mecanismos espaciales cinemáticamente admisibles es complejo, aunque podría realizarse una buena aproximación, por ejemplo, tratando de inscribir la superficie de empujes de la cúpula catenaria de la figura 11.33 entre dos arcos de circunferencia.

El hecho más relevante es que, efectivamente, los espesores límite de las cúpulas son muy inferiores a los correspondientes de arcos del mismo perfil. Así, para el caso de un perfil semicircular si el espesor límite de un arco de medio

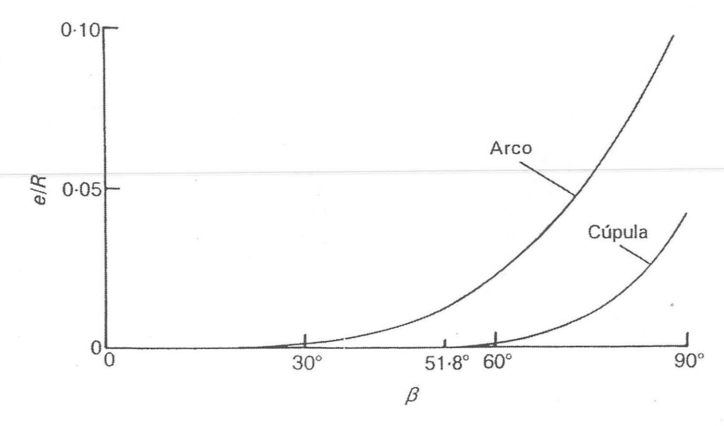


Figura 11.38
Relación entre el espesor límite y el semiángulo de apertura en arcos y cúpulas de perfil circular. Las cúpulas presentan espesores límites mucho menores que los arcos y, para semiángulos de apertura menores que 52°, existe un estado de membrana a compresión, por lo que no precisan espesor. (Heyman 1977)

punto e/R es de 0,1075, en el caso de una cúpula semiesférica es de 0,042, menos de la mitad (algo menos de 2/5 del espesor del arco). Como ocurría en el caso de los arcos, el espesor límite se reduce rápidamente para cúpulas más rebajadas (semiángulos de apertura β menores de 90°, fig. 11.35 (b)), haciéndose cero para ángulos menores de unos 52°, cuando existe una solución de membrana. La gráfica de la figura 11.38 pone de manifiesto esta propiedad para arcos y cúpulas de perfil circular, pero el comportamiento es análogo para cualquier otra forma. De nuevo hay que insistir en que la recomendación tradicional de macizar los riñones de las cúpulas va encaminada precisamente a reducir su ángulo de apertura, disminuyendo su esbeltez límite y permitiendo una reducción notable de los espesores sin pérdida de seguridad.

Seguridad de las cúpulas de fábrica

La seguridad de las cúpulas de fábrica se puede medir como en el caso de los arcos comparando el espesor límite con el espesor real. El cálculo de los espesores límite de las distintas cúpulas es muy complejo pero, de nuevo como en el caso de los arcos, pueden obtenerse límites inferiores del coeficiente de seguri-

dad con facilidad. Una cúpula de fábrica será suficientemente estable si es posible dibujar una superficie de empujes en su interior con suficiente seguridad: si podemos dibujar la superficie dentro de la mitad central el coeficiente será mayor o igual que 2, si dentro del tercio central mayor o igual que 3, y así sucesivamente.

En la figura 11.39 se ha realizado un estudio de equilibrio de la cúpula del Gol Gumbaz de 39 m de luz. La cúpula se ha analizado siguiendo el método de los cortes, dividiéndola en gajos y dovelas. Después, se ha dibujado la línea de empujes del arco correspondiente (que por simetría debe tener empuje horizontal en la clave). Puede verse a simple vista que el coeficiente geométrico es mayor o igual que 2, y esto no debe ser una sorpresa tratándose de una estructura que lleva varios siglos en pie. Nótese que, si el dibujo de Fergusson es correcto, la forma de la cúpula no es semiesférica y se adapta a la forma típica de las superficies de empujes de las cúpulas de revolución, con una parte más «plana» en la zona superior. En esta estructura, lo más inusitado es el sistema de contrarresto. En efecto, los muros son evidentemente demasiado delgados para resistir el empuje de la cúpula y es el peso de las grandes pechinas voladas hacia el interior y de las torres de las esquinas, lo que centra la carga dentro de los muros de soporte.

CÚPULAS DE PAÑOS: El método de los cortes puede aplicarse a cúpulas de cualquier forma y la pericia del analista decidirá cuál es el estado de equilibrio más adecuado a sus propósitos. En el caso de las cúpulas de base poligonal existen varias posibilidades de análisis. Consideremos el caso de la cúpula de Santa Maria del Fiore en Florencia. Se trata de una cúpula de paños de base octogonal y perfil apuntado («de quinto acuto»). La cúpula fue proyectada en el siglo XIV, la traza es gótica, y fue construida por Brunelleschi a principios del siglo XV. Es de doble cáscara y presenta un complejo sistema de nervios y zunchos, figura 11.40 (a). El análisis implica considerar la forma en que las cargas se transmiten hasta el tambor.

Parsons realizó un análisis de equilibrio mediante líneas de empujes. El resumen de este análisis está incluido en su libro, que se publicó póstumamente en 1939, y no es suficientemente detallado como para saber las distintas opciones

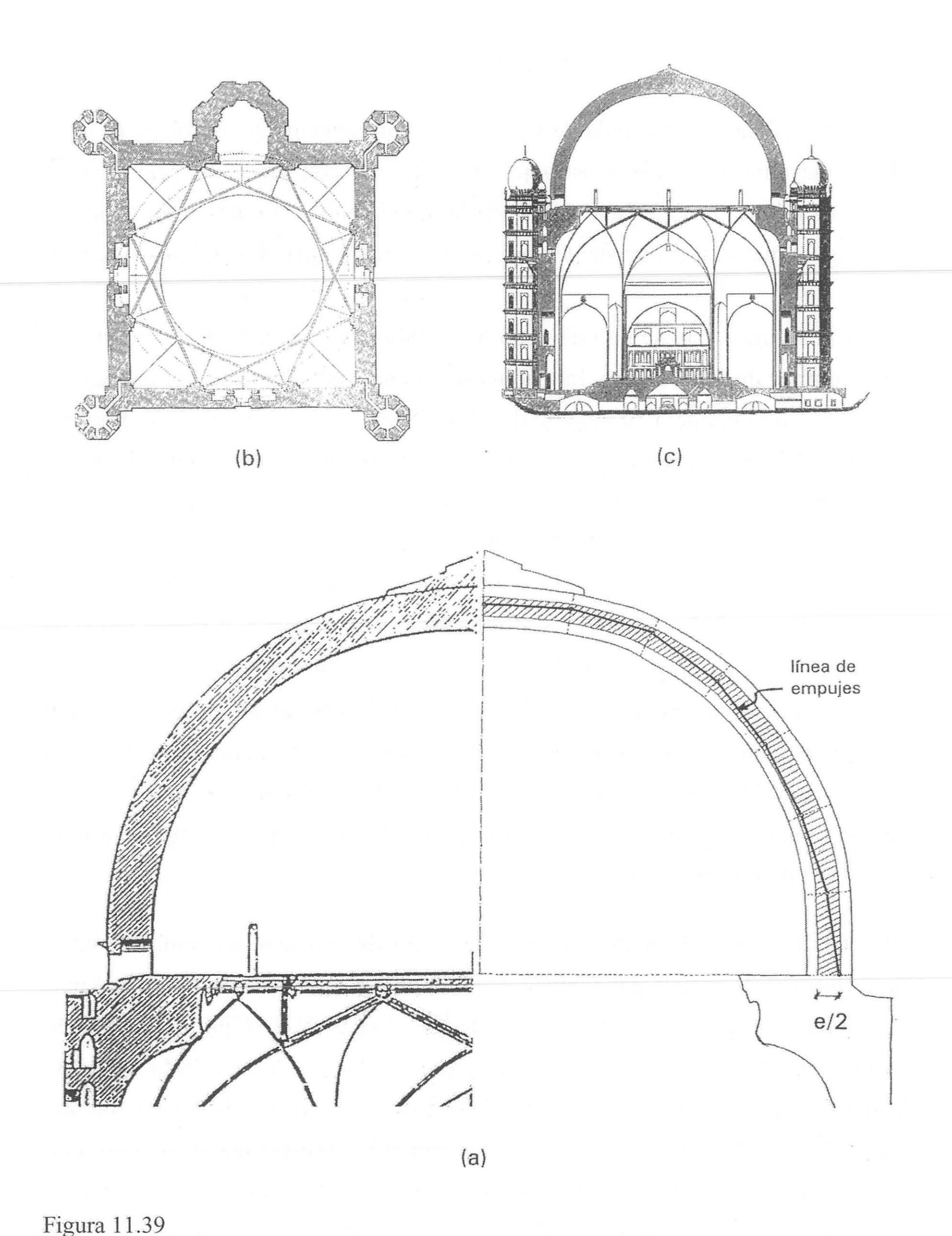


Figura 11.39

(a) Análisis de equilibrio de la cúpula del Gol Gumbaz. Se ha seguido el método de los cortes y puede verse que la línea (superficie de empujes) correspondiente está contenida confortablemente dentro de la mitad central. Nótese que la forma no es semiesférica sino que se adapta a la forma de la cúpula «ideal» catenaria (cf. figura 11.33, más arriba). (b) y (c) Planta y sección que permiten ver el sistema de contrarresto: son las pechinas interiores voladas y la torres las que equilibran el empuje de la cúpula. (Fergusson 1859)

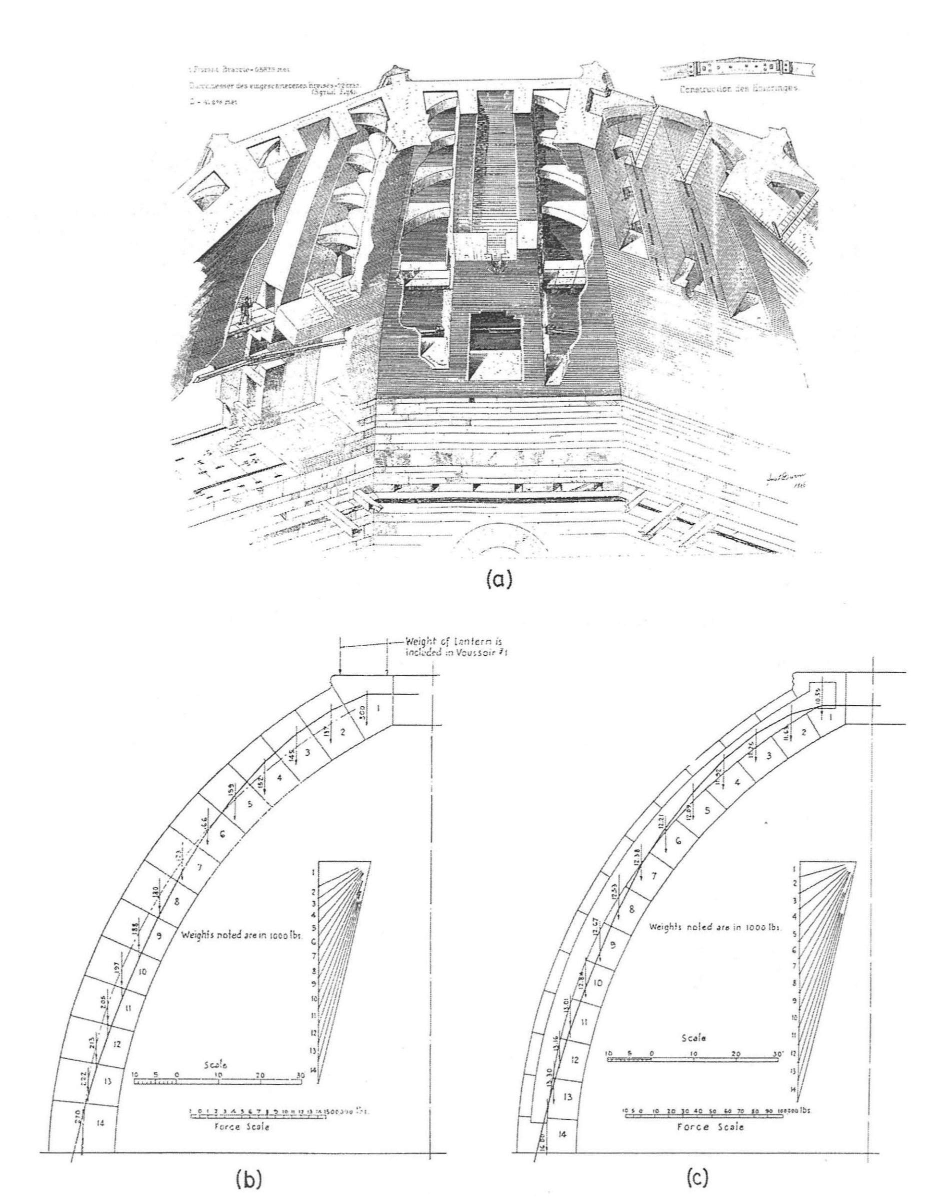


Figura 11.40

Cúpula de Santa Maria del Fiore, en Florencia. (a) Sección constructiva de la cúpula, según Durm (1885), que muestra su complejidad interna. (b) Línea de empujes en los nervios diagonales, que soportan todo el peso de linterna, y (c) línea de empujes en la rebanada central del paño. (Parsons 1939)

que estudió. Al parecer, imaginó la cúpula dividida en dos partes. La primera está compuesta por los nervios de las esquinas que soportan todo el peso de la linterna. En esta hipótesis, dibujó la línea de empujes de la figura 11.40 (b), donde puede verse que los nervios soportan con comodidad su propio peso más el de la linterna. La segunda parte son los paños entre los nervios; éstos deberían ser estables actuando como arcos de sección variable cuya clave común es el anillo de la linterna. Parsons imaginó estos paños divididos en arcos elementales cortando por planos verticales y estudió la estabilidad de la franja central, que consideró probablemente la más desfavorable, dibujando la correspondiente línea de empujes, figura 11.40 (c). Como puede verse, también en este caso la estabilidad es más que suficiente. Así, como suele suceder, el análisis no hace sino confirmar lo que es un hecho: una estructura que ha estado en pie cerca de 600 años, tiene que estar bien proyectada, esto es, debe tener una forma correcta que permita una adecuada transmisión de las cargas a bajas tensiones.

Por supuesto, lo que se ha descrito es un análisis global. El analista puede querer estudiar en detalle, quizá, una determinada zona (por ejemplo, la zona de apoyo del óculo que soporta la linterna o la situación de la cáscara exterior). Entonces, aplicará el mismo enfoque del equilibrio a la parte considerada y estudiará las posibles situaciones en función de la pregunta que se quiera responder (por ejemplo, explicar algún fallo local o interpretar un agrietamiento).

La estabilidad del tambor de contrarresto: el caso de San Pedro de Roma

Una cúpula de fábrica empuja y precisa un sistema de contrarresto, una construcción más o menos compleja que transmite los empujes inclinados hacia las zonas inferiores de la obra y, finalmente, a la cimentación. El sistema más simple es un «tambor», un regruesamiento de la fábrica en la forma de un muro vertical que mantiene la figura de la base de la cúpula. En las cúpulas romanas (El Panteón de Roma, el templo de Minerva Médica, etc.), éste es el sistema de contrarresto. En Bizancio las cúpulas apoyan directamente sobre las pechinas y arcos torales. Las cúpulas renacentistas asientan casi invariablemente sobre un tambor, cuya base es soportada por las pechinas que transmiten finalmente las cargas a los pilares torales.

El tambor puede ser una estructura, en sí misma, bastante compleja. Por ejemplo, el tambor cilíndrico del Panteón contiene una complicada disposición de nichos y huecos, así como un intrincado sistema de arcos de descarga de ladrillo. Otras veces, el tambor presenta contrafuertes exteriores que refuerzan la estabilidad del muro principal. Si la cúpula se imagina dividida en gajos, cada parte del tambor debe servir de contrarresto del arco elemental correspondiente: las mismas consideraciones que se discutieron sobre la forma y disposición de los estribos simples y compuestos son de aplicación aquí. El análisis del, aparentemente simple, tambor de una cúpula puede no ser una tarea sencilla y exigir habilidad e ingenio por parte del analista.

Los esbeltos tambores de las cúpulas renacentistas y barrocas son el punto crítico del proyecto. Las cúpulas precisan de poco espesor para ser estables en sí mismas; el problema es decidir qué espesor hay que dar al tambor para que resista con seguridad suficiente el empuje de la cúpula. Poleni (1748) no tuvo problemas para introducir su cadena colgante dentro del espesor de la cúpula de San Pedro (cf. figura A.2(c), en el apéndice A), pero los *tre mattematici*, que consideraron el sistema cúpula-tambor lo encontraron inestable.[28] Desde luego cometieron un error, puesto que la cúpula estaba (y está) en pie, pero el equilibrio es mucho más crítico de lo que podría hacer suponer la cadena colgante de Poleni, o el estudio posterior de Gottgetreu (1880–88).

De hecho, otros autores que han considerado el equilibrio de la cúpula sobre el tambor, Gauthey (1798) y Scheffler (1857), llegaron a la conclusión de que el equilibrio era imposible, en ambos casos por nuevos errores en el análisis. En la figura 11.41 (a) se ha representado la sección en alzado de la cúpula y la planta del tambor de apoyo, donde se aprecia con claridad la debilidad de la unión de las dobles columnas con el muro del tambor. En la figura 11.41 (b) se ha dibujado la línea de empuje mínimo, suponiendo una división en gajos y despreciando la contribución de los contrafuertes.[29] Como puede verse, la línea está fuera de la mitad central de la sección, con un coeficiente de seguridad geométrico entre 1,6–1,7, muy inferior al de la cúpula del Gol Gumbaz o al de Santa Maria del Fiore. Probablemente un estudio más detallado permitiera encontrar situaciones de equilibrio más favorables, pero resulta evidente que el tambor proyectado y construido por Miguel Ángel es de una gran esbeltez (los

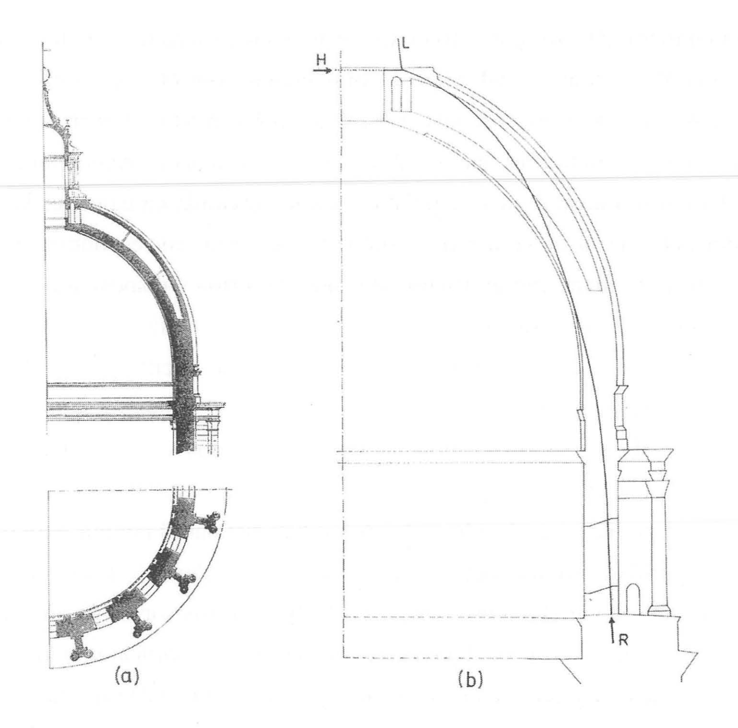


Figura 11.41
(a) Sección de la cúpula y planta del tambor. (Gottgetreu 1880–88) (b) Línea de empuje mínimo, para una división en gajos por planos de corte meridianos, despreciando la contribución de los contrafuertes.

contrafuertes rematados por las columnas pareadas que se aprecian en el exterior están, efectivamente, separados del tambor por grietas de cortante; véase Poleni 1748).

SOBRE LAS TENSIONES: La cúpula de San Pedro pesa unos 300.000 kN (incluyendo la linterna de 15.000 kN); el tambor pesa unos 180.000 kN. El área de la base del tambor debe soportar, pues, una enorme carga, pero las tensiones siguen siendo bajas en relación con las cargas que pueden resistir las fábricas usuales. En este caso, en la base del tambor la tensión media es de 1 N/mm^2, que crece hasta 2,1 N/mm^2 si se considera la excentricidad de la carga, según la línea de empuje mínimo dibujada en la figura 11.41 (b). La base del tambor

está trabajando, pues, algo por encima de los 1,7 N/mm^2, que es la tensión media en el arranque de los pilares, en ambos casos lejos de los 5–15 N/mm^2 que puede resistir con seguridad una buena fábrica (véase capítulo 2). En la tabla 11.1 se da una lista de las mayores cúpulas de fábrica construidas y puede verse que la luz de 43 m del Panteón de Roma sigue siendo la máxima cubierta por una bóveda de fábrica. (La tensión media en la base del Panteón es, sin embargo, de sólo 0,6 N/mm^2 debido al mayor espesor del tambor y al empleo de hormigones ligeros de tufa.)

Cúpula	*Luz* (m)
Panteón (Roma, siglo II)	43
Santa Maria del Fiore (Florencia, siglo XV)	42
San Pedro (Roma, siglo XVII)	42
Gol Gumbaz (Bijapur, India, siglo XVII)	39
Iglesia de Mosta (Mosta, Malta, siglo XIX)	38
San Francisco el Grande (Madrid, siglo XVIII)	35
Santa Sofía (Estambul, siglo VI)	33
San Pablo (Londres, siglo XVII)	33
San Carlo (Milán, siglo XIX)	32

Tabla 11.1
Grandes cúpulas de fábrica construidas. El Panteón de Roma sigue hoy día manteniendo el récord de luz de una bóveda de fábrica sin armar.

Dado que para peso propio las tensiones crecen linealmente con el tamaño, es evidente que las más grandes cúpulas construidas no se aproximan a los límites del tamaño. Por ejemplo, multiplicando por tres las dimensiones de San Pedro obtendríamos una tensión máxima sobre los pilares de 5,1 N/mm^2 que no es excesiva (para el Panteón de sólo 1,8 N/mm^2); el problema sería el volumen total de fábrica resultante; se trata de una cuestión de escala y de uso, y no de resistencia de los materiales.

LA POLÉMICA SOBRE LOS ZUNCHOS: Como los cálculos de los *tre mattematici*, de Gauthey o Scheffler conducían a una situación de inestabilidad, los citados autores se vieron obligados a dar alguna explicación sobre el hecho incuestionable de que la estructura permaneciera en pie. La explicación se basaba en la «tenacidad» (resistencia a tracción) de la fábrica, por un lado, y, por otro, en la existencia de zunchos metálicos dispuestos durante la construcción.

Como se ha visto no se puede contar con la resistencia a tracción de la fábrica y, además, es casi inevitable que ésta se agriete; en el caso de San Pedro de Roma (y de un gran número de cúpulas), de hecho, estas grietas existen lo que anula esta posibilidad.[30] El segundo aspecto puede discutirse con más extensión. En efecto, durante el Renacimiento y el barroco, al menos en Italia, era frecuente disponer varios zunchos metálicos (o de madera) a distintas alturas, durante la construcción. En el caso de San Pedro de Roma, se dispusieron originalmente tres zunchos metálicos, cuya situación fue reflejada por Fontana (1694), véase figs. 8.8 y 8.9 (pp. 268–9). Estos zunchos aparecieron rotos durante las obras de reparación realizadas por Vanvitelli en el decenio de 1740; por tanto, la cúpula estuvo en pie sin su contribución.

Los zunchos, muy probablemente, tenían la función de mantener la forma de la cúpula durante la construcción, en el período de lento fraguado de los morteros de cal. Como se ha visto en el capítulo 8 grandes arquitectos como Vignola y Wren no eran partidarios de confiar la estabilidad de la fábrica a la adición de zunchos: la forma debía ser estable sin ellos. No obstante, el añadir un zuncho a una cúpula es una de las operaciones más sencillas (y eficaces) dentro del campo de la consolidación estructural de las cúpulas. Así, Poleni en 1748, aunque encuentra la cúpula estable, recomienda su colocación.

Reglas para el proyecto de cúpulas: la regla de Fontana

Para que una cúpula sea suficientemente estable debe poder contener en su interior cómodamente (digamos, en su mitad central) una superficie de empujes en equilibrio con las cargas. Para esto debe tener un espesor suficiente: la seguridad es un problema de geometría. Las cúpulas son más estables que los arcos y precisan espesores menores; estos espesores pueden ser muy reducidos para cúpulas rebajadas, o bien si la cúpula se regruesa de forma adecuada o se sitúan rellenos

o lengüetas en las cúpulas rodeadas, por ejemplo, por un muro que soporta la cubierta. Resulta interesante que en las fuentes examinadas en la segunda parte no se ha encontrado ninguna regla que dé el espesor de una cúpula, o de cualquier otra bóveda compuesta. En el caso de las grandes cúpulas y bóvedas era preciso manejar algún tipo de regla, que no ha llegado hasta nosotros. Los romanos debieron inventar sus propias reglas; los arquitectos del Renacimiento tenían en las ruinas, a la vista, las reglas de proporción de los romanos.[31] La medición y el estudio de las ruinas no sólo estuvo destinada al entendimiento de los órdenes clásicos; los arquitectos renacentistas estaban muy interesados en la estructura y estabilidad de las grandes obras romanas (y esto es evidente, por ejemplo, en el tratado de Alberti, véase capítulo 6 más arriba). Los tratadistas buscaron también infructuosamente en Vitruvio este tipo de reglas.

El problema del proyecto de cúpulas, como el de los arcos, consiste principalmente en darles un contrarresto adecuado. Las cúpulas de fábrica empujan radialmente hacia afuera y la construcción que las soporta debe resistir este empuje. En el caso de cúpulas esféricas sobre un tambor cilíndrico, el tambor debe tener un espesor suficiente y esto se expresará de la forma más adecuada, dándole una fracción de la luz. Rasch (1985), que ha realizado un estudio exhaustivo de las cúpulas romanas, ha encontrado que el espesor del tambor oscila entre 1/5 y 1/9 de la luz, siendo la proporción de 1/7 de la luz bastante frecuente. Así ocurre en el Panteón de Roma y en otras cúpulas de menor tamaño. Es más que probable, pues, que ésta fuera una regla de proyecto empleada por los arquitectos romanos. De hecho, las mediciones de Rasch de los edificios romanos con cúpula le permitieron dibujar unos proyectos «ideales», que recogen las relaciones esenciales entre las distintas partes, incluyendo la relación tambor/luz comprendida entre 1/5 y 1/7, figura 11.42.

La primera evidencia documental de una regla de este tipo aparece en el siglo XVII. Como se ha visto en el capítulo 8, el arquitecto italiano Carlo Fontana midió y comparó las proporciones de los tambores de varias cúpulas construidas, y llegó a la conclusión de que el tambor debía tener 1/10 de la luz. Fontana, de hecho, suministró una construcción geométrica que definía la forma completa de la cúpula, véase figura 8.10 más arriba. La regla no hace sino recoger las formas observadas en iglesias construidas con anterioridad.

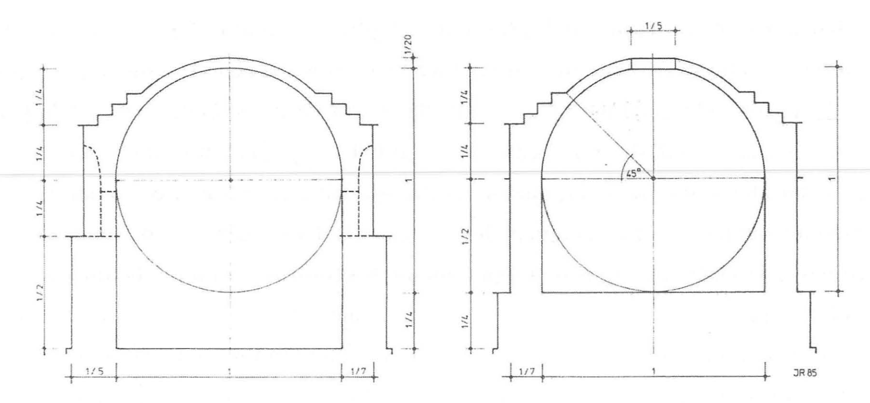


Figura 11.42

Regla romana para el cálculo del tambor de una cúpula que se verifica en numerosos templos redondos, entre ellos el Panteón; el tambor tiene de espesor 1/7 de la luz. (Rasch 1985)

La verificación «científica» de la regla de Fontana no debiera ser necesaria a la vista de esta semejanza: que la forma es correcta lo demuestra que cúpulas de formas análogas llevan siglos en pie. No obstante, se ha realizado un análisis de equilibrio, y su resultado se ha recogido en la figura 11.43. El análisis, por supuesto, va dirigido, no a verificar la estabilidad de la cúpula en sí misma, que es evidente (para el análisis gráfico de la cúpula véase la figura 11.34 más arriba), sino a comprobar la seguridad del esbelto tambor que la soporta. Se ha supuesto, pues, un pequeño cedimiento que ha originado el agrietamiento de la cúpula, que en estas condiciones empuja con el empuje mínimo (nótese que, debido a la existencia de la linterna, la línea de empujes no se hace tangente al trasdós sino que alcanza directamente el arranque; las grietas meridianas llegarían hasta el mismo óculo). La cúpula se ha supuesto de ladrillo y el tambor de mampostería. El coeficiente geométrico de seguridad en la base del tambor está algo por debajo de 3 y podría parecer insuficiente. No obstante, los cálculos deberían ser matizados en el caso de una estructura real. Así, una cúpula de forma similar pero de doble cáscara, pesaría mucho menos, y el empuje se reduciría en la misma proporción; en este caso, un tambor de $L/10$ de espesor daría una estabilidad suficiente. Un mayor apuntamiento, también mejoraría la situación.

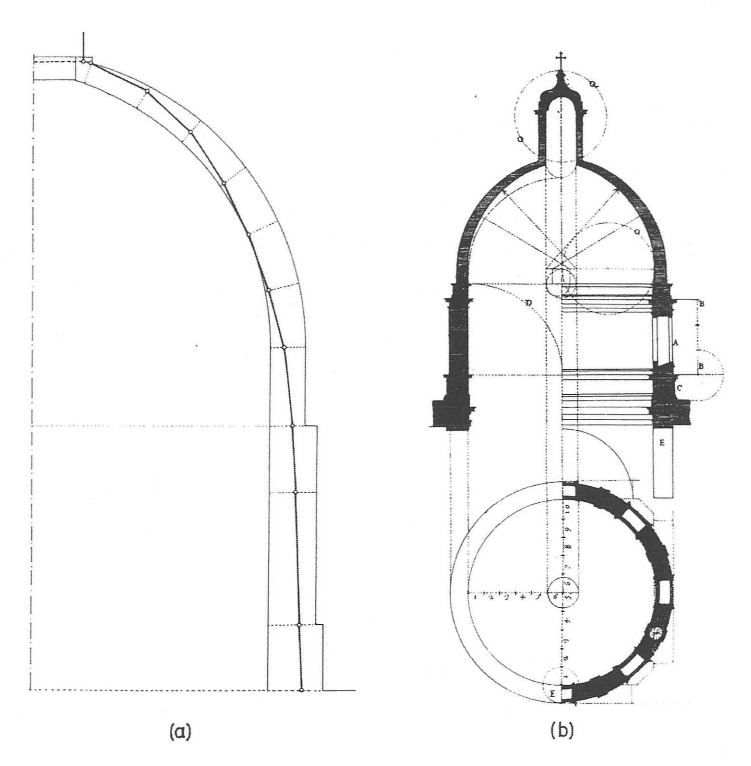


Figura 11.43
Verificación de la regla de Fontana (1694) para cúpulas. (a) Línea de empuje mínimo; (b) dibujo original, en sección y planta, de la regla.

El tambor de la cúpula de Santa Maria del Fiore, poco esbelto, presenta una proporción de algo menos de 1/8 en relación con la luz, más conservadora que la regla de Fontana. Por el contrario, la cúpula de San Pedro de Roma, con un tambor de algo menos de 1/14 de la luz incumple la citada regla; no obstante, la cúpula ha permanecido en pie. Durante el barroco italiano se construyeron algunas otras cúpulas con tambores muy esbeltos, pero, en general, se cumplen de manera aproximada las proporciones recomendadas por Fontana.[32]

Transformación afín de cúpulas: cúpulas ovales

Los teoremas de transformación de estructuras de fábrica de Rankine se aplican también a las cúpulas. En la figura 11.44 (a) se ha reproducido la figura 11.34

que presenta la misma línea de empujes de la figura anterior, con el polígono de fuerzas dibujado a la derecha. Es evidente, que una contracción de la figura no varía las condiciones de equilibrio.

La transformación afín de una circunferencia es una elipse. La aproximación práctica de la elipse es el óvalo, construido con arcos de circunferencia. (En la literatura sobre arquitectura y construcción en muchas ocasiones ambas palabras se han tomado como sinónimos.) Las formas ovales se emplearon, por ejemplo, para trazar arcos carpaneles para los puentes: el óvalo resuelve el problema de trazar con arcos de circunferencia un arco rebajado de arranques verticales. También existen cúpulas ovales que permiten ajustar las dimensiones en planta y en alzado.

La historia del origen y evolución de las cúpulas ovales no es muy conocida. Al parecer, las primeras datan de la época románica y hay algunos ejemplos en el gótico.[33] Pero es en el Renacimiento cuando se empiezan a construir, de forma sistemática, cúpulas ovales. En el barroco y barroco tardío esta forma se popula-

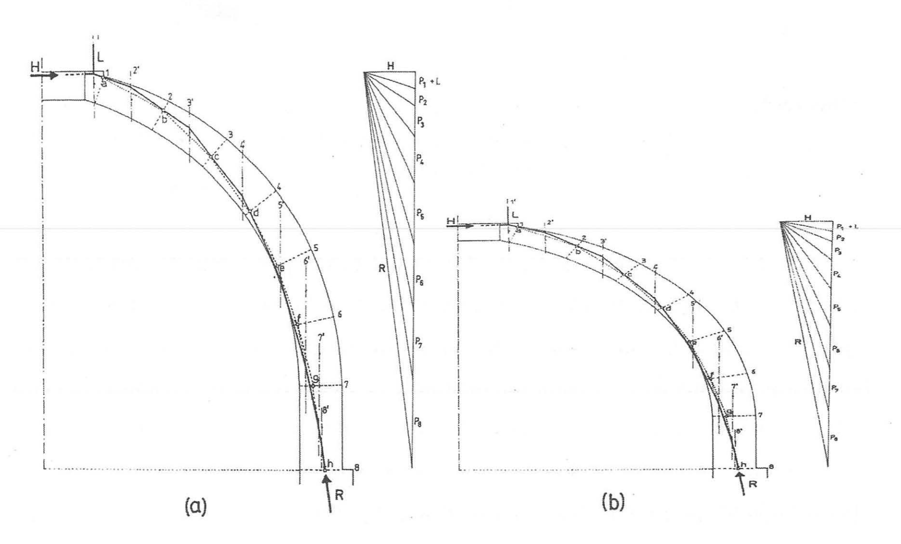


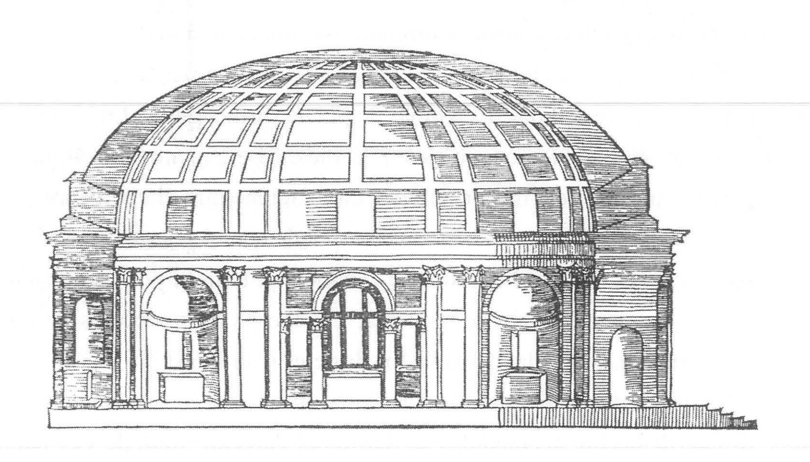
Figura 11.44
Transformación afín de la regla de Fontana. En la figura se ha realizado una contracción vertical. Puede verse cómo los polígonos de fuerzas y antifunicular (en línea gruesa) se transforman igualmente, así como las líneas de empujes (línea de puntos).

rizó llegándose a construir cúpulas de gran tamaño.[34] La primera mención en un tratado de este tipo de cúpulas corresponde a Serlio en su Libro V, publicado en 1547, que contribuyó enormemente a difundir este «nuevo» tipo.[35]

El estudio de las proporciones de la cúpula oval descrita por Serlio es de gran interés para el presente estudio. El templo de planta oval, figura 11.45, tiene una altura interior de 46 pies; la cornisa está a 23 pies. El eje menor son 46 pies, lo mismo que la altura, y el eje mayor 66 pies. La relación entre el eje menor y mayor es, aproximadamente, $1 : \sqrt{2}$, que se corresponde con el segundo tipo de óvalo que explica en su Libro I. El intradós de la cúpula se obtiene por revolución alrededor del eje mayor del óvalo de la planta. El espesor del tambor es de 8 pies que es, precisamente, 1/7 de la media de los dos ejes $((46 + 66)/2 = 56; 56/7 = 8)$. Serlio aplica, pues, de forma matizada, la regla que descubrió midiendo el Panteón de Roma (de hecho, las medidas de Serlio del Panteón, vano de 194 palmos y tambor de 31 palmos, dan una proporción entre 1/6 y 1/7) que, como se ha visto, está presente en muchas cúpulas romanas.

Las proporciones no se siguen de forma rígida; las dimensiones se han elegido de manera que tanto las proporciones del óvalo de la planta como la regla del espesor del tambor conduzcan a números enteros. (La curva del trasdós, no parece, sin embargo, un óvalo sino una elipse.) Así, parece que el templo de Serlio es un estiramiento en sentido longitudinal de un templo circular análogo al Panteón, habiendo corregido el espesor de manera que sea constante (de ahí el empleo del óvalo) y que cumpla la regla del Panteón.

Parece, pues, que los antiguos maestros comprendían intuitivamente que un estiramiento o contracción de una cúpula no alteraba su estabilidad. El tema está por estudiar, pero el examen visual de las secciones de edificios con cúpulas ovales o elípticas sugiere que, al menos en algunos casos, el punto de partida fue una cúpula esférica que después se transformó. Véase, por ejemplo, la figura 11.46 donde se representa la sección de S. Andrea al Quirinale de Bernini. En este caso el tambor presenta un espesor excesivo desde el punto de vista de la estabilidad, siendo el requisito principal incluir las capillas en su interior. Pero si se toma el espesor en el arranque de la cúpula, de nuevo coincide aproximadamente con 1/7 de la semisuma de los ejes del óvalo de planta. Por supuesto, resulta siempre fácil encontrar en una planta la relación geométrica buscada, en particular cuando



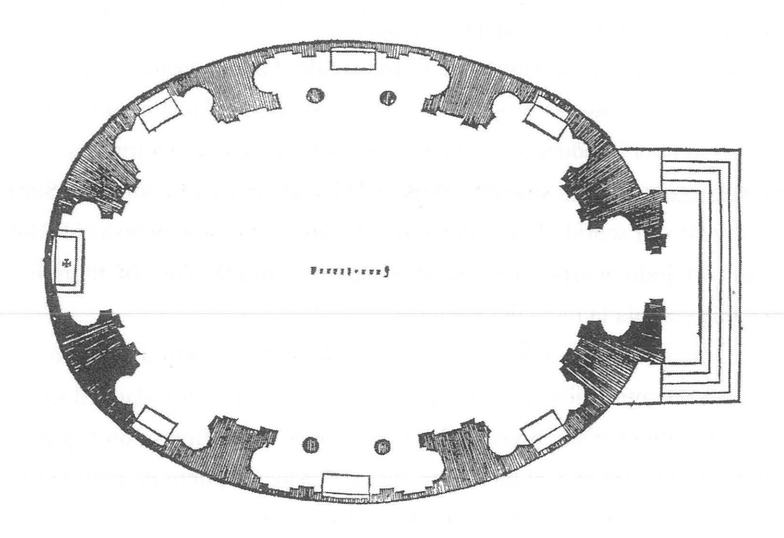
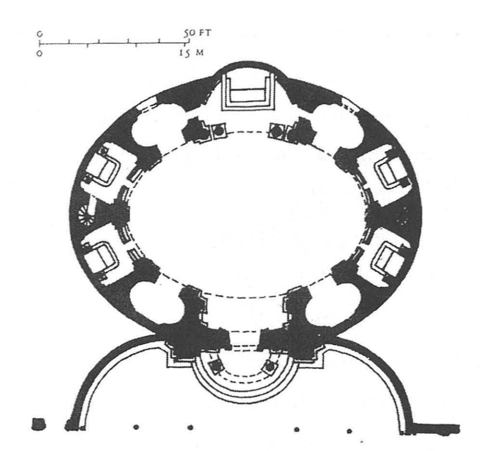


Figura 11.45

Templo con cúpula oval. Serlio publica por primera vez un proyecto con esta forma. El óvalo de la planta sirve también para generar la superficie de intradós de la cúpula, girando alrededor del eje mayor de la cúpula. El espesor del muro es 1/7 de la media aritmética de las luces mayor y menor. (Serlio 1547)



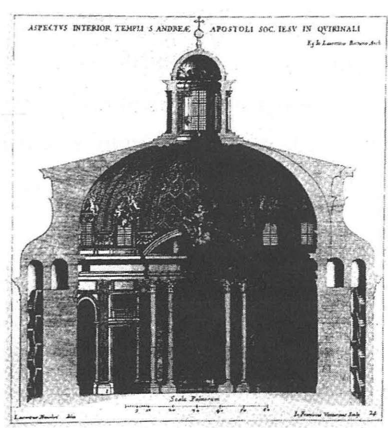


Figura 11.46
Cúpula oval de S. Andrea al Quirinale de Bernini (1658-70). El dibujo de la sección sugiere la aplicación de una contracción geométrica en el proyecto de la cúpula. El espesor en la parte superior del tambor cumple la regla proporcional de Serlio. (Wittkower 1985)

existe un abanico amplio de posibilidades (en las cúpulas romanas, tambores entre 1/5 y 1/7 de la luz; en las renacentistas entre 1/7 y 1/10). Pero es un hecho que Bernini debió «calcular» este espesor de alguna forma; puede que aplicando la regla anterior u otra similar, puede que observando las proporciones de construcciones análogas. La confirmación del empleo de una cierta regla deducida (que no figura en los tratados) sólo se encontraría, quizá, en el contexto de un peritaje en el que el arquitecto debe justificar sus afirmaciones, como sucedió con el peritaje de Palladio sobre la logia de Brescia, en el que hace explícita la «regla del tercio» para los estribos de las arcadas (véase capítulo 6 más arriba).

El análisis de equilibrio de una cúpula oval o elíptica no presenta ninguna dificultad; simplemente, la división en gajos conduce a arcos diferentes, que deben ser analizados por separado. Si existe una linterna se puede dividir su peso en partes iguales para cada gajo, si bien, como sucede siempre en el análisis de equilibrio de estructuras abovedadas espaciales, existe una gran libertad para el analista. Por ejemplo, se puede considerar que los gajos más cortos soportan mayor peso (o quizá todo el peso) de la linterna. De hecho, el número de gajos y el

estudio de las líneas de empujes de cada uno de ellos depende de la pregunta que se quiera responder. Finalmente, nótese que, si existe un óculo, la forma de la línea de empujes en el óculo (el «anillo» de compresiones) no tiene por qué coincidir con la del propio óculo: éste deberá tener una sección suficiente para contener dicho anillo de compresiones (Huerta y López 2001).

Bóvedas de crucería y sus estribos

La bóveda de crucería es según Choisy (1899) una de las esencias del gótico. Sin duda, la arquitectura gótica no hubiera sido posible sin este complejo elemento estructural. Los maestros medievales se dieron cuenta de las ventajas de emplear un esqueleto de nervios a la hora de construir sus bóvedas. Los nervios fijaban la geometría de la bóveda y facilitaban su replanteo; las uniones entre nervios se resolvían mediante claves. Construido el esqueleto de nervios sobre una cimbra ligera, y apeadas las claves sobre puntales de madera, se iban volteando los plementos, cuyas uniones quedaban ocultas. Cerrada la bóveda y descimbrada, ésta empezaba a empujar y los góticos descubrieron (y esta es la diferencia esencial con los constructores románicos que también levantaron bóvedas de crucería) que estos empujes se concentraban en las esquinas. La masa de los pesados muros y contrafuertes del románico se podía reducir considerablemente, disponiéndola en el sitio preciso; era posible abrir grandes ventanales entre los estribos, se podían colocar arbotantes que transmitieran los empujes a los estribos exteriores.

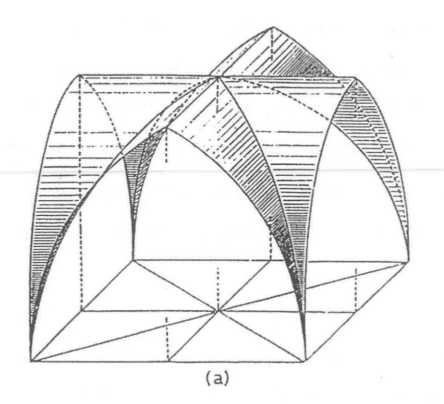
El estudio de la estructura gótica

El párrafo anterior resume algunas de las interpretaciones constructivas del gótico. El enfoque racional de Viollet-le-Duc tiene precedentes que se remontan, al menos, al siglo XVIII con Frézier (véase capítulo 9). Frankl (1960) ha estudiado de forma exhaustiva la literatura sobre el gótico; sobre el aspecto estrictamente estructural las aportaciones son mucho más escasas y los comentarios sobre este tema fueron casi siempre cualitativos. Sólo la aparición de la estática gráfica, con la aplicación implícita de un enfoque de equilibrio, permitió el análisis de la estructura gótica en el último cuarto del siglo XIX: las adiciones de Mohrmann a la

tercera edición de Ungewitter (1890) constituyen, todavía hoy, el estudio más detallado sobre el equilibrio de la estructura gótica; Planat (1887, 1906) popularizó los análisis de equilibrio de bóvedas y estribos góticos; Körner (1901) estudió con detalle la estabilidad de todos los tipos de bóvedas, incluyendo las góticas. El libro de Pol Abraham (1934) y el trabajo de Rosenberg (1936) contienen observaciones estructurales interesantes, también basadas en consideraciones de equilibrio.

Desde finales del XIX se aprecia el intento de aplicar la teoría de la elasticidad (el enfoque de Navier) a las estructuras góticas, tratando de adaptarse al marco teórico entonces dominante. Los análisis de equilibrio fueron tachados de aproximados, cuando no de incorrectos, al no tener en cuenta las propiedades elástico-resistentes de los materiales ni las condiciones de compatibilidad. No obstante, la complejidad matemática del problema impidió llegar a cualquier solución elástica. A finales de los años 1960 Robert Mark aplicó métodos fotoelásticos para estudiar los estados tensionales, pero las primeras soluciones elásticas llegaron de la mano de los programas que aplicaban el método de los elementos finitos (MEF) en los años 1980 (un buen resumen de ambos tipos de desarrollo en Mark (1982); para aplicaciones recientes del MEF, Barthel (1993) y Coste (1997)). No hace falta decir que todos los inconvenientes de la «camisa de fuerza de Navier» (Heyman 1999b), del enfoque elástico, que se han discutido con detalle para los arcos de fábrica (capítulo 4) se multiplican en el caso de las complejas estructuras góticas. Sólo el enfoque del equilibrio, dentro del marco de los principios del análisis límite, permite un estudio de los aspectos esenciales del comportamiento de estas construcciones; Heyman ha estudiado con detalle la estructura gótica desde este punto de vista (véase, por ejemplo, Heyman (1995)). Finalmente, hay que señalar que los análisis de membrana son posibles para modelos muy simplificados pero, como ha demostrado Heyman (1977), estas soluciones conducen en general a la aparición de tracciones, que la fábrica no puede resistir.

En lo que sigue se estudiará el equilibrio de las bóvedas góticas con vistas a verificar las reglas tradicionales de proporción. Al estudiar la estabilidad de la bóveda de crucería hay que distinguir entre: (a) la estabilidad de la bóveda en sí misma sobre sus arranques; (b) la estabilidad de los estribos sometidos al



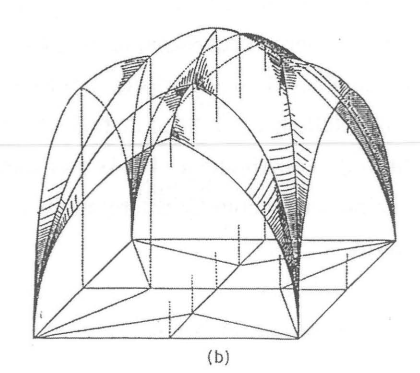


Figura 11.47
Posibles formas de bóvedas de crucería. (a) Geometría ideal que supone los cañones perfectamente cilíndricos; (b) geometría definida por nervios de perfil circular entre los que se disponen plementos de doble curvatura. (Warth 1903)

empuje de la bóveda supuesta estable. Consideraremos ambos aspectos por separado.

Bóvedas: construcción y estabilidad

Para calcular la estabilidad de una bóveda de crucería es preciso antes definir completamente su geometría, es decir, hay que conocer la forma y dimensiones de los elementos que la componen: nervios, claves y plementería. Para reducir los cálculos normalmente se supone una geometría simplificada, del tipo de la representada en la figura 11.47 (a); se supone la bóveda formada por la intersección de dos cañones cilíndricos perfectos y se ignora la presencia de claves y nervios. La práctica totalidad de los estudios de estabilidad de las bóvedas de crucería parten de estas simplificaciones. Por el contrario, la forma de las bóvedas de crucería se parece más a la representada en la figura 11.47 (b), en la que los nervios circulares definen la forma general y sobre ellos se disponen plementos de doble curvatura (como se aprecia también en la figura 11.51, más adelante). Esta disposición se justifica por motivos constructivos y concuerda con la descripción de Rodrigo Gil de Hontañón del proceso de construcción de una bóveda de crucería (véase capítulo 7).

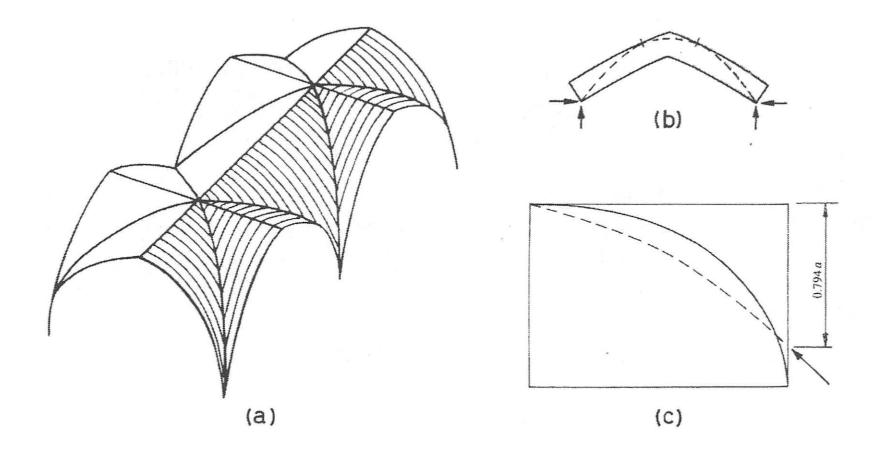


Figura 11.48
Análisis de la estabilidad de una bóveda de crucería por el método de los cortes. (a) Los cañones se imaginan divididos en una serie de arcos elementales; (b) se calcula la línea de empuje mínimo y las correspondientes reacciones para cada uno de ellos; y (c) se dibuja la línea de empujes de dichas reacciones en el arco crucero. (Heyman 1995)

La bóveda de crucería imaginada como la intersección de dos cañones perfectos suministra un buen ejemplo para indicar un posible proceso de análisis. Aplicando el método de los cortes, se considera cada uno de los cañones dividido en una serie de arcos elementales que apoyan sobre los arcos cruceros, figura 11.48 (a). De cada uno de los arcos elementales se dibuja una línea de empujes en su interior, por ejemplo, la de empuje mínimo, figura 11.48 (b); las reacciones de este arco son las cargas sobre el arco crucero. Nótese que la reacción tiene dos componentes, una vertical y otra horizontal. En cada sección considerada del crucero apoyan dos arcos con sus correspondientes reacciones; las verticales simplemente se suman (y a ellas se puede añadir el peso propio de la parte correspondiente del crucero), pero las horizontales se deben componer para obtener su resultante. Por tanto, en cada sección o dovela del crucero actúa una fuerza inclinada. Finalmente, se puede dibujar la línea de empujes correspondiente empleando cualquiera de los métodos gráficos o analíticos que se han comentado en la primera parte de este libro. En la figura 11.48 (c) se ha dibujado la línea de em-

puje mínimo (suponiendo empuje cero en la clave del arco crucero), la más peraltada de entre las posibles, y puede verse que pasa a cierta distancia de los arranques.[36] La línea de empujes debe estar contenida dentro del espesor del arco crucero y esto puede obligar a ajustar el peralte de la línea de empujes, esto es, a considerar un cierto empuje en la clave del crucero.

A finales del siglo XIX esta tarea se realizaba gráficamente y en la figura 11.49 de Körner (1901) se resume el proceso de análisis para una bóveda simple de cañones cilíndricos. En la parte superior figura la planta con la división en arcos y el análisis de equilibrio de cada arco, para obtener la línea de empuje mínimo. Las reacciones en los extremos de esta línea son las cargas sobre las dovelas del arco crucero, que se analiza en la parte inferior. Las cargas de los arcos se suman a los pesos de las dovelas y las componentes horizontales se resuelven según la diagonal (por simetría todas las cargas deben estar en el plano del arco crucero). La forma del polígono de fuerzas muestra claramente que las cargas son inclinadas; el empuje horizontal ya no es constante y va creciendo hacia los arranques. Se ha dibujado la línea de empuje mínimo, que se hace tangente por encima de los jarjamentos; la línea no podría pasar nunca por los arranques del arco crucero. Los constructores góticos conocían este hecho y disponían los arbotantes a una cierta altura por encima de los arranques. El análisis es gráfico y la lámina (en realidad son dos en el libro original) resume todo el proceso. Por supuesto, el mismo análisis de equilibrio podría haberse realizado mediante un programa de ordenador.[37]

El método de los cortes se puede entender quizá mejor mediante la analogía de la cadena de Hooke. En la figura 11.50, los plementos cuelgan de cables que, a su vez, cuelgan de dos cables principales, que representan a los arcos cruceros. Si se invierte el funicular las tracciones pasan a ser compresiones y la forma invertida de los cables representa una solución posible de equilibrio para la bóveda. Para que sea válida, los antifuniculares deben estar contenidos dentro de los nervios y la plementería. El método es completamente equivalente al método gráfico antes descrito. Tiene no obstante la ventaja de que puede aplicarse a cualquier bóveda, mientras que los métodos gráficos de análisis de estructuras espaciales resultan muy complicados cuando no hay condiciones de simetría que simplifiquen el proceso. Gaudí fue el primero en emplear los mo-

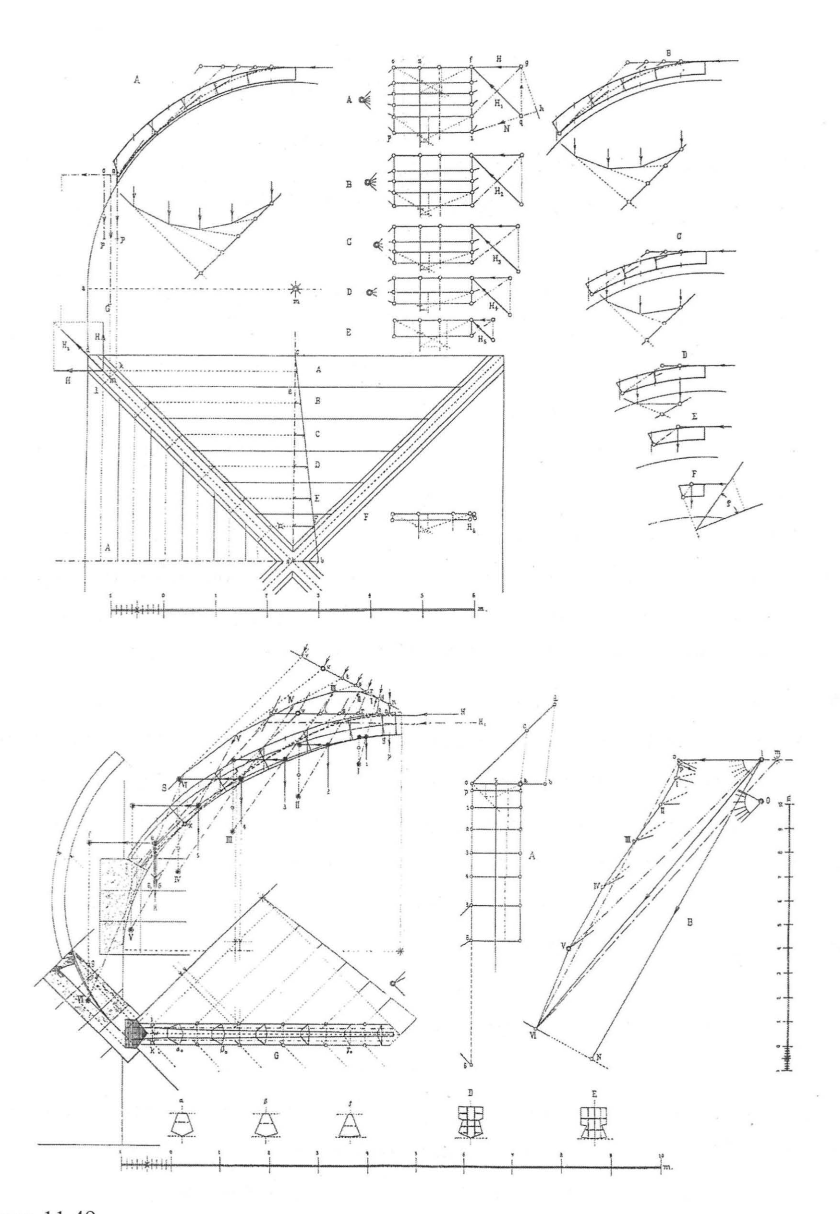


Figura 11.49
Análisis gráfico de una bóveda de crucería de cañones cilíndricos por el método de los cortes. En la parte superior aparece la planta con la división en arcos elementales; se ha dibujado la línea de empuje mínimo para cada uno de ellos. Abajo, se ha dibujado la línea de empujes en el arco crucero, que soporta el empuje inclinado de cada uno de dichos arcos elementales. Nótese que el empuje horizontal no es constante y va creciendo hacia los arranques. (Körner 1901)

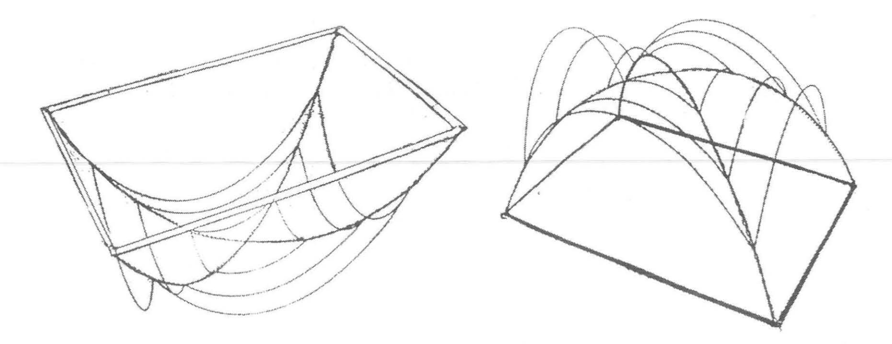


Figura 11.50
Modelo colgante de una bóveda de crucería. Los plementos cuelgan de una primera familia de cables que cuelga de dos cables cruceros principales. La forma invertida representa una solución de equilibrio que será válida si los cables quedan contenidos dentro de la fábrica de la bóveda. En esta hipótesis, todo el peso de la bóveda se transmite por los arcos cruceros hasta las esquinas. (Beranek 1988)

delos funiculares en el proyecto de bóvedas de fábrica (aunque el método fue sugerido ya por Mohrmann (Ungewitter 1890)). Las bóvedas asimétricas de la iglesia de la colonia Güell fueron calculadas mediante modelos colgantes; un análisis gráfico hubiera sido casi impracticable por su complejidad con las herramientas de cálculo de la época. Sin embargo, el propio Gaudí empleó métodos gráficos al analizar las bóvedas doblemente simétricas de las naves de la Sagrada Familia (Huerta 2003b).

Los cortes se suelen hacer según planos paralelos a los de los arcos formeros y perpiaños que limitan el tramo considerado (figura 11.48(a) y 11.49). Cuando los plementos presentan una acusada curvatura, resultando una forma cupuliforme, el analista puede decidir cortar cada plemento individualmente como si fuera una cúpula; la figura 11.51 recoge distintas posibilidades. En este caso, no todo el peso de la bóveda se transmite a los nervios y algunos arcos elementales empujan directamente contra los muros que limitan la bóveda en sentido longitudinal. Este tipo de cortes puede complicar el proceso de cálculo y, hay que recordar de nuevo, que lo que se busca es una solución *posible* de equilibrio y no la solución *real*; la complicación en los cortes no implica, necesariamente, una mayor precisión.[38]

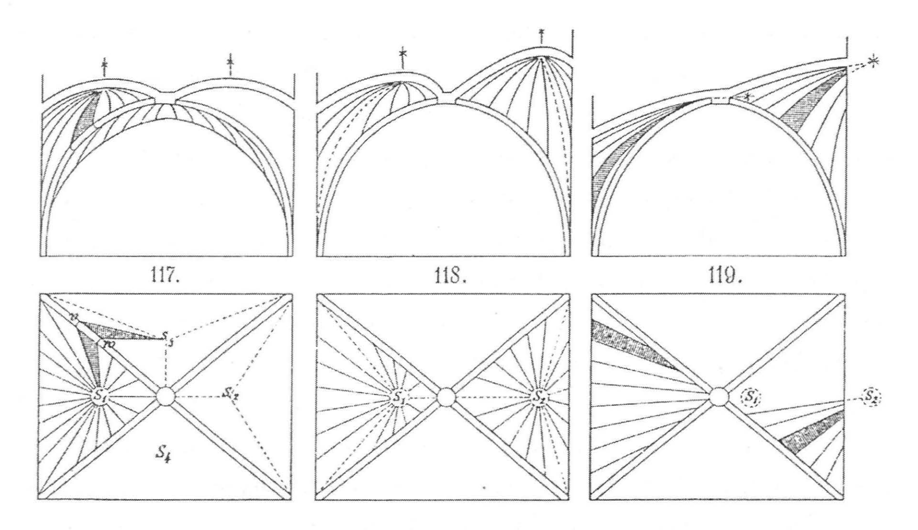


Figura 11.51
Posibles divisiones de los plementos de una bóveda de crucería para un posterior análisis de equilibrio. Algunos cortes recuerdan los empleados en el análisis de las cúpulas. (Ungewitter 1890)

EQUILIBRIO DURANTE LA CONSTRUCCIÓN: La bóveda de crucería terminada presenta muchas posibilidades de equilibrio y, en general, no resulta difícil encontrar una de ellas que «demuestre» su estabilidad (si se trata de una bóveda existente, el hecho de que la bóveda esté en pie es prueba de que existe una solución de equilibrio a compresión, aunque el analista no sea capaz de encontrarla). Sin embargo, la estructura no debe sólo ser estable ya terminada; debe serlo también en cada una de las etapas de su construcción. Esta consideración rara vez se ha hecho, pero la construcción de una catedral resulta mucho más asombrosa si pensamos en el equilibrio durante el complicado proceso de construcción hasta su terminación.

En el caso de una bóveda de crucería, si efectivamente el esqueleto de nervios hace de cimbra soportando el peso de la bóveda, el orden de construcción de la plementería debe permitir una solución de equilibrio para los nervios en cada etapa. Esto impone condiciones en el procedimiento. La primera, obvia, es que hay que ir construyendo de forma simétrica, empezando desde los

arranques hacia el centro; el delgado esqueleto de nervios no soportaría una carga asimétrica. Aún así, la carga en los bordes de la bóveda tenderá a producir un colapso por levantamiento de la clave, análogo al de los arcos apuntados: es el peso de las grandes claves el que estabiliza el esqueleto durante la construcción. Rodrigo Gil de Hontañón mostró su preocupación por dar a las claves el peso adecuado: si son demasiado pesadas los nervios no las pueden soportar y si son muy ligeras, el peso de los nervios las levanta. Rodrigo Gil se refiere específicamente a la estabilidad de la bóveda, pues niega que el colapso se deba a «aberse apartado las paredes» (véase capítulo 7). De hecho, se tiene que estar refiriendo al momento de la construcción. Terminada la bóveda, el colapso por levantamiento de las claves, por ejemplo, sería prácticamente imposible en una bóveda de crucería del gótico tardío español, cuya forma se aproxima a la de una bóveda vaída, por la formación de «anillos» horizontales de compresión.

En la figura 11.52 se ha representado una bóveda de crucería simple en una fase intermedia de su construcción. El esqueleto de nervios está terminado y se han retirado las cerchas ligeras empleadas en su construcción (o si éstas permanecen no funcionan ya); sin embargo, los maderos sobre los que apoyan las claves permanecen, tal y como describe Rodrigo Gil de Hontañón (véase figura 7.2 más arriba). Se han levantado los muros a la altura de los enjarjes y se ha construido una parte de la plementería trasdosada por un buen relleno hasta la mitad de la altura de la bóveda. Queda por cerrar el rectángulo central de la planta, figuras 11.52 (a) y (b).

Se trata de estudiar el equilibrio del arco crucero. La carga sobre éste se ha considerado vertical y el peso de la plementería tendrá una resultante P_b, figura 11.52 (c).[39] La clave tiene un peso Q y el pie derecho de madera soporta una parte de este peso que llamaremos X. Si se considera el peso de los arcos cruceros pequeño en relación con el de la bóveda construida, la línea de empujes en el crucero deberá ser horizontal en la zona descargada (nótese que, por simetría, en la figura se trabaja con los pesos totales). Es evidente que, en esta situación, es imposible dibujar una línea de empujes en el interior del arco y que el crucero colapsaría; el hundimiento de la zona cargada produciría el levantamiento de la parte descargada.

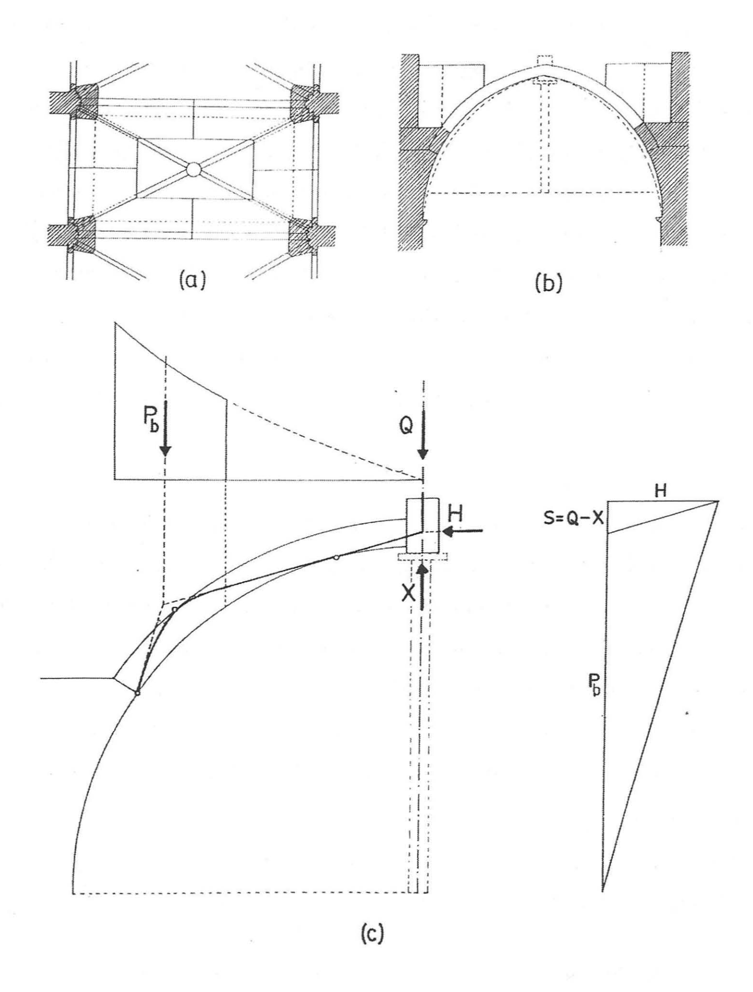


Figura 11.52
Estudio del equilibrio de los arcos cruceros en una fase intermedia. (a) y (b) Planta y sección de la bóveda. (c) Línea de empujes en el arco crucero que soporta el peso de la plementería que apoya sobre él. Para que sea posible su dibujo dentro del arco es preciso una carga puntual en su cabeza. El peso de la clave suministra esta carga puntual, que se ajusta al valor preciso gracias al madero vertical de apeo.

El peso de la clave central puede evitar que esto ocurra. En efecto, parte de este peso, la cantidad $S = (Q - X)$, convertiría la línea de empujes en la zona descargada en dos rectas inclinadas que, ahora sí, podrían estar contenidas dentro del arco crucero. Dado que el pie derecho puede soportar cualquier carga entre cero y Q, S puede tener también tener cualquier valor entre cero y Q. En la figura 11.52 (c) se ha representado el análisis gráfico y puede verse que S no necesita ser muy grande. De hecho, S debe variar a medida que se construye la plementería y alcanzará un cierto máximo, $S_{máx}$. Si se verifica que $S_{máx} \leq Q$, la clave estabilizará el arco crucero en todas las etapas de la construcción; el madero de apeo suministra en cada caso la reacción vertical necesaria. El ejemplo estudiado es sencillo en comparación con una bóveda real, pero permite explicar el papel estabilizador, de contrapeso, de las claves góticas.

Reglas tradicionales de proyecto de bóvedas góticas

El proyecto de una bóveda gótica supone dos pasos: 1) definir geométricamente el esqueleto de nervios y claves; 2) asignar dimensiones a los citados elementos. En cuanto al primer paso, ni los tratados del gótico tardío alemán, ni el tratado de Rodrigo Gil de Hontañón, se ocupan específicamente de este problema. Implícitamente se supone que se conocen los métodos para trazar primero la planta o montea de la bóveda y, después, trazar el perfil de los nervios. No obstante, dibujos sueltos han llegado hasta nosotros, de manera que podemos conocer los métodos de trazado (Müller 1990); este primer paso, lleno de interés, no es objeto del presente estudio. El segundo paso, asignar dimensiones a nervios y claves sí se trata en los tratados alemanes y en el tratado de Rodrigo Gil de Hontañón.

NERVIOS: El proyecto medieval de los nervios se basa siempre en el empleo de fracciones simples de la luz, ya sea de manera indirecta (el nervio se deduce de otro elemento que es una fracción de la luz; éste es el caso de los tratados alemanes del gótico tardío) o de forma directa (Rodrigo Gil de Hontañón). El procedimiento está plenamente justificado: los nervios deben tener unas dimensiones suficientes para soportar su propio peso y, sobre todo, para acomodar las distintas líneas de empujes durante la construcción. La forma de estas líneas de empujes no depende del tamaño sino de la distribución de las cargas y el esqueleto de nervios que las contie-

ne necesitará un cierto espesor que, al no depender del tamaño, se puede expresar de forma adecuada como una fracción de la luz. El espesor de los nervios góticos oscila entre 1/20 y 1/30 de la luz.[40] La presencia de un relleno que normalmente supera la mitad de la altura de la bóveda convierte a los nervios en arcos rebajados. Los espesores citados son, como se ha visto más arriba al tratar el proyecto de bóvedas de cañón, más que suficientes si la construcción se realiza en un orden adecuado y se disponen claves con pesos suficientes (o se colocan sobre ellas pesos adicionales hasta el cierre completo de la bóveda).

CLAVES: La dimensión de la clave sólo se menciona de forma explícita en el tratado de Rodrigo Gil de Hontañón, que se refiere a su peso. Esto es, primero se calcula el peso y luego se proyecta una clave que cumpla los requisitos de forma que imponen las acometidas de los nervios, la ornamentación, etc. La fórmula de Rodrigo Gil (véase capítulo 7) es,

$$Q = p\sqrt{\sum t_i - \sum s_i}$$

Q = peso de la clave (quintales)
p = peso por pie de los cruceros (quintales/pie)
Σt_i = longitud de los elementos sustentantes (pies)
Σs_i = longitud de los elementos sustentados (pies)

Resulta interesante ver las dimensiones de los distintos términos. El peso por pie del crucero p es proporcional a $\gamma L^{2;}$; el término de la raíz es proporcional a $L^{1/2}$. Por tanto, el peso de la clave es proporcional a $\gamma L^{5/2}$. (Donde γ es el peso específico de la piedra.)

En una bóveda real, si se considera que los nervios forman una cimbra que debe soportar el peso de la bóveda durante la construcción, se ha visto en el apartado anterior que el peso de la clave debe ser una fracción del peso de la bóveda; éste, a su vez, es el resultado de multiplicar su superficie por su espesor y por el peso específico. Hay dos posibilidades:

– Si el espesor de la bóveda se fija como una fracción de la luz (proyecto proporcional, como en el caso de los arcos), entonces el peso de la clave es pro-

porcional a γL^3, y las dimensiones de la clave crecen linealmente con los cambios de tamaño.

– Si el espesor de la bóveda es una constante (por ejemplo, el mínimo constructivo en sillarejo es de alrededor de unos 20 cm), entonces, el peso de la clave es proporcional a γL^2. En este caso el proyecto no es proporcional, las dimensiones lineales de la clave crecerían más lentamente que las del resto; por ejemplo, al hacer la bóveda el doble de grande, el diámetro se multiplicaría, no por 2, sino por $(2^2)^{1/3} = 1{,}589$.

El valor de Rodrigo Gil, $\gamma L^{5/2}$, está comprendido entre ambas situaciones y esto puede, en cierto modo, justificarse. El espesor de las bóvedas de crucería del gótico tardío español tiende a ser siempre el mínimo constructivo, como se puede comprobar midiendo bóvedas existentes de distintos tamaños. El peso de la plementería es proporcional a γL^2. Por otra parte, el peso del esqueleto de nervios en una bóveda compleja con numerosos nervios secundarios además de los cruceros (terceletes, combados y rampantes), puede no ser despreciable y deba sumarse al de la plementería. Este peso es proporcional a γL^3. La regla de Rodrigo Gil de Hontañón, parece ser un ajuste empírico de las cantidades implicadas, que conducen a un proyecto no proporcional.

La regla es notable principalmente por llamar la atención sobre la importancia del peso de las claves. Resulta, además, ciertamente sorprendente que suponga un ajuste más fino que el habitual proyecto gótico proporcional, y que esté justificado racionalmente.

Empuje de una bóveda de crucería

El análisis de estabilidad de una bóveda implica el estudio de las posibles líneas de empujes que la mantienen en equilibrio y, por tanto, lleva finalmente a conocer el empuje de la bóveda. En el caso de una bóveda sobre arcos cruceros del tipo de las figuras 11.48 y 11.49, más arriba, en cada tramo actuará un empuje que tiene por componente vertical la mitad del peso del tramo y por componente horizontal la composición de las componentes horizontales que actúan según los planos de los arcos cruceros. Puede ocurrir, también, que parte del empuje de la bóveda se transmita directamente al muro entre los estribos; no obstante, las componen-

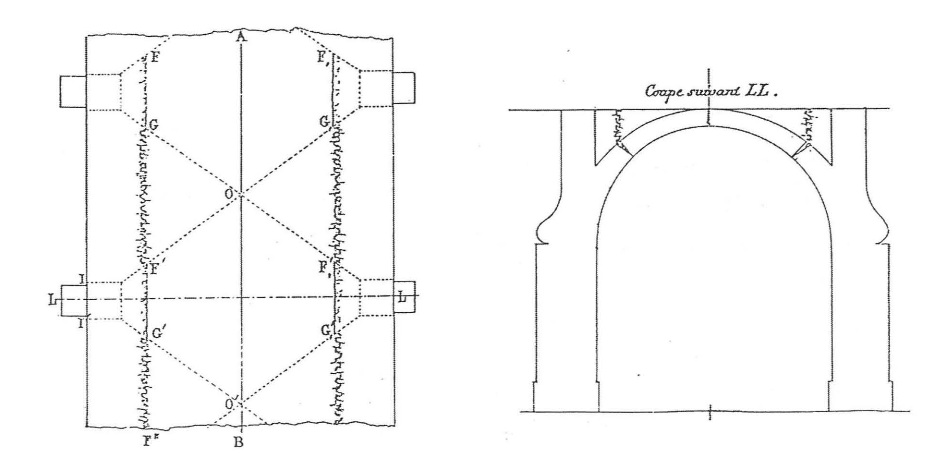


Figura 11.53
Análisis global de la estabilidad de una bóveda de crucería. Al ceder los estribos se abren las grietas indicadas en el dibujo; el problema se vuelve isostático y se puede calcular directamente el empuje total de un tramo de bóveda. (Michon 1857)

tes horizontales de estos empujes se transmitirán finalmente, formando arcos de descarga a los estribos.

En general, las bóvedas no presentan problemas intrínsecos de estabilidad; es la estabilidad de los estribos el aspecto fundamental y la mayor parte de las reglas tradicionales de proyecto se refieren a los estribos. El cálculo preciso requiere un análisis del tipo de los anteriores, pero, si lo que se quiere es un valor suficientemente aproximado, hay métodos rápidos de cálculo que se basan en estudiar el equilibrio global de la semibóveda que acomete al estribo correspondiente. El primero en proponer un análisis de este tipo fue Michon (1857), figura 11.53. La bóveda, al ceder ligeramente los estribos, producirá una grieta en la clave, siguiendo más o menos el espinazo de la bóveda, y otra en la zona de los arranques. El dibujo de Michon coincide básicamente con los agrietamientos que se observan en bóvedas reales y que han sido interpretados dentro del marco del análisis límite por Heyman (1983), figura 11.54.

Se puede, ahora, calcular el centro de gravedad de la porción de bóveda entre los arranques y la grieta de la clave y establecer el equilibrio de sólido libre, sa-

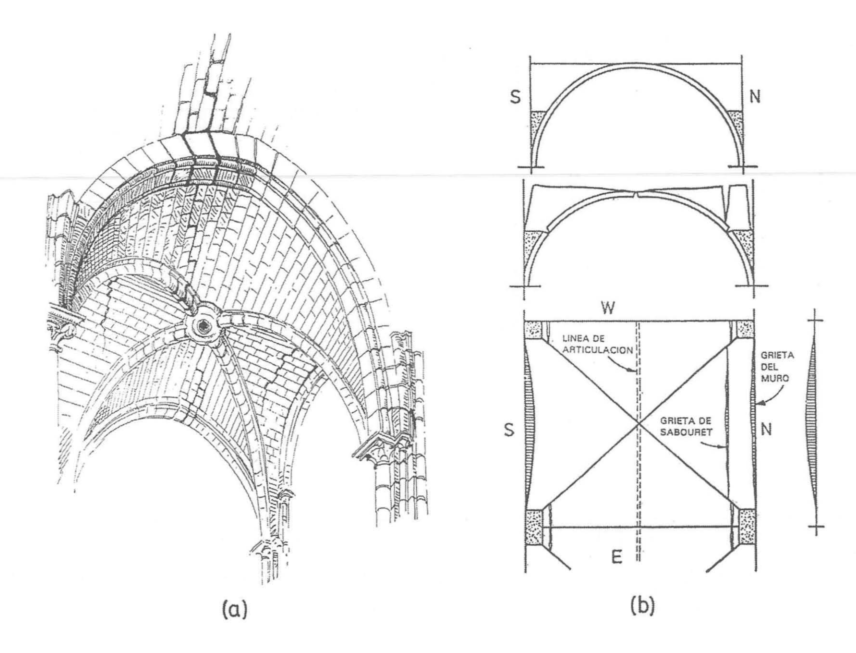


Figura 11.54
(a) Agrietamientos típicos de una bóveda de crucería. (Abraham 1934) (b) Interpretación de los agrietamientos en base a un pequeño cedimiento de los estribos. (Heyman 1983)

biendo que, por simetría, el empuje (la resultante de los esfuerzos a lo largo del tramo considerado) debe ser horizontal. Ésta es la idea que aplicó Mohrmann, figura 11.55, al elaborar su tabla para el cálculo de estribos de las bóvedas góticas (Ungewitter 1890). Heyman (1999a) ha recogido la tabla de Mohrmann de forma más moderna, tabla 11.2 (con referencia a la fig. 11.55; $s = L$). La tabla da las componentes horizontal y vertical por metro cuadrado, H_0 y V_0, la posición del centro de gravedad y un intervalo para el brazo de palanca. (Nótese que Mohrmann considera un espesor constante para cada tipo de material independientemente del tamaño de la bóveda.) El método está expuesto con detalle en Heyman (1999a) y la figura 11.56 recoge su aplicación al cálculo del empuje de un tramo de bóveda de 16 × 8 m, con una plementería de arenisca de 20 cm de espesor y una relación flecha/luz de 1/2. El método de Mohrmann es aproximado, pero es evidente a partir de la figura 11.55 que el intervalo de variación del empuje no es

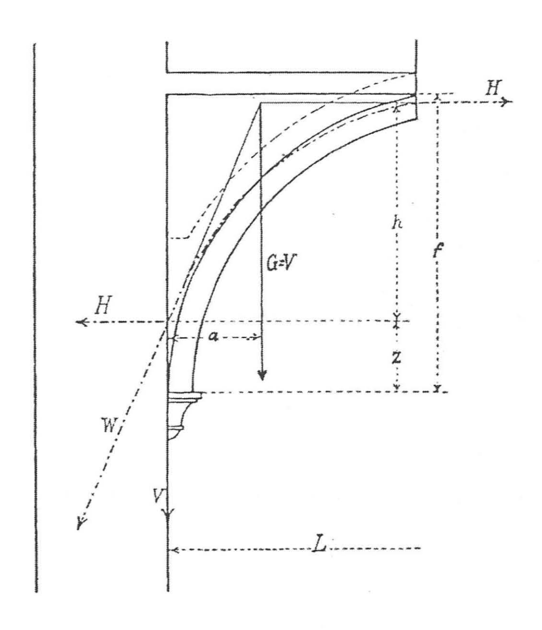


Figura 11.55
Equilibrio global de una semibóveda de crucería para calcular su empuje. (Ungewitter 1890)

Altura / luz *f/s*	1:8		1:3		1:2		2:3		5:6 a 1:1	
kN/m_2	V_o	H_o	V_o	H_o	V_o	H_o	V_o	H_o	V_o	H_o
a. $\frac{1}{2}$ ladrillo ligero	2.0	3.6-4.0	2.3	1.6-1.8	2.6	1.1-1.2	2.9	0.9-1.0	3.4	0.8-0.9
b. $\frac{1}{2}$ ladrillo resistente	2.7	5.0-5.5	3.1	2.2-2.4	3.5	1.4-1.6	3.8	1.1-1.3	4.5	1.0-1.1
c. $\frac{3}{4}$ ladrillo resistente	3.7	7.0-7.5	4.2	3.0-3.3	4.8	1.9-2.2	5.3	1.6-1.8	6.5	1.5-1.6
d. 200 mm arenisca	5.0	9.5-10.0	5.7	4.2-4.5	7.0	2.8-3.2	7.5	2.2-2.5	9.0	2.1-2.3
e. 300 mm mampostería	8.5	16-17	10.0	7.1-7.5	12.0	4.8-5.5	13.0	4.0-4.3	15.0	3.5-3.7
Brazo de palanca *h/f*	0.90		0.85-0.75		0.80-0.70		0.80-0.72		0.80-0.75	

Tabla 11.2
Tablas de Mohrmann/Ungewitter para el cálculo directo del empuje de una bóveda de crucería. La tabla da las componentes vertical y horizontal del empuje, así como la altura de su punto de aplicación. (Heyman 1999a)

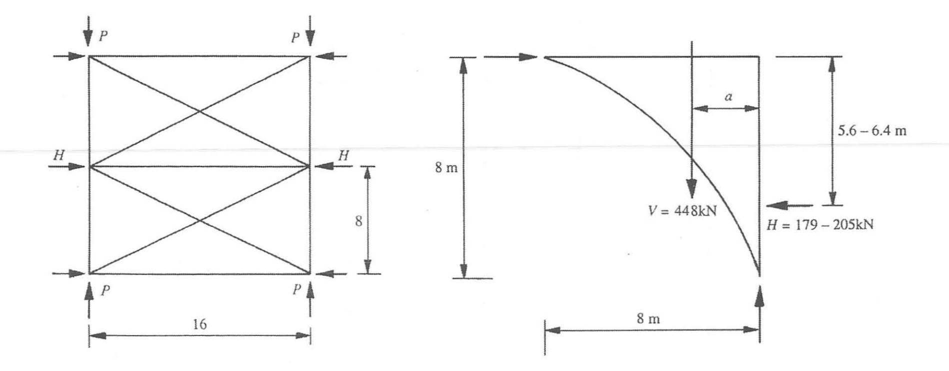


Figura 11.56
Aplicación del método rápido de Mohrmann/Ungewitter al cálculo de una bóveda de crucería. (Heyman 1999a)

grande; de hecho si se comparan los resultados de un análisis detallado por el método de los cortes con los obtenidos mediante las tablas de Mohrmann, en general, apenas hay diferencia.

EMPUJE DE BÓVEDAS VAÍDAS: La aplicación del método de los cortes puede conducir a cálculos rápidos de bóvedas complejas, cuya forma se aparta de la crucería típica de dos cañones. Este es el caso de las bóvedas de crucería del gótico tardío español donde los nervios, muy aproximadamente, están situados sobre una semiesfera cuyo diámetro es la diagonal del tramo. Esto es, la forma es la de una bóveda vaída, obtenida por la intersección de una semiesfera con cuatro planos verticales. En la figura 11.57 se ha dibujado la planta de una de las bóvedas de la nave de la iglesia del convento de San Francisco, en Medina de Rioseco. El arco perpiaño se midió con precisión y presenta un ligero apuntamiento; los dos centros están a una distancia igual al espesor del perpiaño. Los arcos formeros son, aproximadamente de *cuarto acuto.* Los arcos cruceros son de medio punto. En la figura se ha trazado a puntos la semiesfera de la vaída que contiene a los cruceros y puede verse que apenas se aparta de la forma de la bóveda real.

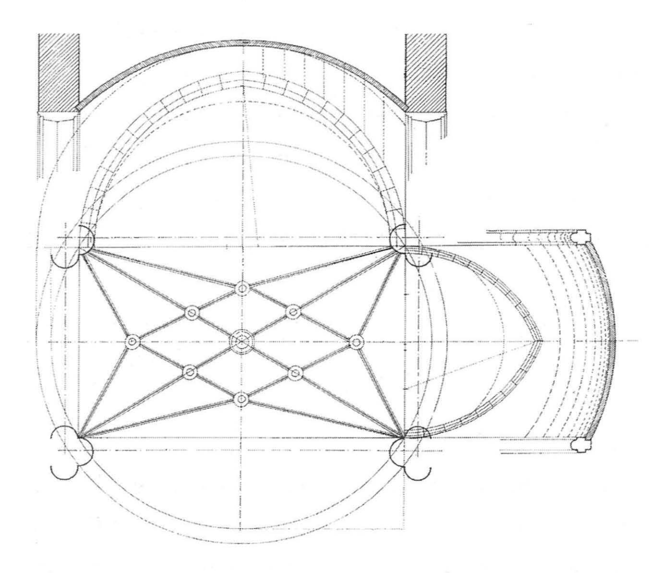


Figura 11.57

Bóveda de crucería del gótico tardío español. Los nervios están dispuestos, muy aproximadamente, sobre una semiesfera. La forma general es la de una bóveda vaída.

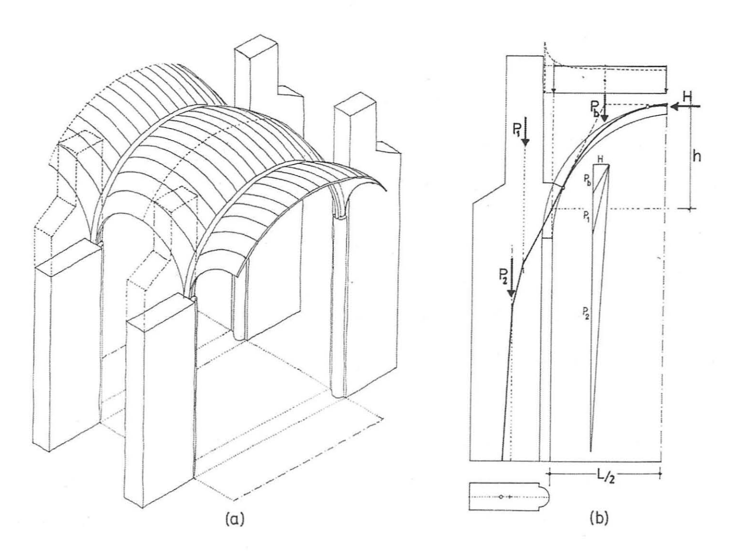


Figura 11.58

Análisis de la bóveda de crucería de la figura anterior por el método de los cortes. (a) División por planos paralelos al eje de la nave; (b) cargas y equilibrio del estribo.

Por tanto, podemos sustituir la bóveda real por una bóveda vaída con un espesor algo mayor (digamos un 10%) para considerar el peso de nervios y claves. Esta bóveda análoga se divide ahora cortando por planos verticales paralelos al eje de la nave, lo que conduce a una serie de arcos circulares que apoyan sobre los perpiaños, figura 11.58 (a). Las componentes horizontales de los empujes de estos arcos se anulan con las de los tramos adyacentes, de manera que el arco perpiaño soporta sólo cargas verticales. Se puede representar esta carga vertical como una carga variable repartida en horizontal, simplemente desarrollando en longitud los arcos que acometen cada cierto intervalo en horizontal. La carga se ha dibujado en la figura 11.58 (b) y puede verse que la distribución (dibujada a puntos) es prácticamente uniforme, creciendo sólo en la cercanía de los arranques. Si repartimos uniformemente el peso de la bóveda obtendremos una distribución más desfavorable desde el punto de vista del empuje. Por otra parte, la línea de empujes de una carga uniforme es una parábola, lo que permite calcular de forma inmediata el empuje, que vale[41]

$$H = \frac{1}{8} P_b \left(\frac{L}{f} \right) = \frac{1}{8} V_0 S \left(\frac{L}{f} \right)$$

donde

P_b = peso total de la bóveda
L = luz de la bóveda
f = brazo de palanca
V_0 = peso de la bóveda por metro cuadrado en planta
S = área de la planta de la bóveda

El valor de V_0 se puede tomar de las tablas de Mohrmann/Ungewitter. La flecha f para el empuje mínimo puede tomarse aproximadamente dibujando la parábola correspondiente que, dado el ligero apuntamiento del arco será tangente en el trasdós a una cierta distancia de la clave. En la figura 11.58 (b) se ha verificado la estabilidad del estribo, considerado independiente de los muros de cierre. El coeficiente geométrico de seguridad es de 4.

En el polígono de fuerzas puede verse la relación entre el peso de la bóveda y el del estribo: $P_b / (P_1 + P_2) \approx 1/10$; es el estribo y no la bóveda lo que consume la mayor parte del material. Esta circunstancia es general para cualquier estructura de fábrica, y suministra un argumento más que justifica la importancia que concedían los antiguos constructores al proyecto de los estribos.

Verificación de reglas empíricas para estribos

Cualquiera de los métodos de análisis comentados con anterioridad puede servir para verificar las reglas empíricas empleadas por los maestros góticos para el cálculo de los estribos de sus bóvedas de crucería. Estudiaremos en primer lugar las reglas medievales: las reglas geométricas n° 1 y n° 2, y la regla de los tratados del gótico tardío alemán (capítulo 5). Después se estudiará la regla de Rodrigo Gil de Hontañón, que pertenece al gótico tardío español del siglo XVI (capítulo 7).

REGLAS MEDIEVALES: Las tres reglas medievales que han llegado hasta nosotros, conducen a una relación entre el espesor del estribo y la luz, d/L, que es independiente del tamaño y de la altura del estribo. En las reglas góticas n°1 y 2 la relación entre el estribo y la luz es, además, función de la forma del arco. Se ha estudiado esta variación para arcos apuntados con una relación flecha/luz, f/L, entre 1 y 2; la geometría de los arcos se describe en la figura 11.59 (a) y la relación se ha representado gráficamente en la figura 11.59 (b). No se ha estudiado el caso de arcos rebajados pues no existen bóvedas góticas rebajadas cubriendo las naves.[42] Aparentemente, la regla de los tratados alemanes es más conservadora pero hay que recordar que esto no es necesariamente así: esta regla da el espesor de los estribos en su base, mientras que las otras lo dan a la altura de los arranques. El ataludado tradicional mediante retallos puede llevar incluso a valores menores a la altura de los arranques para la regla de los tratados alemanes.

Nótese que el valor de 1/4, citado por Rodrigo Gil de pasada en su manuscrito (capítulo 7), constituye un buen valor de referencia: La regla n° 1 se desvía poco de este valor y la curva correspondiente presenta una asíntota horizontal, cuando f/L tiende a infinito, para $d/L \approx 2/9$. La regla n° 2 se desvía algo más y

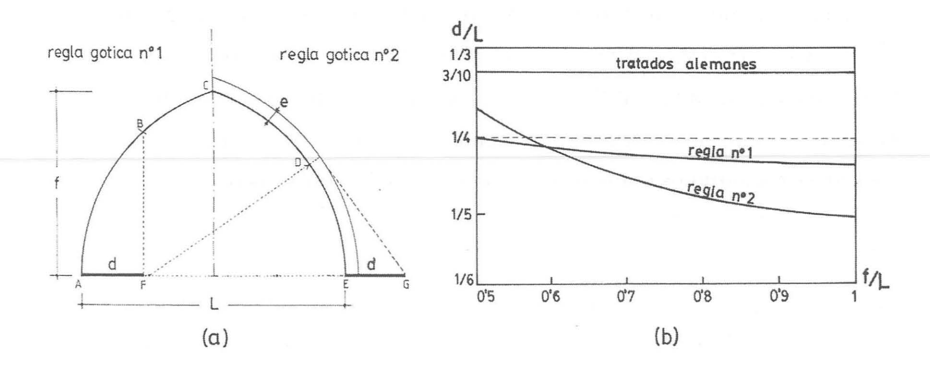


Figura 11.59
(a) Aplicación de las reglas geométricas n°1 y 2 al arco perpiaño de un tramo de una bóveda de crucería para obtener el estribo. (b) Variación de la relación entre el estribo y la luz *d/L* en función de la relación entre flecha y luz *f/L*.

también presenta una asíntota para un valor de *f/L* de algo menos de 1/6. Finalmente, un valor de 1/4 a la altura de los arranques, para un estribo dimensionado en la base según la regla alemana, conduciría a una inclinación de la cara exterior de 1:20, que, según Ungewitter, es la inclinación media observada en los estribos góticos.

El problema de la verificación de las reglas mediante cálculos es complejo. No existe una bóveda gótica típica y las variaciones de forma y construcción son muy grandes en distintas épocas y regiones. De hecho, la mejor verificación consiste en comprobar que las reglas se ajustan a las proporciones de una buena selección de ejemplos construidos. Éste fue el enfoque de los arquitectos alemanes interesados en sistematizar la arquitectura gótica de cara al proyecto de iglesias neogóticas. Mohrmann discute el problema del empleo de reglas empíricas con cierto detalle (Ungewitter 1890, 273) y cita ciertos ajustes de la regla gótica n° 1 propuestos por C. W. Hase, su maestro en la Escuela de Hannover; se debe añadir al estribo obtenido por la regla, 15 cm cada 4,50 m de altura desde los arranques hasta la base (lo que conduce a una inclinación de 1:30). Mohrmann realiza también sus propias matizaciones: si la clave del arco perpiaño está mucho más baja que la del crucero, sugiere que se tome un arco intermedio, figura 11.60,

para obtener el estribo a la altura de los arranques. Después recomienda disponer retallos que conduzcan a una inclinación media de 1:20. Se hacen distinciones entre tramos cuadrados y rectangulares y, también, para bóvedas de distintos materiales.

Si las bóvedas góticas presentaran un espesor proporcional a la luz (como sucede con los arcos y bóvedas de cañón), para cada bóveda de una cierta forma se podría fijar una cierta relación entre el estribo y la luz. Sin embargo, como se ha visto, las bóvedas góticas presentan con frecuencia un espesor que es el mínimo constructivo del material empleado: $^1/_2$ pie para el ladrillo, 15–20 cm para plementerías de sillarejo. No obstante, esto no es siempre así, y se encuentran bóvedas de espesores muy superiores.

Para el caso de plementos de espesor constante independientemente del tamaño, el proyecto se vuelve no proporcional y los estribos de bóvedas de la misma forma se van haciendo progresivamente más esbeltos al aumentar la luz. En efecto, el peso de la bóveda y, por lo tanto, el empuje, crecen con el cuadrado de las dimensiones, mientras que el peso del estribo crece con el cubo de las dimensiones: en el proyecto gótico hay una ley del cuadrado/cubo que funciona en sentido inverso a la de Galileo. Los miembros (estribos) no se regruesan, sino que se adelgazan proporcionalmente, al aumentar el tamaño.

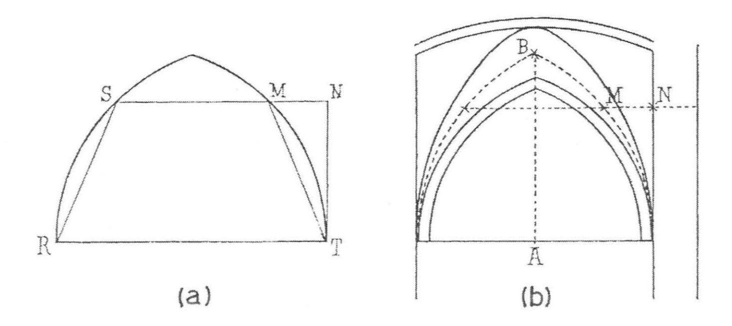


Figura 11.60
(a) Regla gótica n° 1. (b) Modificación de Mohrmann a la regla cuando la clave del perpiaño está sensiblemente más baja que la de la bóveda. Se aplica la regla a un arco con una altura intermedia entre ambas claves. (Ungewitter 1890)

Resulta interesante considerar este aspecto que ha pasado desapercibido hasta ahora. (Curiosamente, Morhmann calcula unas detalladas tablas para los estribos (Ungewitter 1890, 149–53), suponiendo las bóvedas de espesor constante; en consecuencia, sus tablas dan resultados no proporcionales, pero él no parece darse cuenta de este hecho.) Consideraremos una bóveda de crucería cuatripartita de las mismas proporciones que la de la catedral de Gerona (cf. figs. 5.21 y 5.22, pp. 170–1). Se supondrá la plementería de arenisca con un espesor de 20 cm hasta los 10 m, que crece linealmente hasta alcanzar los 30 cm para los 20 m de luz, y en adelante en la misma proporción. Para calcular el empuje se emplean las tablas de Mohrmann/Ungewitter. Para una relación flecha/luz $f/L = 2/3$, y el citado material, se obtienen los siguientes valores: $H_0 = 2{,}5$ kN/m$_2$; $V_0 = 7{,}5$ kN/m$_2$; $h = 0{,}72f$. Los valores de H_0 y V_0 crecen proporcionalmente al espesor para $L > 10$ m.

En cuanto a los estribos, son rectangulares con una proporción en planta de 1:3; el muro entre estribos presenta un espesor $e = L/15$. Se ha considerado que una pequeña parte del muro ($e/2$) está sólidamente unida al estribo. En la figura 11.61 se ha representado gráficamente la relación entre estribo y luz, d/L para distintos valores de la relación entre altura del estribo (hasta los arranques) y luz, $\beta = h/L$, y distintas luces entre 7,5 y 25 m, considerando un coeficiente geométrico de seguridad de 3: (a) para cara exterior vertical del estribo vertical; y (b) para estribo con cara exterior ataludada (inclinación 1:20). En este último caso d es el espesor del estribo a la altura de la línea de arranque de la bóveda. Se han calculado los valores de los estribos para bóvedas de 7,5, 10, 15 y 25 m de luz. Para la relación flecha/luz del perpiaño, los valores de d/L que dan las reglas n° 1 y n° 2 son, respectivamente 1/4,3 y 1/5, y se han dibujado a línea de puntos en las figuras.

En base a la inspección de las gráficas se pueden realizar varias observaciones. En primer lugar, se aprecia la característica antes enunciada: los estribos se hacen más esbeltos para luces mayores y para un cierto valor de β, d/L disminuye al aumentar el tamaño. En segundo lugar es evidente, también, el efecto beneficioso de hacer crecer el espesor hacia abajo mediante retallos; la disminución de los estribos es notable, para la ligera inclinación equivalente considerada. Finalmente, la regla gótica n° 1 parece funcionar mejor que la n° 2; puede que éste sea el origen de su mayor difusión y pervivencia. Esta regla n°1 funciona bien hasta $\beta = 1$ en estribos de sección uniforme, y cubre todo el intervalo de tamaños considerado,

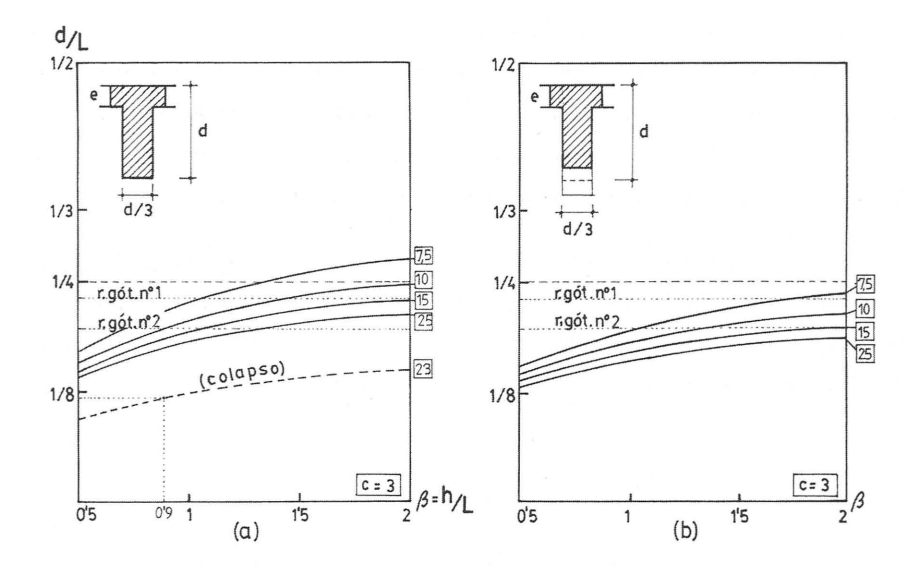


Figura 11.61
Gráficas para el cálculo de estribos de una bóveda de crucería análoga a la de la catedral de Gerona (cf. figs. 5.21 y 5.22). (a) Estribo rectangular de sección uniforme en toda su altura; (b) estribo con retallos, con una pendiente equivalente de 1:20.

para estribos con retallos. Nótese que un muro más grueso (quizá de 1/10 de la luz), o una extensión mayor del enjarje de muro y estribo (hasta llegar, por ejemplo, a 1,5*e*), o la consideración de la transmisión del peso de la parte superior del muro por los formeros a los estribos, conduciría a situaciones mucho más favorables, con la reducción consiguiente de la relación *d*/*L* y la posibilidad de coeficientes geométricos de seguridad superiores. En conclusión, puede decirse que ambas reglas (y, sobre todo, la primera) dan una buena orientación para el cálculo de los estribos. La estimación que suministran debía ser matizada en cada caso por el maestro, en función de las condiciones concretas de la obra.

Las gráficas nos permiten, también, verificar la afirmación de Bofill (capítulo 5) en cuanto a los estribos de la catedral de Gerona. Bofill afirmó que los estribos, que tienen un tamaño muy parecido al obtenido al aplicar la regla gótica n° 1 (cf. fig. 5.7, p. 148), no sólo eran suficientes sino que les sobraba 1/3. En la figura 11.61 (a) se ha dibujado a puntos la curva para un coeficiente geométrico de 1, esto

es, las proporciones de colapso de los estribos. Para el caso de Gerona ($\beta = 0,9$) puede verse que d/L es, muy aproximadamente, 1/8. El estribo construido presenta una relación $d/L = 2/9$; 2/3 de esta cantidad conducen a un estribo con $d/L = 4/27 = 1/6,75 > 1/8$. Bofill tenía, pues, razón y quitando 1/3 a los estribos éstos hubieran permanecido en pie, si bien de forma bastante precaria.

REGLA DE RODRIGO GIL DE HONTAÑÓN: La regla de Rodrigo Gil obtiene el espesor del estribo d a la altura de los arranques realizando una serie de operaciones matemáticas que incluyen las longitudes de los nervios y la altura del estribo. La regla se puede expresar algebraicamente mediante la siguiente fórmula (véase capítulo 7):

$$d = \frac{2}{3} \sqrt{h + \frac{2}{3} \sum n_i}$$

donde h es la altura del estribo y Σn_i es la suma de la mitad de las longitudes de los nervios que acometen al estribo (desde los arranques hasta las claves), véase figura 11.62 (a). Hay que recordar que, dado que la fórmula no es dimensionalmente correcta (expresa una longitud como raíz cuadrada de otra longitud), para obtener resultados correctos es preciso entrar en pies castellanos. Para un tramo de luz L de unas ciertas proporciones, es evidente que la longitud de los nervios será proporcional a L y ${}^2/_3 \Sigma n_i = \alpha L$. Por tanto, haciendo $h = \beta L$, la fórmula se podrá expresar como

$$d = \frac{2}{3} \sqrt{L(\alpha + \beta)}$$

donde α y β son factores adimensionales. La relación entre el espesor del estribo y la luz será

$$\frac{d}{L} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(\alpha + \beta)}{L}} = \Psi \frac{1}{\sqrt{L}} \qquad (8)$$

donde Ψ es una función de factores de forma adimensionales. Por tanto, d/L varía según el inverso de la raíz cuadrada de la luz. Si una bóveda de luz L tiene un estribo d, una bóveda de luz ηL tendrá un estribo $d\sqrt{\eta}$; el cálculo no es proporcional.

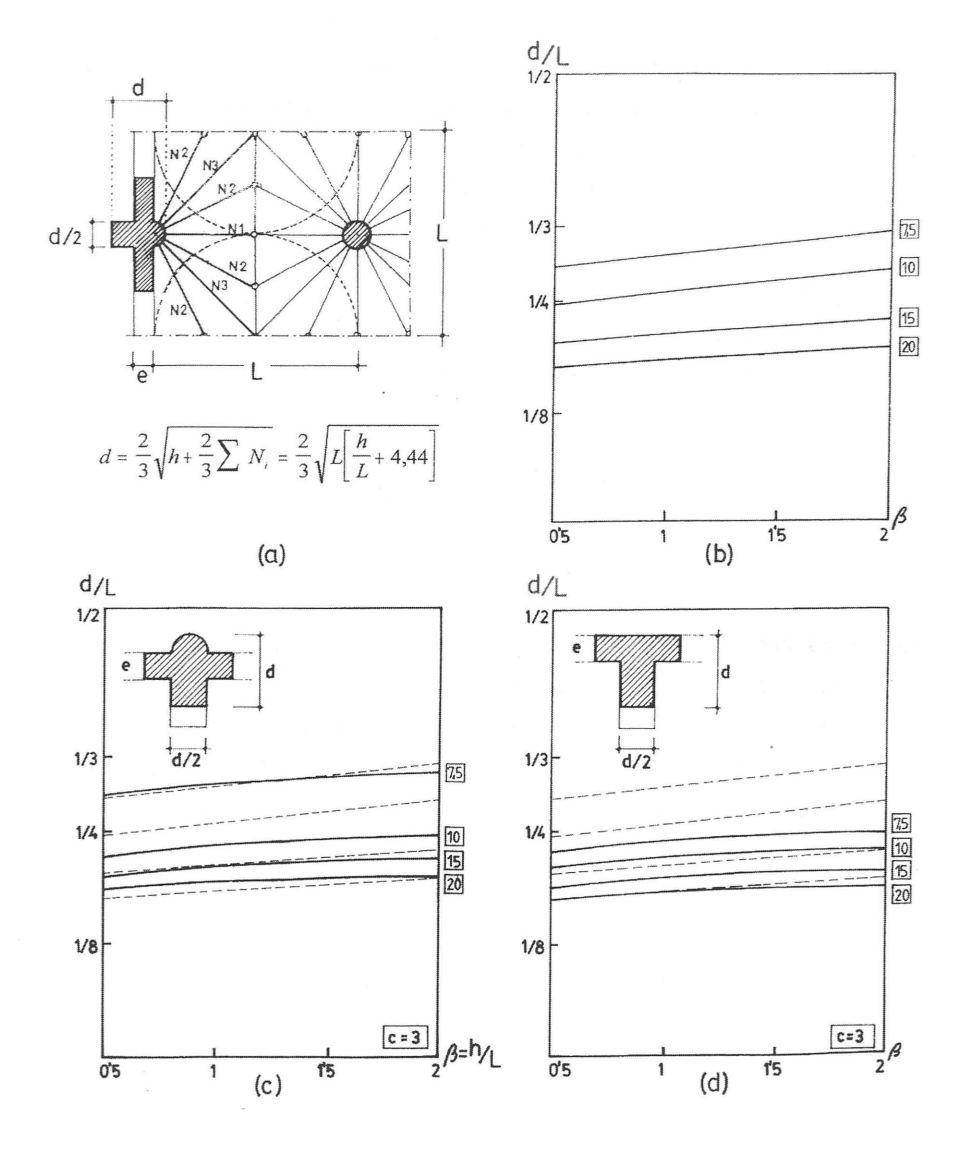


Figura 11.62

Cálculo de estribos para una bóveda de crucería de forma vaída y planta cuadrada. (a) Regla de Rodrigo Gil de Hontañón. Gráficas de cálculo de la relación estribo/luz (d/L) en función de la relación altura de arranques/luz ($\beta = h/L$); (b) cálculo según regla de Rodrigo Gil de Hontañón; (c) y (d) cálculo científico de estribo gótico con medio pilar (cf. fig. 7.4) y estribo gótico convencional, ambos considerando retallos; se ha superpuesto a línea de puntos la regla de Rodrigo Gil.

Para la bóveda de crucería dibujada en la figura 11.62 (a), en la que se considera que todos los nervios están contenidos en una semiesfera de radio $L/2$, $\alpha = 4{,}44$, y en la figura 11.62 (b) se ha dibujado la relación d/L para varias luces comprendidas entre 7,5 y 20 m, y valores de β entre $^1/_2$ y 2. Nótese que:

- para una cierta luz los estribos se hacen más gruesos al aumentar la altura, si bien el crecimiento es lento.
- para una cierta relación entre la altura y la luz, los estribos se hacen proporcionalmente más esbeltos al aumentar la luz.

La regla cumple, pues, las observaciones realizadas en al apartado anterior en cuanto a la variación del tamaño de los estribos cuando se mantiene constante el espesor de la bóveda.

Para verificar la regla de Rodrigo Gil se ha calculado el empuje de la bóveda considerándola vaída, siguiendo el método explicado anteriormente. Se ha supuesto que la bóveda tiene un espesor equivalente (que incluye el peso de nervios y claves) de 20 cm de sillarejo de arenisca con un peso específico de 20 kN/m^3. En cuanto al estribo, se supone de sillería y mampostería con un peso específico de 24 kN/m^3. Para la sección del estribo se ha considerado una relación espesor/grueso de 2, como dice explícitamente Rodrigo Gil. Se ha supuesto que la cara exterior presenta retallos de manera que el espesor en la base es 1,25 veces el espesor a la altura de los arranques. El enjarje del muro y el estribo se ha supuesto igual al espesor del muro, que se ha tomado como 1/3 del estribo. Los cálculos se han realizado para un coeficiente geométrico de seguridad de 3.

En la gráfica de la figura 11.62 (c) se ha representado la relación entre d/L y β, para las mismas luces que antes entre 7,5 y 20 m, para un estribo típico de Rodrigo Gil, en el que el muro no acomete enrasado con la cara interior (cf. fig. 7.4, p. 217). A puntos se han superpuesto los valores según la regla de Rodrigo Gil para las mismas luces. La gráfica de la figura 11.62 (d) representa la misma relación para un estribo rectangular de la misma proporción 1:2 donde el muro está enrasado con la cara interior; se han superpuesto también las gráficas de la regla de Rodrigo Gil.

Puede verse que, en la primera situación las gráficas se ajustan bastante bien; en la segunda situación, la posición más favorable del muro enjarjado al estribo

hace que la regla esté todavía más del lado de la seguridad. Como es natural este ajuste se ha buscado: se han tomado el enjarje y la inclinación de los retallos que concordaban mejor. La situación puede variar bastante, para peor, si se considera menor enjarje o ausencia de retallos. No obstante, hay que decir que los valores del enjarje y la inclinación que producen el mejor ajuste son razonables, casi podría decirse que estándares.

Examinemos más en detalle la naturaleza de las expresiones que se deducen del análisis científico de la estabilidad. Se ha visto al estudiar los estribos sometidos a un empuje en cabeza que, si se supone la altura infinita, el valor del espesor alcanza un valor finito. Si se sustituye el estribo real por uno rectangular de sección equivalente, se verifica que (cf. con la ecuación (5) más arriba):

$$q \, \gamma \, bd^2 = H$$

donde γ es el peso específico del material del estribo y H es la componente horizontal del empuje de la bóveda. En este caso, $q = 1/6$ ($c = 3$) y $b = d/2$. Por otra parte, dado que H es proporcional al peso de la bóveda, lo podemos escribir en la forma

$$H = \Phi' \, \gamma' \, L^2$$

donde γ' es el peso específico del material de la bóveda y Φ' es una función de factores de forma adimensionales. Sustituyendo estos valores se obtiene:

$$^1/_2 \, \gamma \, d^3 = \Phi' \, \gamma' \, L^2$$

de donde

$$\frac{d}{L} = \sqrt[3]{\frac{\gamma'\Phi'}{2\gamma L}} = \Phi \frac{1}{\sqrt[3]{L}} \qquad (9)$$

y Φ es otra función de forma (compárese con la ecuación (8) de la regla de Rodrigo Gil). De manera que el análisis científico conduce a que, aproximadamente (los cálculos se han hecho despreciando la contribución de la componente ver-

tical del empuje de la bóveda) el valor de d/L varía según el inverso de la raíz cúbica de la luz. Si una bóveda de luz L tiene un estribo d, una bóveda de luz ηL tendrá un estribo $d\sqrt[3]{\eta}$.

Por tanto, la regla para estribos de Rodrigo Gil de Hontañón, como en el caso de la regla para las claves, es un compromiso entre el valor demasiado conservador del cálculo proporcional y el valor obtenido por un cálculo científico. Se trata, simplemente de un ajuste de las variables d, L y h, a un conjunto de datos procedentes de la observación de edificaciones existentes o de la consulta de trazas depositadas en los archivos catedralicios o heredadas de su padre. El ajuste debió suponer un trabajo considerable de cálculo por parte de Rodrigo Gil de Hontañón, sostenido por la fe en que debía existir una relación matemática entre las variables.

Límites de tamaño

Como en el caso de los arcos, se puede plantear el problema de si se han alcanzado los límites de tamaño en este tipo de estructuras. El mismo tipo de consideraciones llevarían a la conclusión de que los tamaños de bóvedas de crucería construidas hasta la fecha no se aproximan a los límites máximos. De hecho, si se considera el espesor de la bóveda constante y se supone que los nervios soportan todo su peso y lo transmiten a los estribos, dado que el proyecto de los nervios es proporcional, la sección de los nervios crece a la misma velocidad que las cargas, según L^2, y las tensiones se mantendrían constantes independientemente del tamaño. Posiblemente, las partes más críticas sean las bases de los pilares que soportan las altas naves góticas, pero incluso ahí los valores son bajos (véase capítulo 2): por ejemplo, en Beauvais, con las bóvedas más altas del gótico, de 1,3 N/mm^2 y en Palma de Mallorca de 2,2 N/mm^2. (Resulta curioso que, de forma empírica y también realizando cálculos de bóvedas particulares, la tensión en la base es, en muchos casos, del orden de $L/10$ en N/mm^2, donde L está en m.) La tabla 11.3 (tomada en su mayor parte de Street 1926) recoge las dimensiones aproximadas de las mayores bóvedas de crucería construidas; en base a las consideraciones anteriores, hubiera sido posible duplicar o triplicar estas dimensiones. De nuevo, la pregunta es si hubiera sido sensato.

	L (m)
Catedral de Colonia	13,2
Nôtre Dame de Paris	14,4
Catedral de Amiens	14,7
Catedral de Chartres	15,0
Catedral de Beauvais	16,0
Catedral de Narbona	16,2
St. Jean, Perpiñán	18,5
Catedral de Albi	19,0
Catedral de Toulouse	19,5
St. Vincent, Carcasona	20,0
Catedral de Palma de Mallorca	20,0
Catedral de Gerona	23,0
Sala dei Baroni, Nápoles	26,0

Tabla 11.3
Grandes bóvedas de crucería (luces aproximadas). La mayor, la sala dei Baroni, es una bóveda estrellada de planta octogonal; el resto son bóvedas que cubren naves de iglesia.

Digresión sobre el proyecto de torres de fábrica

El tema de las torres de fábrica se sale fuera del ámbito de este estudio dedicado a las construcciones abovedadas, pero se ha considerado oportuno tratarlo por ser otro caso más de proyecto no proporcional. Además, nos permitirá valorar las reglas de proyecto de Rodrigo Gil de Hontañón que, también en este caso, son únicas por su originalidad.

El análisis del equilibrio de las torres de fábrica fue abordado relativamente tarde. Una de las primeras menciones al tema se encuentra en uno de los volúmenes del *Compendio matemático . . .* del padre Tosca (1707–1715), donde hace alusión a la condición fundamental de equilibrio: la perpendicular que pasa por el centro de gravedad debe pasar dentro de la base de sustentación.[43] La primera memoria científica es, al parecer, la de Fresnel (1831) y fue seguida por escasas contribuciones, hasta que Rankine (1858) formuló con rigor la teoría de la estabilidad de las torres y chimeneas de fábrica.[44]

Reglas empíricas

Así, pues, también en el problema de la estabilidad de las torres de fábrica la teoría solamente alcanzó un nivel de desarrollo suficiente a mediados del siglo XIX. El cálculo se realizó hasta entonces utilizando reglas empíricas; en particular, las formuladas por Alberti se citan sistemáticamente en numerosos tratados (capítulo 6). Todavía a finales del siglo XIX se empleaban este tipo de reglas proporcionales para proyectar las torres de los faros.[45]

En este contexto son de importancia extraordinaria las reglas propuestas por Rodrigo Gil de Hontañón para dimensionar los muros y contrafuertes de las torres, que se han estudiado en el capítulo 7 de este libro. Las citadas reglas, al incluir la raíz cuadrada, tienen en cuenta el incremento de la estabilidad al aumentar el tamaño y la consiguiente posibilidad de reducir el espesor del muro. En efecto, si suponemos la velocidad máxima del viento como una constante independiente de la altura, la acción del viento crece con la superficie (cuadrado de la longitud) mientras que el peso de la torre crece con el volumen (cubo de la longitud); el problema es análogo al del cálculo de los estribos de las bóvedas de crucería. Como resultado de ello, una torre es tanto más estable cuanto más grande es, y el empleo de reglas proporcionales del tipo de las arriba citadas conduce a una estabilidad excesiva en relación con el consumo de material. De hecho, en la práctica se observa que las torres pequeñas presentan una relación entre el espesor del muro y la altura mayor que las grandes, como se vio en la figura 11.4 (p. 392, más arriba), para el caso de las chimeneas.

En la segunda parte se han visto tres reglas para calcular el espesor de los muros de las torres. Si h es la altura de la torre y m el espesor del muro, las reglas son como sigue:

- la regla gótica de los tratados alemanes: $m = h/20$; $m/h = 1/20$
- la regla de Alberti: $m = h/15$; $m/h = 1/15$
- la regla de Rodrigo Gil de Hontañón: $m = {}^1/_2 \sqrt{h}$; $m/h = {}^1/_2(1/\sqrt{h})$

Verificación de las reglas

La verificación de la estabilidad de una torre es un problema sencillo de estática: en cada sección horizontal el momento de estabilidad de la parte de

torre situada por encima de dicho plano (para un cierto coeficiente geométrico de seguridad) debe ser igual al momento de la fuerza del viento W respecto a dicho plano. La fuerza del viento normalmente se calcula como el producto de la presión dinámica del viento por el área eficaz o aparente (el área de la sección transversal normal a la dirección del viento). Por supuesto, este producto puede estar matizado por un cierto factor que recoja particularidades de la torre (su forma redonda o cuadrada; la existencia de contrafuertes, etc.).

Considerando que la sección más crítica está en la base, se debe verificar pues:

$$P_t\, d\,(q - q') = W\, h_w$$

donde P_t es el peso total de la torre; d es el diámetro de la base en la dirección del viento; q (= $1/2c$) define la seguridad geométrica; q' representa la desviación del centro de gravedad de la torre respecto al centro de la base (por ejemplo, si la torre está inclinada); W es la fuerza total del viento y h_w es la altura a la actúa la fuerza del viento. Normalmente se toma el valor de q para que no aparezcan tracciones, esto es, q define el límite del núcleo central de inercia de la sección para la dirección considerada.

Para una torre de sección uniforme y perfectamente vertical ($q' = 0$), la ecuación anterior se convierte en,

$$P_t\,(qd) = W\,(h/2) \qquad (10)$$

Para una sección cuadrada hueca, figura 11.63 (a), $P_t = \gamma h\,(d^2 - c^2)$, el valor de $q = (d^2 + c^2)/6d^2$ y $W = w\,(hd)$, donde γ es el peso específico de la fábrica y w es la presión dinámica del viento. Para un espesor muy pequeño ($c = d$), $q = d/3$. Por tanto, para la sección hueca, la regla del «tercio central» se convierte en la regla de los «dos tercios centrales». (Para las torres de espesores habituales este valor puede estar entre 0,25 y 0,30.)

La obtención exacta de valores de m/h conduce a una expresión compleja que debe resolverse numéricamente. Si suponemos que la torre es de pared delgada,

entonces, $P_t = 4\gamma dmh$; sustituyendo en la ecuación (10), y haciendo $\lambda = h/m$ se llega a

$$m = \frac{3w}{8\gamma}\lambda$$

y,

$$\frac{m}{h} = \frac{1}{h}\,\frac{3w}{8\gamma}\lambda \tag{11}$$

Puede verse que, en el caso de pared delgada, el espesor del muro sólo depende de la presión del viento, del peso específico de la fábrica y de la esbeltez de la torre: es independiente del tamaño.

En la figura 11.63 (b) se han representado las citadas reglas, así como, en línea de puntos, las relaciones de espesor/altura para torres cuadradas de pequeño espesor y esbelteces, $\lambda = 6$ y $\lambda = 10$. (La expresión (11) da valores inferiores a

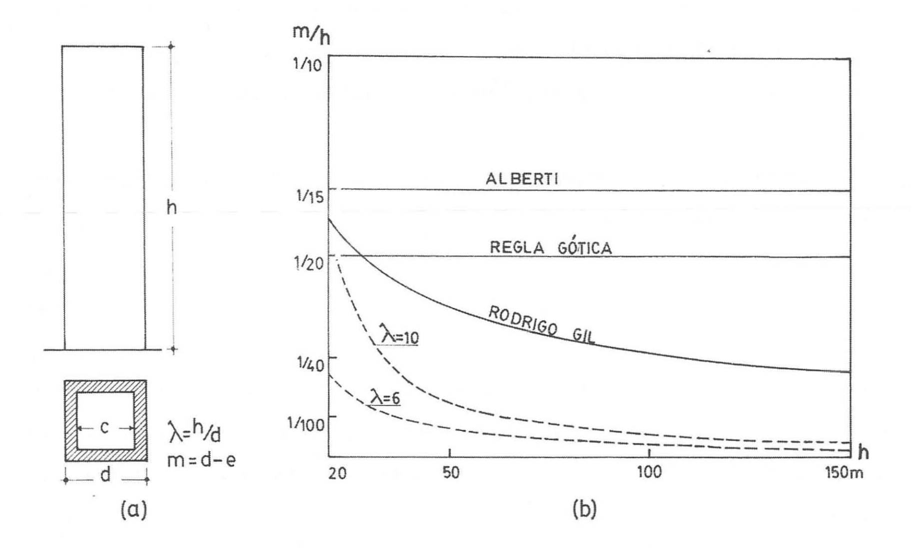


Figura 11.63
Gráfica de cálculo de torres cuadradas huecas que relaciona la proporción entre muro/altura con la altura de la torre. En línea continua las reglas tradicionales; a puntos los resultados del cálculo suponiendo pared delgada.

los exactos y las curvas correspondientes estarían ligeramente por encima.) Nótese el ahorro considerable que supone el aplicar la regla de Rodrigo Gil: en relación con la regla gótica, para una altura de 50 m el ahorro es del 25%; para 100 m, del 38%. Willis (1835) dio una lista de torres italianas con sus dimensiones y esbelteces, que reproducimos en la tabla 11.4; resulta más difícil encontrar datos fiables en cuanto a los espesores. En algunas torres, aunque en el exterior las paredes son perfectamente verticales, el interior presenta retallos que van disminuyendo la sección en altura; éste es el caso, por ejemplo, de la torre Asinelli donde los espesores oscilan entre $h/30$ en la base y $h/100$ en la coronación.[46] Otras veces, el muro tiene un espesor uniforme en toda la altura, como sucede en el campanile de Florencia, donde la cara interior es perfectamente vertical y las ligeras variaciones de sección se deben a retallos exteriores; en este caso, el espesor en el zócalo de base es de $h/20$, continuando la mayor parte de la torre con un espesor de $h/28$.[47] Aplicando la regla de Rodrigo Gil obtendríamos $h/37$ para la altura de la torre Asinelli y $h/35$ para la del campanile de Florencia.

	h (m)	λ
Cremona, il Toraccio	120	
parte cuadrada, 2/3 de la altura		6
Venecia, San Marcos	107	
parte cuadrada, 3/4 de la altura		6
Siena, torre del Mangia	103	
Módena, la Ghirlandina	96	
Bolonia, torre Asinelli	94	12
Florencia	83	6
Parma	78	8
Siena, catedral	64	8
Pisa, torre inclinada (circular)	54	3
Lucca	54	6
Bolonia, torre Garisenda	49	
Roma, S. M. en Cosmedin	34	7
Pisa, S. Niccola	33	5

Tabla 11.4
Dimensiones de los principales campaniles italianos. (Willis 1835)

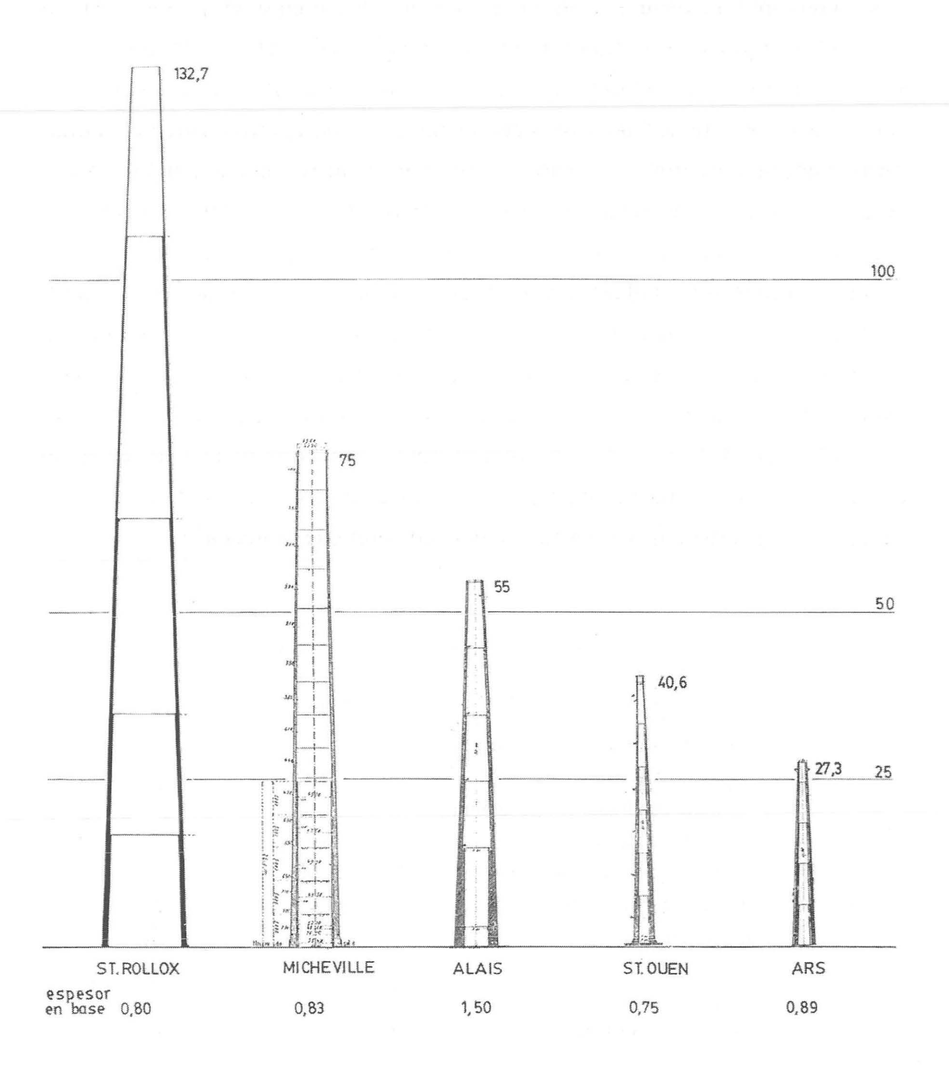


Figura 11.64
El cálculo de estabilidad de las torres, chimeneas y agujas de pared delgada conduce a espesores constantes para cada forma, independientemente del tamaño. Las chimeneas de la figura fueron proyectadas por distintos ingenieros en distintos lugares de Francia e Inglaterra durante el siglo XIX y presentan un espesor sensiblemente parecido. La observación de ejemplos de este tipo conduce a reglas de proyecto no proporcional

Expresiones del mismo tipo que la de la ecuación (11), que conduce a un espesor constante, se deducen para otras formas; por ejemplo, Heyman (1991) ha tratado las agujas góticas. Lo mismo sucede con las chimeneas troncocónicas; en la figura 11.64 se han representado cinco chimeneas distintas, calculadas por distintas personas, que tienen aproximadamente la misma forma. Abajo, se han especificado los espesores en la base: nótese que, salvo la chimenea del centro, el resto presentan espesores en torno a 0,80 m.[48] La observación de estos ejemplos conduciría de forma directa a una regla con la forma $m/h = k\ (1/h)$.

La regla de Rodrigo Gil está entre el proyecto proporcional y el proyecto científico de torres de pared delgada; de nuevo, supone un ajuste más fino de las variables implicadas. No sabemos de qué forma llegó a su regla (con seguridad no mediante cálculos de estabilidad) pero él, sin duda, disponía de información sobre numerosas torres construidas, sabía que las reglas proporcionales conducían a espesores demasiado grandes para torres de cierta altura, y empleó su herramienta matemática preferida, la raíz cuadrada, para ajustar la variación del espesor en función de la altura.

Análisis de edificios: el método de los bloques

Hasta ahora se han estudiado los arcos y bóvedas y sus correspondientes estribos, eligiendo agrupaciones típicas: un arco de una arcada, un tramo de una bóveda de cañón, una cúpula sobre un tambor de sección uniforme, un tramo de una serie de bóvedas de crucería. Cualquier edificio de fábrica presenta una disposición mucho más compleja. De hecho, el aislar los elementos estructurales estudiados anteriormente, ya supone un primer análisis. En efecto, un paso fundamental en el estudio de una construcción de fábrica consiste en «identificar» qué elementos componen la estructura. En las iglesias y catedrales góticas la estructura y sus elementos son muy evidentes, y los nervios, arbotantes y estribos, dibujan en piedra la trayectoria de los esfuerzos. Por el contrario, en las iglesias románicas o bizantinas el asunto no está tan claro, pues muros y bóvedas forman una estructura más o menos cavernosa, que ofrece múltiples caminos para las fuerzas (cf. figura 11.3, p. 391).

El proceso de análisis sigue el mismo método de equilibrio de los cortes que se ha visto aplicado a bóvedas compuestas, pero esta vez al cortar o dividir la

construcción se obtienen «bloques» tridimensionales, mientras que en las aplicaciones a bóvedas se llegaba a un sistema de arcos planos o cuasiplanos. Algunos de estos bloques se consideran «pasivos» y constituyen, simplemente, una carga sobre el conjunto de bloques «activos» que forma la estructura. Empleamos la terminología de Viollet-le-Duc porque resulta útil a la hora de pensar sobre el problema, pero sin su carácter determinista. Por ejemplo, en un análisis de una bóveda de crucería podríamos suponer, en sentido inverso a Viollet-le-Duc, el casco de la plementería como la parte activa, de la que cuelgan los nervios, que formarían la parte pasiva. Hay, pues, infinitas maneras de considerar una estructura real de fábrica; afortunadamente, la literatura tradicional ha ido formando una serie de análisis estándar que se han transmitido a lo largo de los años. Por ejemplo, volviendo a las bóvedas de crucería góticas, los antiguos maestros ya consideraban los nervios como la parte activa, como lo demuestran las reglas estructurales que identifican los nervios pero no mencionan para nada la plementería (capítulos 5 y 7).

El propio lenguaje implica un primer análisis: al hablar de bóvedas y estribos, no sólo estamos describiendo elementos de la construcción, estamos realizando un primer análisis estructural. Además, no todas las bóvedas son iguales y desde la antigüedad existe una clasificación que, de nuevo, tiene consecuencias estructurales. Cuando el padre Tosca (capítulo 9) estudia los distintos tipos hace comentarios sobre su comportamiento estructural: las cúpulas empujan muy poco; las bóvedas de crucería concentran los empujes en las esquinas; los arcos adintelados empujan mucho, etc. En los estribos se distinguen los aislados, o botareles, con sus correspondientes arbotantes y los formados por un regruesamiento del muro, el contrafuerte. El maestro constructor, al pensar con los términos de la construcción tradicional, aprovechaba una experiencia de siglos, embebida en el propio lenguaje. (Uno de los problemas más graves del análisis de estructuras históricas en la actualidad es, precisamente, la ignorancia de este lenguaje tradicional, rico y lleno de matices, que permite pensar adecuadamente.)

La estructura gótica

La estructura gótica suministra un excelente ejemplo para explicar el significado y las enormes posibilidades del método de los bloques. Consideraremos el

caso típico de un tramo de una iglesia de tres naves, con las naves laterales de menor altura, transmitiéndose los empujes de la nave central mediante arbotantes a los estribos exteriores. El empuje de las bóvedas se habrá calculado siguiendo alguno de los métodos explicados en el apartado anterior; sea cual fuere el método empleado resulta evidente que dicho empuje estará acotado dentro de unos límites relativamente estrechos y podemos considerarlo como un dato. Se trata, pues, de analizar la estabilidad del muro apoyado sobre pilares de la nave central y de los estribos exteriores, conectados ambos entre sí por los arbotantes.

El arbotante es un elemento crucial a la hora de entender todo el sistema de equilibrio y lo estudiaremos primero aisladamente.[49] Se trata de un arco por tranquil, con los apoyos a desnivel. Como en cualquier arco, su empuje estará acotado entre dos valores: el empuje máximo y mínimo. En la figura 11.65 (a), se ha dibujado un arbotante compuesto por un arco inferior sobre el que se ha construido un buen muro de sillería, rematado por una canal de piedra. Se han dibujado dos líneas de empujes y sus correspondientes polígonos de fuerzas. La primera línea está situada dentro del arco; si el muro superior fuera de mala calidad o estuviera calado por una tracería débil, las líneas de empuje deberían estar en esa situación y los empujes estarían comprendidos dentro de un cierto intervalo. La otra línea se ha dibujado suponiendo el muro de buena sillería, y, ahora, la línea de empujes está situada completamente fuera del arco. En este último caso, las posibles líneas pueden moverse dentro de toda la fábrica del arbotante. En la figura 11.65 (b) se ha dibujado la línea de empuje mínimo y otra línea con la reacción en cabeza horizontal. Dado que es posible trazar una línea recta dentro de la fábrica del arbotante, esto quiere decir que el empuje máximo podría alcanzar un valor infinito (en realidad, hasta que se produjera el fallo de la fábrica); por ejemplo, en la figura 11.65 (a), desplazando el polo O' según la recta MO' hasta el infinito. Por tanto, el valor del empuje del arbotante estará comprendido entre un valor determinado y otro infinito; esto implica que puede adaptarse a muy diferentes situaciones de equilibrio, actuando como un puntal de piedra. Actuando de esta forma, el arbotante suministra infinitas situaciones posibles de equilibrio para el muro y pilar de la nave central que encontrarán sin problemas una situación confortable.

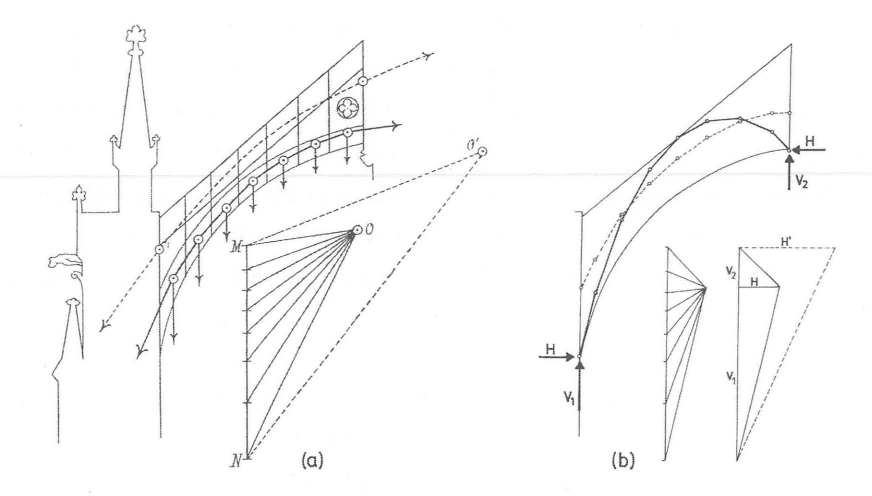


Figura 11.65
(a) Posibles líneas de empuje en un arbotante. Si el muro es de buena sillería la líneas pueden salirse del arco inferior; además, es posible dibujar una recta en su interior, que corresponde a una línea de empuje infinito (por ejemplo, el polo O' se desplaza al infinito). (Ungewitter 1890) (b) Línea de empuje mínimo del arbotante anterior. La línea a puntos es una línea cualquiera con empuje horizontal en cabeza.

En la figura 11.66 de Ungewitter (1890) se han representado varios casos. En el primero, *Fig.* 408, el empuje del arbotante se ha tomado de forma que no equilibre por completo el empuje de la nave central; de esta forma, a través del muro se transmite un empuje con una cierta componente horizontal que, al componerse con la nave lateral, dirige el empuje hacia la zona central de la cimentación. En la *Fig.* 409, el empuje del arbotante se considera horizontal y tiene el mismo valor que el empuje de la bóveda, de manera que la resultante R_2 es vertical. La composición con el empuje de la bóveda lateral desplaza la carga hacia el centro del muro. Finalmente, en la *Fig.* 410 los dos arbotantes superiores no equilibran el empuje de la bóveda y su composición produce un empuje inclinado de la misma componente horizontal que la nave lateral, de manera que su resultante es el esfuerzo vertical R_4. Por supuesto, las anteriores soluciones han sido elegidas por el analista, son posibles pero no «reales», si bien expresan adecuadamente un comportamiento seguro a compresión. Si variara el empuje de la

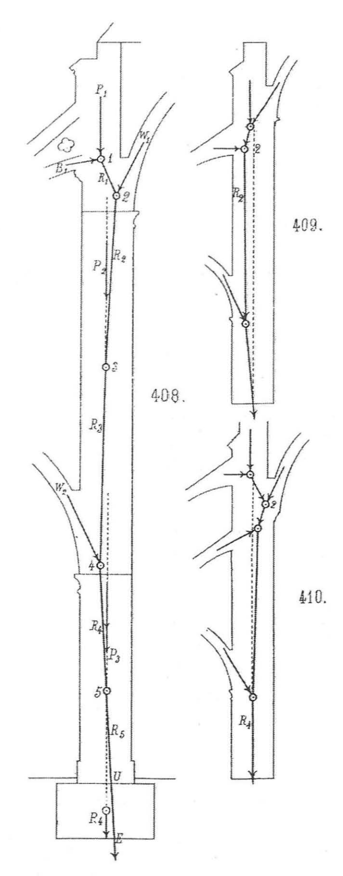


Figura 11.66
Equilibrio del muro y pilar central de una iglesia gótica. En cada caso los arbotantes, funcionando como puntales de piedra, suministran el empuje necesario para conseguir una situación satisfactoria, entre las infinitas posibles. (Ungewitter 1890)

bóveda, que quizá transmitiera parte de la carga de viento o debido a un aumento de su peso por entrada de agua a través de una techumbre defectuosa, los arbotantes ajustarían inmediatamente los valores de sus empujes buscando otra situación satisfactoria.

Dado que no hay una solución única, los análisis de equilibrio deben realizarse mediante tanteos. Mohrmann da un ejemplo de cálculo que explica todo el proceso. Se trata de analizar la estabilidad de un tramo de la iglesia de

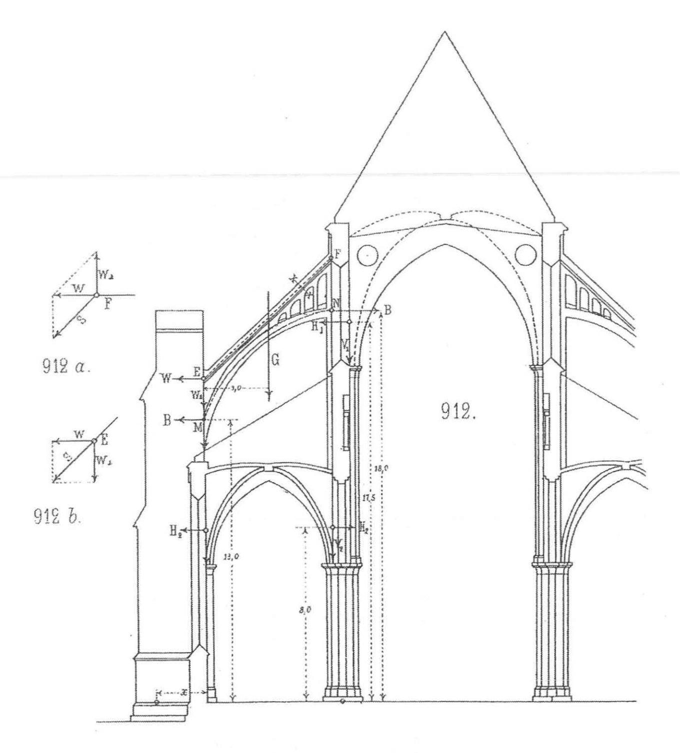


Figura 11.67
Cálculo del empuje (contrarresto) del arbotante en un iglesia gótica. Se supone el empuje horizontal a una cierta altura y se calcula para que la resultante pase por el centro del pilar en la base. Se trata de un cálculo rápido de equilibrio; luego, se verificará que las correspondientes líneas de empujes están contenidas en la fábrica. (Ungewitter 1890)

la figura 11.67. Se consideran conocidos los empujes de las bóvedas central y lateral, así como la fuerza de viento *W* que transmite la techumbre; se quiere evaluar la seguridad del pilar central y del estribo. El problema es estudiar el equilibrio, considerando los infinitos empujes (o contrarrestos) que puede producir el arbotante. En efecto, dada su forma, podrá ejercer un empuje entre su valor mínimo, definido por la línea de empujes más peraltada contenida en su interior, e infinito, pues es posible dibujar una línea recta en su interior. Mohrmann realiza una primera simplificación al considerar, arbitrariamente, el empuje en cabeza *B*, horizontal, y aplicado en el punto N; queda, pues, una indeterminación

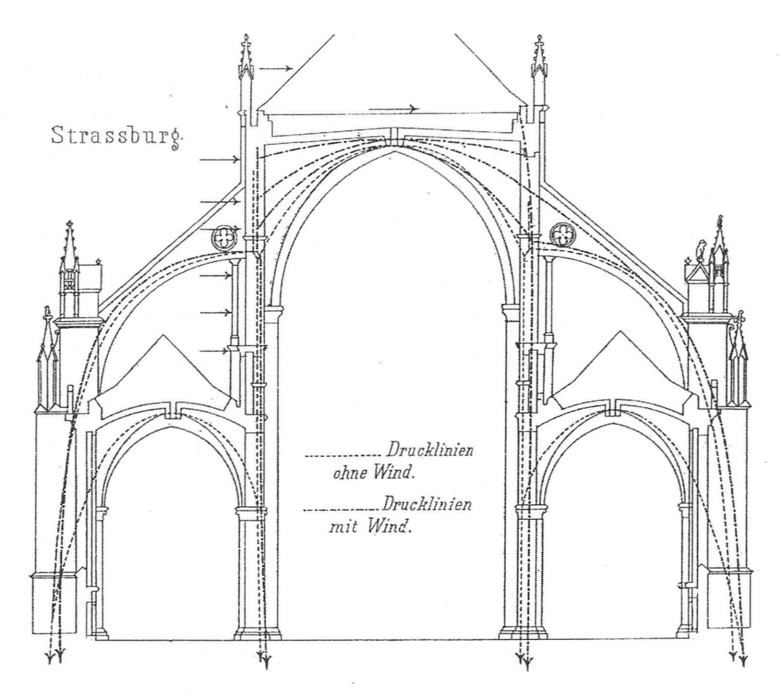


Figura 11.68
Soluciones de equilibrio para la catedral de Estrasburgo bajo peso propio (línea de puntos) y considerando la acción del viento (línea de punto y raya). (Ungewitter 1890)

que es el valor de *B*. Para calcularlo impone otra condición: que la resultante en la base del pilar pase por su centro. Tomando momentos respecto al centro de la base de las fuerzas situadas por encima, se llega a una ecuación con una única incógnita *B* (nótese que el peso del muro y pilar no da momento). Ahora, habrá que dibujar la línea de empujes en el arbotante y en el muro (como en la figura 11.66), para verificar que no se sale de la fábrica en ningún punto. Después, se calcula la posición de la reacción en el arranque del arbotante (un sencillo problema de estática) cuyas componentes son conocidas: el empuje calculado *B* y el peso total del arbotante *G*. Queda solamente considerar cómo se transmite la fuerza horizontal de viento *W*. Mohrmann imagina que la fuerza se transmite por el nervio superior del arbotante; para ello hace falta una fuerza W_1 que suministra el peso del muro superior y de la techumbre que apoya sobre él. Se disponen

ahora de todos los esfuerzos sobre el estribo cuya estabilidad se verificará. Si ésta resultara insuficiente se realizarán nuevos tanteos, variando quizá la posición de la resultante en la base del pilar (puede alejarse algo del centro) o la posición del empuje *B* del arbotante, o ambas cosas. Como puede verse los tanteos son rápidos.

Al final del análisis, el equilibrio puede representarse según la línea de empujes en el sistema de estribo y el muro y pilar, pero no hay que olvidar que el empuje de las bóvedas es un problema espacial que ha sido resuelto previamente. En la figura 11.68 se ha reproducido el análisis de Mohrmann del equilibrio de un tramo de la catedral de Estrasburgo. Se han dibujado las líneas de empuje para peso propio y considerando la acción del viento; nótese que el efecto del viento es el de desplazar las líneas de empujes según su dirección.[50]

La catedral de Palma de Mallorca

Algunos edificios góticos ponen de manifiesto la enorme versatilidad del sistema gótico de bóvedas y arbotantes. Quizá uno de los casos más ilustrativos es el de la catedral de Palma de Mallorca. En la figura 11.69 se han representado las secciones transversal y longitudinal. Puede verse que los pilares de la nave central son extraordinariamente esbeltos y que reciben en cabeza el empuje de las naves laterales. Aparentemente, se trata de un empuje hacia el vacío; cabe preguntarse, pues, cómo es posible el equilibrio. Rubió y Bellver (1912) realizó un detallado estudio del equilibrio de la catedral, en el que se recoge toda la evaluación de cargas y el análisis de equilibrio del tramo típico. Rubió explica el método seguido. En primer lugar, se analiza la estructura en los principales elementos (bloques): arbotantes superior e inferior, bóvedas central y lateral, y arcos perpiaños con muro superior en nave central y lateral. En total seis elementos, a los que habría que añadir el muro de la nave central. Después, hay que calcular los valores máximo y mínimo de los empujes de cada uno de los elementos, para «conocer los límites dentro de los cuales pueda encerrarse la solución definitiva». Finalmente, se realizan los tanteos que conduzcan a una solución de equilibrio satisfactoria, que se ha recogido en la figura 11.70 (a). Rubió realiza todos los cálculos gráficamente y se queja del considerable trabajo que tuvo que realizar para alcanzar la situación de equilibrio, si bien es explícito en cuanto a la validez fun-

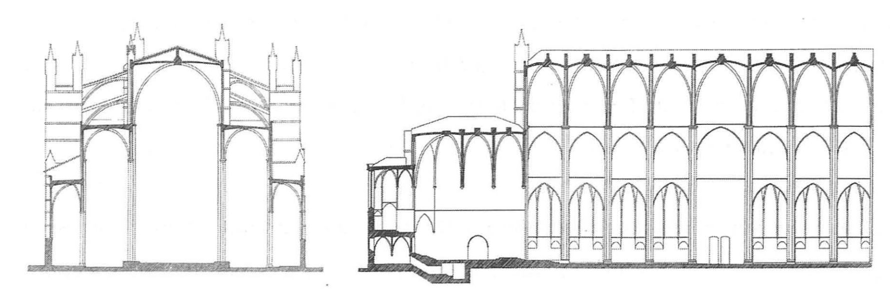


Figura 11.69
Catedral de Palma de Mallorca. Sección transversal y longitudinal. (Domenge 1999)

damental del resultado obtenido: «Para poder trazar las curvas de presiones . . . se han debido emplear largos días en una labor pesada e ingrata, en hacer y deshacer, en tantear una solución y probar otra, y a la postre se ha conseguido un resultado que, satisfactorio, como el que aquí se presenta, no por eso deja el espíritu satisfecho del todo, ni la solución es tan indiscutible que no dé lugar a la duda, aun cuando esta pueda tener efecto en cuestiones de detalle, ya que, claro está, que las fundamentales no pueden dejar de verificarse, a menos que se dé por sentado el absurdo de que un monumento que cuenta varios siglos de existencia esté en malas condiciones de equilibrio.» (Rubió y Bellver 1912, 114)

La figura 11.70 (a) permite comprender cómo el maestro gótico resolvió el problema central, el del equilibrio del pilar de la nave central. Rubió, siguiendo el ejemplo de Gaudí, realiza el equilibrio de fuerzas sobre el propio dibujo. Puede verse el enorme peso que baja por el muro de la nave central y que, al encontrarse con los empujes del arco perpiaño y de la bóveda lateral, produce una fuerza casi vertical. El aumento de peso se consigue de tres maneras: 1) disponiendo unos nervios de enorme sección que sobresalen sobre el trasdós de la bóveda; 2) cargando las claves con una gran pirámide de piedra, y 3) construyendo un pesado muro de sillería sobre el arco perpiaño de la nave central (véanse figuras 11.70 (c) y (d)). Como es natural, el peso vertical produce también un empuje en horizontal que debe ser contrarrestado por los dos arbotantes superiores,[51] y por el arco perpiaño de la nave lateral que, al estar trasdosado en horizontal por un muro, funciona también como un tercer arbotante. Es preciso,

para equilibrar este enorme empuje, construir los estribos más grandes del gótico, con un espesor de la mitad de la luz de la nave central. La imagen externa de la catedral, fortificada con los estribos obedece a la solución del equilibrio del pilar de la nave central.

No obstante, el análisis de Rubió y Bellver tiene un error: la línea de empujes se acerca peligrosamente al borde del estribo con un coeficiente geométrico de seguridad de 1,4. Esta situación, como se ha visto en el capítulo 4, conduciría a la fractura y colapso del estribo. Sin embargo, el análisis de Rubió es básicamente correcto. La explicación es que analiza el estribo dividiéndolo en rebanadas verticales y, luego, compone los empujes de arbotantes y perpiaño de la nave lateral, sólo con el peso superior al punto donde actúa el empuje, despreciando el peso de la rebanada situado por debajo de dicho punto de aplicación. La parte del estribo situada por debajo de la línea de empujes no trabaja. Evidentemente, esta suposición es demasiado conservadora: con los mismos datos de empujes de Rubió, y dando cortes horizontales para el análisis, resulta sencillo calcular que el coeficiente de seguridad en la base es algo mayor de 3, que resulta satisfactorio.[52] Por supuesto, este valor es un límite inferior del coeficiente de seguridad y el analista puede buscar situaciones más favorables si lo considera necesario.[53]

La complejidad y originalidad del proyecto de la catedral de Palma de Mallorca lleva de nuevo a la pregunta central de este libro: cómo fue posible que el maestro gótico autor de las trazas pudiera prever el éxito de un proyecto sobre el que no había ningún precedente. En primer lugar, debía conocer el funcionamiento básico de los elementos principales: arcos, bóvedas, arbotantes y estribos. Sabía también que el equilibrio se puede modificar (mejorar) con la adición de pesos en determinadas partes. Sin duda, conocía el origen de determinados agrietamientos y podía interpretar la respuesta de una estructura ante determinadas variaciones (por ejemplo, unos estribos insuficientes cedían, inclinándose, y la bóveda se agrietaba, etc.). También podía estudiar los movimientos durante la construcción, quizá bajando ligeramente las cimbras y luego volviéndolas a subir. (Esta operación era muy frecuente durante el proceso de construcción de una bóveda, y los comentarios de Rodrigo Gil sobre los movimientos de nervios y claves, sólo pudieron ser observados durante la construc-

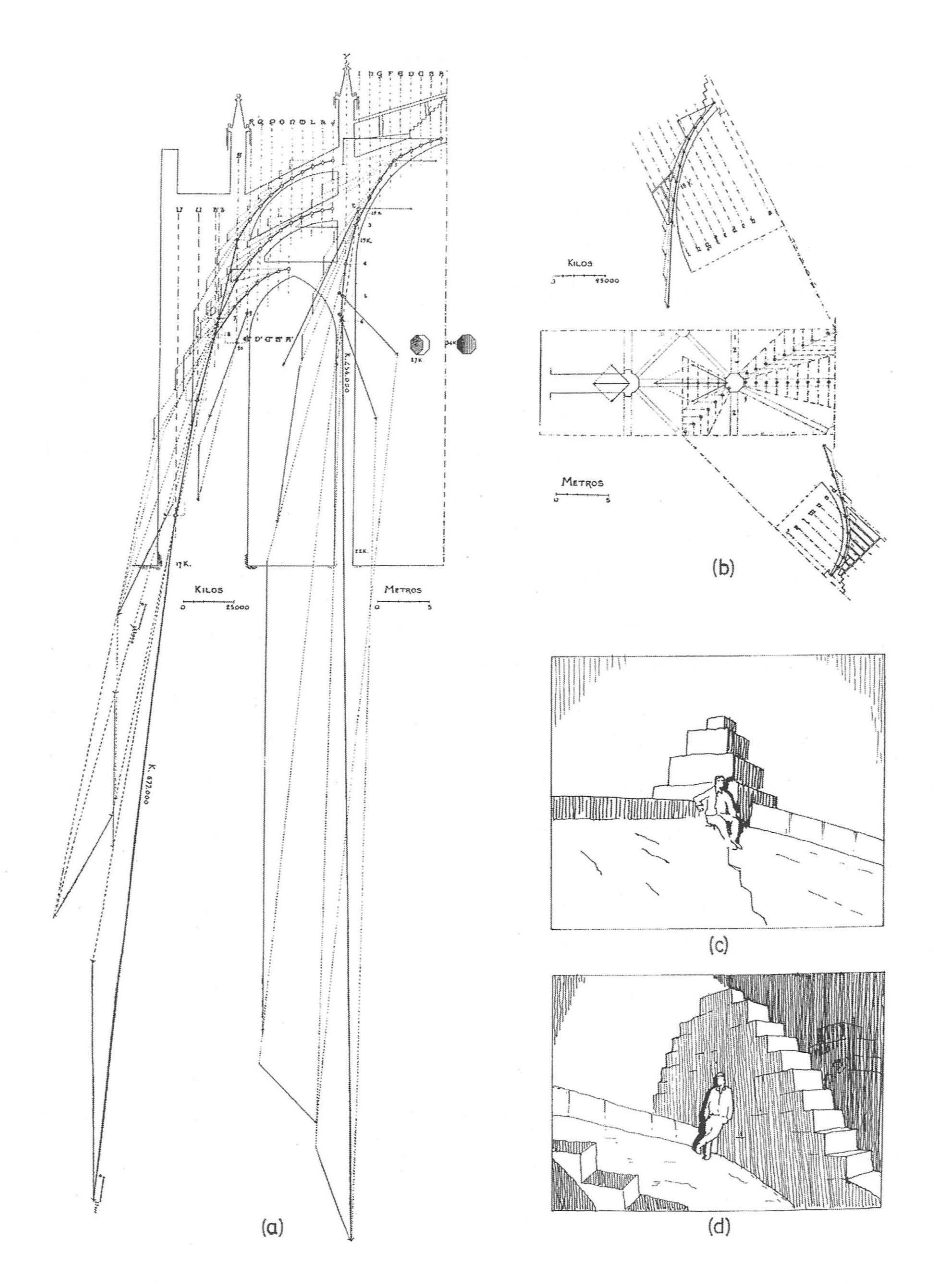


Figura 11.70
Análisis de equilibrio de la catedral de Palma de Mallorca. (a) Situación general de un tramo tipo. (b) Cálculo de los empujes de las naves central y lateral. (c) Pirámide de sillería sobre la clave de la bóveda de la nave central, y (d) muro sobre el arco perpiaño de la nave central. (Rubió y Bellver 1912; (c) y (d), redibujadas)

ción.) En la propia catedral se observa una evolución: la nave de la cabecera, la capilla Real, presenta una nave única, de casi la misma luz que la nave central, y las pirámides sobre las claves ya están presentes, como puede verse en la sección (figura 11.69). También algunas dimensiones se modificaron durante la construcción: los cuatro primeros pilares construidos, adyacentes al presbiterio, tenían 1,49 m de diámetro y esta dimensión se incrementó a 1,65 m; es posible que también se aumentara la carga sobre los pilares (Matheu 1958). Aún así, resulta sorprendente el éxito obtenido. Si bien se pudieron efectuar correcciones, las dimensiones globales (por ejemplo de los estribos) no podían modificarse. Quizá un modelo de gran tamaño pudo haber servido para delimitar las proporciones generales, aunque no hay pruebas documentales de su existencia (Domenge 1999).

La catedral de Palma ejemplifica un método empleado con frecuencia durante todo el gótico: la obtención del equilibrio deseado mediante una adecuada colocación de elementos de contrarresto (arbotantes, arcos perpiaños trasdosados con muros) y de pesos muertos. Dichos pesos se van disponiendo a un lado y otro del muro de la nave, como en una balanza. Muchas veces estas disposiciones están ocultas y la adecuada comprensión del sistema de equilibrio requiere visitar el bajocubierta. Algunas iglesias neogóticas copian la estructura visible de iglesias góticas pero sin repetir las disposiciones ocultas; estas iglesias pronto presentaron daños estructurales (Bollig 1975).

Otro ejemplo de este proyecto gótico de equilibrio es la iglesia de S. Martin en Landshut. Se trata de una iglesia salón de tres naves con pilares muy esbeltos. La nave central tiene doble luz que las laterales; por tanto, el empuje de sus bóvedas será doble y, como se ha señalado, el intervalo de variación de los empujes de una bóveda gótica es bastante estrecho. El problema se resuelve, de nuevo, disponiendo unos gruesos muros de sillería sobre los arcos perpiaños de las naves laterales. Sobre el centro de estos muros carga, además, parte del peso de la enorme techumbre. Como demuestra el análisis de equilibrio de Zorn (1933), el incremento del empuje de la nave lateral puede, ahora, contrarrestar el empuje de la nave central de manera que la carga que baja por los pilares sea prácticamente vertical. Como ocurría en Palma de Mallorca, el maestro gótico controla el equilibrio jugando con las cargas como en una balanza.

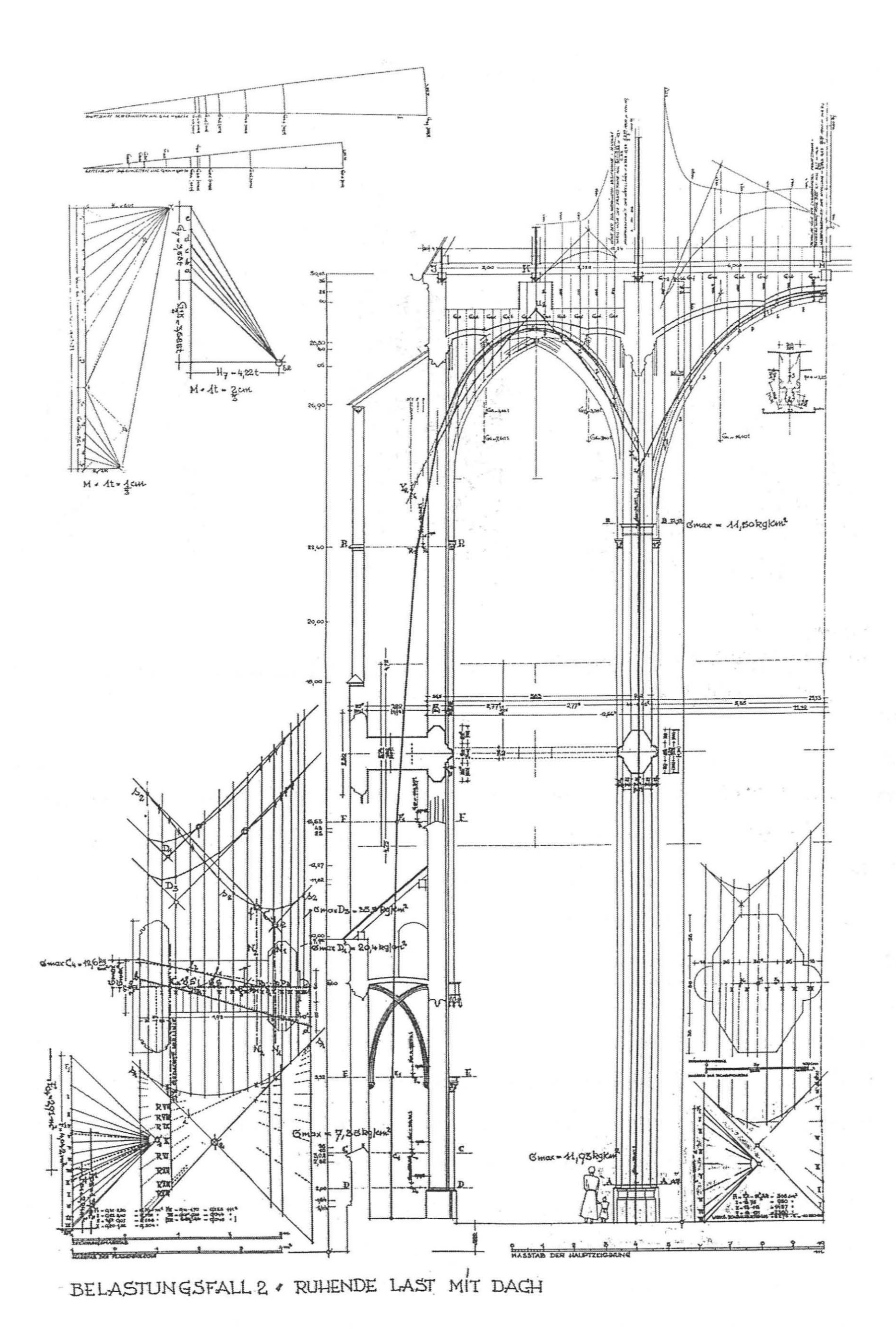


Figura 11.71
Equilibrio de la iglesia de S. Martin en Landshut. Los esbeltos pilares soportan bóvedas de distinta luz. Los empujes se equilibran en cabeza gracias a la carga sobre los arcos perpiaños de las naves laterales. (Zorn 1933)

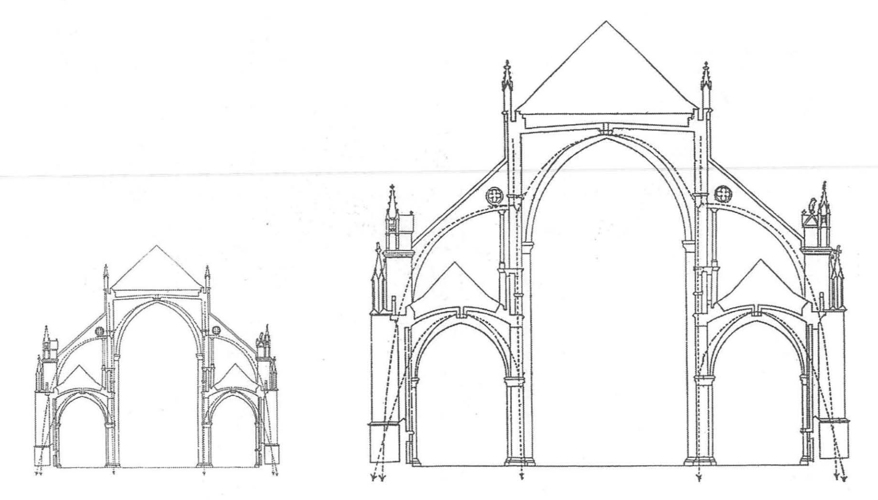


Figura 11.72
El cambio de tamaño no afecta a las condiciones de equilibrio (para peso propio) de una estructura de fábrica, representadas gráficamente mediante líneas de empujes.

Los ejemplos de análisis que aquí se han mostrado emplean, principalmente, métodos gráficos. Por supuesto, la herramienta utilizada para manejar las ecuaciones de equilibrio es irrelevante y cualquier otro análisis de equilibrio (quizá por ordenador) sería igualmente válido.[54]

Proyección afín de edificios

El teorema de la transformación afín de Rankine se aplica también al caso de los edificios. Las líneas de empujes de las figuras 11.70 y 11.71 podrían transformarse y serían también válidas para las estructuras transformadas, pues todos los pesos crecen de la misma manera, los polígonos de fuerzas no cambian de forma, y las posiciones relativas de los centros de gravedad se mantienen. Se ha visto que este tipo de transformaciones se han aplicado a arcos, bóvedas y cúpulas, y que los arquitectos poseían, al parecer, la intuición de que la transformación no modificaba las situaciones de equilibrio. En el caso de edificios completos no hay ejemplos que sugieran la aplicación de este principio, salvo la transformación más simple: el cambio de tamaño. Como se ha señalado al comienzo del capítulo, la inspección de los ejemplos construidos de cualquier época histórica

hace patente que este hecho era conocido y aplicado sistemáticamente. En la figura 11.72 aparecen dos análogos de la catedral de Estrasburgo, que presentan la misma estabilidad. Para peso propio el equilibrio depende exclusivamente de la forma y no del tamaño. Respecto al viento, la seguridad aumenta con el tamaño; un edificio más pequeño, por ejemplo una torre, puede necesitar un regruesamiento para mantener la estabilidad. Lo mismo ocurre con el caso de los puentes que deben soportar el paso de cierta carga. Cuando existen cargas que no varían del mismo modo que los pesos, los teoremas de transformación no pueden aplicarse de forma automática. Las reglas sobre puentes y torres demuestran que los antiguos maestros constructores conocían esta propiedad.

12
Conclusiones

Ut pondera libra, sic aedificia architectura
H. Gautier *Traité des ponts*

Los antiguos constructores, arquitectos e ingenieros empleaban reglas empíricas para el dimensionamiento de los elementos estructurales de sus edificios de fábrica. Estas reglas tuvieron gran difusión tanto cronológica como geográficamente. Si bien las primeras pruebas documentales de su empleo datan de comienzos del siglo XV, es más que probable que su origen se remonte a la antigüedad clásica. Su utilización se prolonga hasta el primer cuarto del siglo XX.

La actitud hacia estas reglas ha estado fundamentalmente condicionada por el marco teórico de referencia elegido: la teoría de la elasticidad y el correspondiente enfoque de resistencia. La postura más extendida ha sido: como las reglas de proyecto tradicional no están basadas (no podían estarlo) en el cálculo directo a partir de los principios de la teoría elástica y la resistencia de materiales, las reglas empíricas eran falsas e inútiles.

De hecho, el enfoque elástico (o su moderna expresión con los métodos de elementos finitos) no es de gran ayuda a la hora de analizar las estructuras de fábrica. Un marco teórico más adecuado lo suministra el moderno análisis límite aplicado a las fábricas, desarrollado fundamentalmente por el profesor Heyman, y su corolario fundamental, el enfoque del equilibrio. Sin embargo, el origen del análisis de equilibrio de las fábricas se remonta a finales del siglo XVII, y fue

utilizado con éxito desde mediados del siglo XVIII hasta principios del XX. La aparición de nuevos materiales, acero y hormigón armado, favoreció el desarrollo del enfoque elástico-resistente y los análisis de equilibrio fueron olvidados.

La aplicación del análisis límite a las estructuras de fábrica confirma que la condición más restrictiva para el proyecto no es la *resistencia*, sino la *estabilidad*. Para que una estructura sea estable sus elementos estructurales deben tener unas ciertas dimensiones que dependen, fundamentalmente, de la forma geométrica de la estructura. Esto conduce a la existencia de «proporciones» válidas para el proyecto de arcos, bóvedas y estribos, e incluso de edificios, independientemente del tamaño.

Las reglas empíricas proporcionales (geométricas o aritméticas) suministran un medio para «fijar» estas proporciones válidas mediante parámetros adimensionales. Por tanto, constituyen un método válido y racional para el proyecto de este tipo de estructuras. Estas consideraciones fueron ya hechas por algunos autores del siglo XIX, y, más recientemente y con mayor claridad, por Heyman, si bien no han recibido gran atención por parte de los historiadores de la construcción. Las reglas geométricas permiten también considerar problemas complejos, no lineales, como es el caso de las grandes deformaciones.

Algunos problemas del proyecto de estructuras de fábrica conducen a soluciones «no proporcionales» que dependen del tamaño. Éste es el caso de los estribos y claves de las bóvedas góticas, y también de los puentes y torres de fábrica. Este tipo de estructuras se hacen más estables a medida que crecen en tamaño, y sus elementos estructurales pueden hacerse proporcionalmente más esbeltos. Esto se deduce tanto de la aplicación de la teoría, como de la inspección de estructuras existentes de distintos tamaños. Las reglas proporcionales pueden emplearse también en este caso cuando representan un límite inferior razonable para el proyecto, pero para tamaños grandes conducen a un gasto excesivo de material.

Los más hábiles entre los antiguos constructores se dieron cuenta de este fenómeno y, en consecuencia, formularon reglas empíricas no proporcionales (aritméticas) para los casos citados más arriba. La aplicación de este tipo de reglas al proyecto de los arcos de los puentes está bien documentada. Aparecen (o quizá reaparecen) en el siglo XVIII y se desarrollan y utilizan hasta los comienzos del siglo XX. En los otros dos casos, estribos góticos y torres, el único conjunto de

reglas de este tipo que ha llegado hasta nosotros son las de Rodrigo Gil de Hontañón.

El conjunto de reglas de Rodrigo Gil es completo y permite calcular los elementos estructurales fundamentales de una iglesia gótica (pilares, estribos, claves, nervios y torres). La verificación de estas reglas da una coincidencia sorprendentemente buena con los resultados del cálculo. Las reglas son proporcionales cuando deben serlo, nervios, y no proporcionales en los otros casos. Estas reglas constituyen, pues, un hito excepcional en la historia precientífica del análisis estructural.

El empleo de reglas empíricas no es la única manera de afrontar el problema: el análisis límite da también carta de validez a la utilización de modelos a escala. La evidencia de la existencia de este tipo de modelos es abundante, pero no existe una prueba documental que confirme que se empleaban con fines estructurales (aunque muy probablemente en algunos casos así era). Por supuesto, los edificios existentes pueden considerarse modelos a escala de una versión futura de mayor tamaño.

Aunque la actitud de los fundadores de la teoría científica de bóvedas hacia las reglas empíricas fue muy negativa, el estudio del desarrollo de esta teoría demuestra que las formas válidas, que se deducen de la propia naturaleza del problema, eran conocidas. De hecho, la teoría fue siempre detrás de la práctica, ajustando los coeficientes de forma que resultaran las proporciones adecuadas.

Hay que recalcar el carácter esencialmente geométrico del problema de proyecto, que permite realizar, a partir de un dibujo a escala, una «comprobación visual» de la estabilidad de un arco, bóveda o estribo, o del proyecto de un edificio. En una actividad donde el dibujo es el medio más importante de expresión y transmisión del conocimiento, este hecho no debe ser infravalorado. Un dibujo a escala de una forma estable contiene una serie de reglas proporcionales que un ojo experto podrá deducir sin dificultad.

El presente libro en modo alguno agota el tema del proyecto tradicional de las fábricas; solamente se ha rascado la superficie de una antigua y rica tradición. El estudio de la más que probable existencia de estas reglas en la antigüedad está todavía por hacer. Los manuscritos del gótico tardío deben ser inventariados y analizados en busca de estas reglas y de un mayor conocimiento sobre la práctica

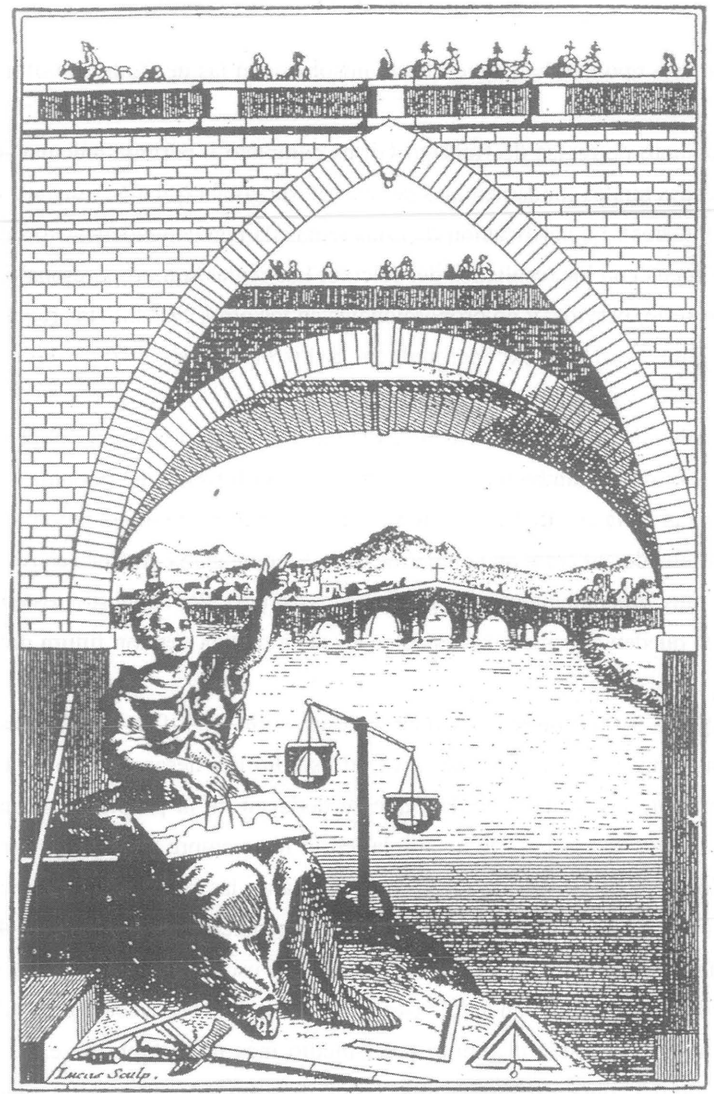


Figura 12.1
Frontispicio del tratado de puentes de Gautier. La Arquitectura, representada por una mujer, aparece rodeada de los útiles del oficio (escuadra, regla, martillo de cantero, etc.) en un paisaje de puentes de distintas formas. En el centro hay una balanza que «pesa» dos puentes, uno de medio punto y otro apuntado. La balanza se inclina del lado del primero: los arcos de medio punto empujan más que los apuntados. La cita latina del pie dice: «Del mismo modo que se pesa en la balanza, así, se construye la arquitectura».

constructiva. Lo mismo ocurre con las fuentes manuscritas Renacentistas, barrocas, etc. En particular, los peritajes sobre problemas concretos suministran una información inestimable. De las fuentes impresas, sólo algunos de los tratados de construcción e ingeniería han sido estudiados con detalle. Como se ha mencionado, el posible empleo de modelos con fines estructurales desde la antigüedad hasta nuestro días requiere, así mismo, revisión. Sin duda, la realización de estudios de este tipo, dentro del marco de la Historia de la Construcción, llevará a un mayor conocimiento sobre el origen y grado de difusión de estas reglas, y a una mejor comprensión de la forma de edificar y de las obras de los antiguos constructores.

Finalmente, hay que recordar de nuevo que es el «enfoque del equilibrio», que se deduce del teorema de la seguridad, el que conduce a un proyecto geométrico de las estructuras de fábrica. La adecuada colocación de los pesos, la forma geométrica, es la que da seguridad al edificio. El lema del frontispicio del tratado de puentes de Gautier, figura 12.1, resume la esencia del problema: *Ut pondera libra sic aedificia architectura*, «Del mismo modo que se pesa en la balanza, así, se construye la arquitectura».

Apéndice A

Historia breve de la teoría científica de arcos y bóvedas

Los estudios sobre la historia de la teoría de arcos y bóvedas de fábrica son escasos. Esto quizá se deba a que la historia del análisis de estructuras se inicia en la etapa de apogeo del empleo del hierro y del consiguiente desarrollo de la teoría de la elasticidad. En consecuencia, las estructuras de fábrica apenas se tratan, y, en muchos casos, se ignoran casi por completo. Así la obra enciclopédica de Todhunter y Pearson (1886–93), escrita entre 1870 y 1880, no presta atención al tema de los arcos de fábrica, lo que ha tenido una influencia indudable en posteriores estudios. Charlton (1982) en su historia de la teoría de estructuras en el siglo XIX presenta el mismo enfoque «elástico».

Durante el siglo XIX, las memorias y tratados sobre arcos y bóvedas de fábrica presentaban frecuentemente una introducción histórica destinada, en muchas ocasiones, a validar el enfoque adoptado. El primer ensayo específico es el de Poncelet (1852) que merece, todavía hoy, una lectura detenida. En la primera mitad del siglo XX se publicaron algunos estudios con aportaciones históricas, pero las principales aportaciones se han producido a partir de los años 1970, fruto de un renacido interés en las estructuras de fábrica. Los trabajos de Heyman (1972, 2004), Benvenuto (1981, 1991) y Kurrer (1997, 2002) son fundamentales; Becchi y Foce (2002) han compilado una bibliografía cronológica muy útil.

En el presente apéndice se realizará un resumen del desarrollo de la teoría científica de arcos y bóvedas de fábrica, que servirá al lector para poner en un contexto el estudio del cálculo tradicional. El estudio se divide en dos partes; la primera está dedicada a la teoría de las bóvedas simples, «planas», los arcos y bóvedas de cañón. Algunos de los aspectos se han discutido ya en los capítulos 3 y 4, y son inevitables algunas repeticiones. Pero parece conveniente que el lector disponga de un resumen histórico que le permita poner en

un contexto más amplio las ideas expuestas en este libro. La segunda parte trata las bóvedas compuestas, «espaciales» (cúpulas, bóvedas de arista, crucería, rincón de claustro, etc.). Las teorías sobre este segundo tipo de bóvedas ha sido menos tratado por los investigadores (en el capítulo 11 se han realizado algunas indicaciones históricas).

Bóvedas simples: arcos y bóvedas de cañón

El nacimiento del análisis de las estructuras abovedadas de fábrica se produce a finales del siglo XVII de forma prácticamente simultánea, aunque independiente, en Inglaterra y Francia. En Inglaterra es Robert Hooke quien, hacia 1670, plantea en primer lugar el problema del arco, y propone la catenaria como figura ideal. La solución la publica en forma de anagrama en 1676: «Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido». Parece probado que Hooke trabajó con Wren en el proyecto de la cúpula de San Pablo, y hay diseños que muestran catenarias dibujadas (Heyman 2003). Más tarde, en 1697, Gregory formula con sorprendente precocidad la condición de estabilidad de un arco: «Sólo la catenaria es la verdadera y legítima forma del arco. Y si arcos de otras formas se sostienen, es porque hay una catenaria en su interior. Y no lo harían si fueran muy delgados o compuestos de partes deslizantes». Stirling (1717) recoge las ideas de Gregory; su obra es importante puesto que inspiró la solución de Poleni, empleando la catenaria, para la cúpula de San Pedro, de la que hablaremos más adelante al tratar las bóvedas compuestas.

En Francia, Philippe de La Hire publica en 1695 su *Traité de Méchanique*, donde se aborda el problema de cuál ha de ser el peso o carga de las dovelas para mejorar la estabilidad del arco, primera aplicación del polígono funicular al equilibrio de los arcos. El estudio se basa en la hipótesis de ausencia de rozamiento entre las dovelas; esto lleva a resultados absurdos como que un arco semicircular para ser estable precisaría de una carga infinita en su base. La Hire era consciente de ello: « . . . no es preciso mantener de forma rigurosa la carga que se acaba de calcular; basta con tenerla en consideración». En 1712 La Hire publica su memoria «Sur la construction des voûtes dans les edifices» (Sobre la construcción de las bóvedas de los edificios), donde establece un procedimiento para calcular los estribos de los arcos, figura A.1 (a). La Hire realiza un análisis de equilibrio: el bloque MLN se articula en L y N; dado que los empujes deben ser tangentes al intradós, el problema queda estáticamente determinado (Heyman 2004). Esta memoria ejerció una enorme influencia, principalmente porque Bélidor (1725, 1729) simplificó el método y lo aplicó a un gran número de casos particulares en sus obras dedicadas a la ingeniería. Bélidor interpretó físicamente el análisis de La Hire como un análisis de colapso por deslizamiento: el sólido MLN deslizaría sobre las juntas de rotura. La Hire nada dice sobre el tema del rozamiento, pero su teoría fue conocida en los siglos XVIII y XIX como «la teoría de la cuña». Posteriormente Perronet, hacia 1750, realizó nuevas modificaciones para adaptar la teoría al cálculo

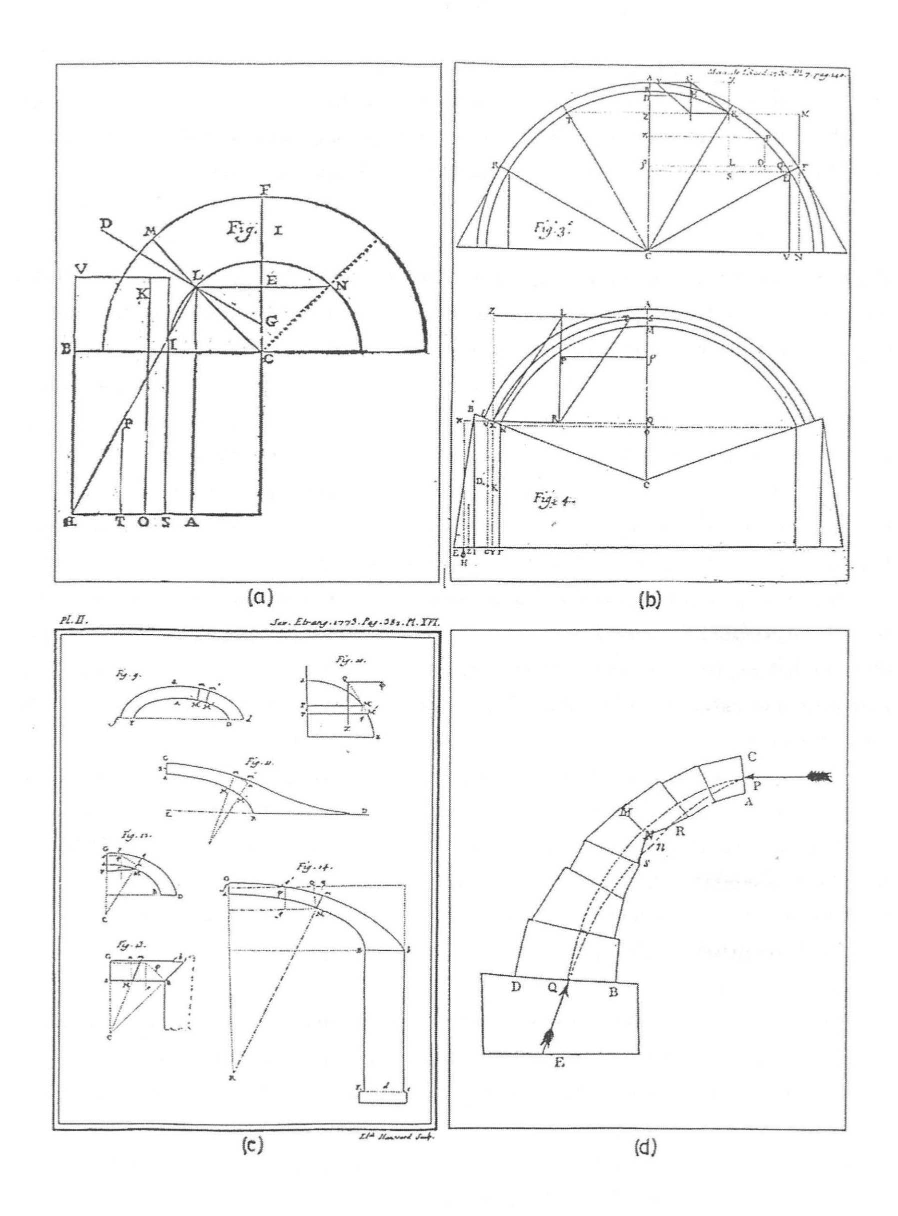


Figura A.1

Análisis de arcos de fábrica. Ilustraciones de cuatro de las memorias más importantes: (a) La Hire (1712), primera memoria sobre el cálculo científico de estribos; (b) Couplet (1730), sobre el cálculo del colapso de arcos por formación de rótulas; (c) Coulomb (1773), primera formulación correcta de la teoría del arco de fábrica; (d) Moseley (1835), sobre la teoría de líneas de empujes.

de arcos carpaneles para puentes y elaboró unas tablas (publicadas tras su muerte por Chezy (Perronet y Chezy 1810)) para el cálculo de los estribos de los puentes, que tuvieron una gran popularidad tanto en Francia como en el resto de Europa, siendo recogidas en los manuales hasta mediados del siglo XIX, por ejemplo, Borgnis (1838) y Sganzin (1840). No obstante, a pesar del éxito del método de La Hire/Bélidor, era evidente que el colapso de los arcos no se podía producir por deslizamiento, dado el elevado coeficiente de rozamiento entre las piedras. Sin embargo, los buenos resultados prácticos y la sencillez del modelo matemático hicieron que las hipótesis de ausencia de rozamiento y de la cuña tuvieran una pervivencia de más de un siglo (Eytelwein todavía la emplea en 1808).

En 1729 y 1730 Couplet publica sus memorias sobre la estabilidad de las bóvedas, en la segunda de las cuales aparece por primera vez el modo correcto de colapso de los arcos por formación de un mecanismo de cuatro barras, figura A.1 (b). Danyzy poco más tarde, en 1732, fue el primero en demostrar este mecanismo mediante ensayos sobre modelos (cf. fig. 4.4). Gauthey realizó también ensayos con idéntico resultado, que Boistard (1810) repitió con modelos a gran escala (arcos de 2,60 m de luz), considerándose a partir de entonces como definitivos (cf. fig. 4.5). Por fin, en 1773, Coulomb, en una contribución genial por su sencillez y claridad, «resuelve» el problema de la teoría de la estabilidad de los arcos de fábrica, estableciendo la base matemática de los distintos modos de colapso posibles. La teoría de Coulomb, extraordinariamente sintética y desprovista de ejemplos de aplicación, tarda en ser asimilada. El primer desarrollo sustancial corresponde al ingeniero español Monasterio (ca. 1800), pero su memoria no se llegó a publicar (Huerta y Foce 2003). En 1820, casi 50 años más tarde, Audoy la redescubre y desarrolla la teoría para la obtención de fórmulas de aplicación práctica; éstas tienen todavía una expresión matemática excesivamente complicada. Garidel (1835) y Michon (1840) publican tablas para calcular los estribos de distintos tipos de arcos evitando así penosos tanteos. Poncelet (1835) desarrolla un método gráfico que, aunque no desprovisto de cierta complejidad, supone un considerable ahorro de tiempo.

Por otro lado, entre 1830 y 1840, de forma casi simultánea e independiente, Gertsner (1831) en Alemania, Méry (1840) en Francia y Moseley (1835, 1838) en Inglaterra formulan el concepto de línea de empujes que se convertiría en una herramienta utilísima a la hora de establecer la estabilidad de los arcos de fábrica. El tratamiento de Moseley es altamente matemático; por el contrario Méry desarrolló un procedimiento de tanteo gráfico que fue entendido y aplicado de forma inmediata por los ingenieros; en los años 1870 fue simplificado mediante el empleo de los polígonos funiculares e incorporado en todos los manuales de estática gráfica. (Sejourné (1913–1916) todavía consideraba los métodos gráficos de líneas de empujes como muy adecuados para el estudio de la estabilidad de los arcos.) El método de las líneas de empujes fue ampliado posteriormente por Carvallo (1853) y Durand-Claye (1867).

El dibujo de las líneas de empujes puso en evidencia que dentro de un arco en equilibrio podía estar contenida, no una, sino infinitas líneas de empujes (capítulo 3). El problema de la indefinición en la posición de la línea de empujes, atrajo la atención de numerosos autores, y diversas teorías sobre bóvedas trataron de fijar la posición de la «verdadera» línea de empujes. Moseley (1843) trató de aplicar su Principio de la Mínima Reacción (formulado en 1833) y que posteriormente Scheffler (1857) desarrolló y aplicó a numerosos casos particulares. Culmann (1866) intentó también determinar su posición utilizando su «Prinzip der kleinsten Beanspruchung» (principio de la solicitación mínima), que establecía que de todas las líneas posibles la verdadera es la que más se acercaba a la línea media del arco. Se intentaron también otras soluciones que podríamos denominar escapistas. La primera de ellas fue la de hacer coincidir la directriz del arco con una de las líneas de empujes producidas por la carga permanente. Este enfoque fue desarrollado por Yvon Villarceau (1854) y se hizo muy popular; a finales del siglo XIX la elección de la curva de intradós en las grandes bóvedas se hacía habitualmente por este procedimiento. Otra posibilidad era la de hacer el arco isostático introduciendo tres articulaciones. A pesar de las evidentes complicaciones de ejecución a la hora de realizar las articulaciones y las mayores tensiones de trabajo de la fábrica, este procedimiento gozó también de gran aceptación.

Sin embargo, ya Poncelet, en 1852, había adelantado que la «solución» al problema de la indefinición en la posición de la línea de empujes implicaba necesariamente el empleo de la teoría de la elasticidad y el establecimiento de condiciones de deformación. El ingeniero español Saavedra (1860) realizó, al parecer, el primer cálculo elástico de arcos de piedra. En el año 1879, de forma completamente independiente, Winkler y Castigliano estudiaron en profundidad la utilización del cálculo elástico, que se venía aplicando desde ca. 1830 a los arcos de madera y hierro, a los arcos de fábrica. En particular, Winkler centra su discusión en la posición de la línea de empujes (capítulo 4). Las siguientes aportaciones a la teoría de las bóvedas en el final del siglo XIX y principios del XX pueden considerarse, desde un punto de vista teórico, prácticamente insignificantes. Los ingenieros aceptaron la teoría elástica y todos los trabajos tienden a simplificar el complejo proceso del cálculo elástico, mediante una inteligente elección de las incógnitas (Hertwig 1941). No obstante, todavía había dudas, y para verificar la validez del cálculo elástico de arcos de fábrica el Österreichisches Ingenieur- und Architekten- Verein (Institución Austriaca de Ingenieros y Arquitectos) realizó una serie de ensayos sobre arcos de piedra, ladrillo, hormigón en masa y hormigón armado, algunos de ellos de hasta 23 m de luz. Los resultados se interpretaron como la confirmación experimental y definitiva de la «moderna» teoría elástica (Howe 1906). No obstante, en las fotografías y dibujos que acompañaban el exhaustivo informe sobre los ensayos (de más de 130 páginas) se podían apreciar claramente agrietamientos debidos a movimientos y la aparición de mecanismos de colapso por la formación de lo que se llamarían más tarde rótulas plásticas; las gráficas carga/desplaza-

miento dejan ver, también, un crecimiento muy rápido de las deformaciones para un cierto valor de la carga.. No obstante, el marco teórico elástico (la «camisa de fuerza de Navier»), impidió apreciar las consecuencias de algunos resultados experimentales.

El siguiente gran paso en la teoría del arco de fábrica se da en la segunda mitad de este siglo y consiste en la aplicación del recientemente desarrollado análisis límite. El análisis límite, o cálculo plástico, fue desarrollado entre 1930 y 1950 para el caso de vigas y pórticos de acero (Heyman 2004). Los teoremas del análisis límite, demostrados primero por Gvozdev (1936), fueron redescubiertos y demostrados de nuevo, para vigas de un material plástico ideal, por Greenberg y Prager (1952). Onat y Prager (1953) los aplicaron a arcos de un material perfectamente plástico. Kooharian (1953) los aplica por primera vez a arcos de fábrica. Pero, como se ha visto con detalle en el capítulo 4, es Heyman (1966, 1969, 1980) quien desarrolla la teoría general de arcos y estructuras de fábrica. Parland (1982) demostró los teoremas fundamentales dentro del marco de la mecánica de los medios continuos, considerando la posibilidad de deslizamiento. Los teoremas del análisis límite aplicados a los arcos no modifican en absoluto el análisis clásico de Coulomb sobre la estabilidad de los arcos y bóvedas de fábrica, ni los subsiguientes desarrollos que hemos descrito en los párrafos anteriores. De hecho, eliminan el único argumento esgrimido sobre la imperfección de las teorías tradicionales sobre bóvedas, citado hasta la saciedad en todas las revisiones históricas de finales del siglo XIX y principios del siglo XX, y dan validez a un supuesto sobre el que se había venido trabajando desde entonces: si existe una configuración de equilibrio, es decir, una línea de empujes contenida dentro del arco, éste no se hundirá. En la primera parte de este libro se ha hecho un análisis detallado de sus implicaciones.

Bóvedas compuestas: cúpulas, bóvedas de crucería y en rincón de claustro

Como se ha dicho en el apartado anterior, el primer proyecto «científico» de una cúpula fue quizá el realizado por Wren para la cúpula de San Pablo de Londres, asesorado por Hooke. La primera contribución al análisis estructural de las cúpulas corresponde a Bouguer en 1734, que estudia las formas que deben tener las cúpulas para que sean estables en la hipótesis de que no existe rozamiento entre las dovelas que componen la cúpula. Pero quizá la obra que más ha influido en el desarrollo del análisis de las bóvedas compuestas es el tratado de estereotomía de Frézier (1737). En el tercer y último volumen de esta obra Frézier dedica un capítulo completo al empuje de las bóvedas, y las divide para su estudio en «simples» (bóvedas de cañón y adinteladas) y «compuestas» (esféricas, de crucería, de rincón de claustro, etc.). Como él mismo afirma, es la primera vez que se aborda este problema. Frézier no analiza ejemplos concretos pero sí especifica de qué forma debería llevarse a cabo este análisis, empleando sistemáticamente lo que hoy se conoce como el método de los cortes. En efecto, imagina las bóvedas compuestas de arcos elementales y eso le permite comparar su empuje con el de las bóvedas de cañón, que considera conocido. Los resul-

tados a los que llega son cualitativos, pero el empleo sistemático del método de los cortes marca el camino a seguir para futuros análisis. La combinación del enfoque sin rozamiento de Bouguer con el método de los cortes de Frézier, abrió el camino a investigaciones puramente matemáticas a las que se entregaron con entusiasmo determinados autores (por ejemplo, cuál debe ser la superficie de trasdós para que la cúpula esté en equilibrio con un intradós semiesférico, etc.). En este apartado se podrían quizá clasificar los trabajos de Bossut (1776), Salimbeni (1787) y Bérard (1810), que nunca fueron de aplicación práctica.

Los primeros estudios sobre la estabilidad de cúpulas existentes se realizan en el decenio de 1740, por encargo del Papa Benedicto XIV, con ocasión de los daños observados en la cúpula de S. Pedro de Roma. El primero de ellos fue realizado por tres matemáticos, Le Seur, Jacquier y Boscovich en los años 1742 y 1743, y sus conclusiones fueron recogidas en un informe publicado en este último año. Los autores, estudiando la posición de las grietas, establecieron que éstas se debían a un pequeño cedimiento del tambor; los agrietamientos permitían el movimiento y emplearon el mismo mecanismo para, aplicando el principio de los trabajos virtuales, estudiar su equilibrio. Este enfoque, sorprendentemente moderno, no recibió la atención que merecía y no tuvo derivaciones posteriores. El segundo estudio fundamental fue realizado por Poleni en 1743 y publicado en 1748. Poleni, tras hacer un examen crítico de las teorías conocidas hasta la fecha sobre la estabilidad de las bóvedas, desecha el enfoque de los tres matemáticos y se decide por el empleo de la teoría de la catenaria, tal y como fue formulada por Gregory y recogida por Stirling. El brillante análisis de Poleni apenas tuvo consecuencias posteriores, y sólo en la segunda mitad del siglo XIX reaparece su método de modelos con catenarias para verificar la estabilidad de las estructuras (Graefe 1986).

En la segunda mitad del siglo XVIII sólo merecen destacarse los estudios teóricos realizados por Gauthey (1771, 1798) y las experiencias sobre modelos de Rondelet (1802). Todos ellos se realizan en el contexto del debate sobre la estabilidad de la cúpula de Santa Genoveva en París. Gauthey aplica en su primera memoria el método de La Hire/Bélidor, pero en la segunda aplica por primera vez, aunque con algunos errores, el mecanismo de rotura de las cuatro barras al examen de la estabilidad de los gajos en que se dividiría la cúpula en el momento de la rotura. Probablemente el farragoso empleo de las matemáticas de Gauthey hizo que sus memorias no gozaran de gran difusión. Lo contrario sucedió con los ensayos de Rondelet. Estos ensayos, realizados muchas veces en condiciones discutibles y destinados a verificar una teoría de las bóvedas incorrecta y difícil de comprender, tuvieron el gran mérito, sin embargo, de proporcionar reglas proporcionales simples de diseño para su uso en la práctica del dimensionamiento de estas bóvedas compuestas, y gozaron de extraordinaria popularidad.

En la primera mitad del siglo XIX aparecen las primeras contribuciones analíticas rigurosas. En 1823 Lamé y Clapeyron publican su memoria sobre la estabilidad de las bó-

vedas, realizada a raíz de sus trabajos teóricos en relación con la construcción de la Iglesia de San Isaac en San Petersburgo. Tras examinar el problema de las bóvedas de cañón, pasan a tratar, de forma completamente correcta, la estabilidad de una cúpula semiesférica de espesor constante. El mismo año, Dietlein publica su memoria sobre las bóvedas de arista, y en 1826 Navier, su libro de lecciones para l'Ecole des Ponts et Chaussées, donde estudia los supuestos teóricos para el análisis de las cúpulas (con un apartado sobre el cálculo de los zunchos metálicos), bóvedas de arista y en rincón de claustro. Los libros de Persy (1834), Michon (1840), Scheffler (1857), y las memorias de Kobell (1855) y Durand-Claye (1880) abundan en el mismo sentido y emplean hipótesis de análisis análogas.

Sin embargo, las aportaciones son siempre teóricas o se limitan a la verificación de la estabilidad de alguna cúpula o bóveda en particular. La aparición de la estática gráfica de la mano de Culmann (1866) cambia el panorama. Los métodos gráficos, unidos al empleo sistemático del método de los cortes, permiten analizar cualquier bóveda, por complicada que sea. Wittmann (1879) fue de los primeros en estudiar de esta forma el equilibrio de bóvedas de arista, y cúpulas simples y dobles. Planat (1887) aplicó el análisis gráfico a bóvedas y también a edificios; sus contribuciones, muy didácticas, tuvieron gran difusión entre arquitectos e ingenieros que, finalmente, encontraron un método sencillo para estudiar científicamente el equilibrio de las obras de fábrica. En 1890 Mohrmann publica una nueva edición del manual de construcción gótica de Ungewitter, que incluye un análisis completo de los distintos elementos de la estructura gótica. En España, Gaudí percibió hacia la misma época, según cuenta Rubiò y Bellver (1913), las ventajas de los métodos gráficos, no sólo para analizar proyectos ya definidos, sino para proyectar directamente con formas catenarias equilibradas; los aplicó, por ejemplo, para proyectar la arcada de contención del parque Güell (fig. 3.16) . El análisis gráfico de estructuras espaciales requiere, para ser viable, de la existencia de ciertas simetrías; Gaudí empleó, entonces, modelos colgantes (cuyo uso fue ya sugerido por Mohrmann) para proyectar bóvedas y edificios de formas irregulares; aplicó este método principalmente al proyecto de la iglesia de la colonia Güell.

Rankine (1858) fue el primero en escribir las ecuaciones de membrana para cúpulas de revolución de fábrica. El enfoque de Rankine sirvió para calcular los esfuerzos en este tipo de estructuras (véase su aplicación a cúpulas de hormigón armado en Kohnke (1909)) hasta los desarrollos de Dischinger (1928). Eddy (1878) propuso un método gráfico-analítico para obtener soluciones de membrana, que Föppl (1881) adaptó a cúpulas de fábrica (capítulo 11). En cuanto al análisis de colapso, Kobell (1855) estudió los espesores límites de las bóvedas de arista, en rincón de claustro y de las cúpulas poligonales y de revolución. Beckett (1879) fue el primero en considerar mecanismos de colapso de cúpulas de revolución a la hora de interpretar el equilibrio inestable de las configuraciones límite. El análisis es incorrecto pues supuso la formación de una rótula en la clave. El primer análisis límite correcto de cúpulas se debe a Heyman (1967a).

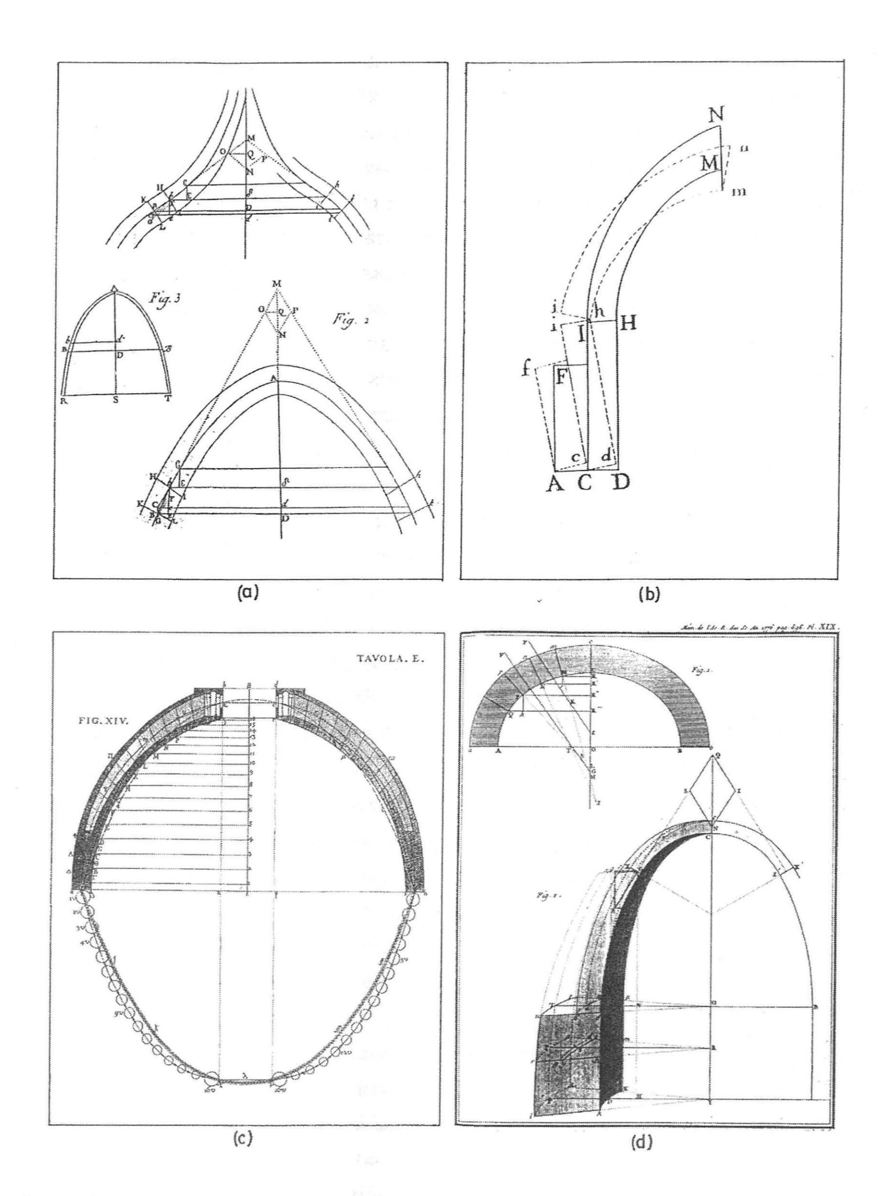


Figura A.2

Análisis de cúpulas de fábrica. Las ilustraciones corresponden a: (a) Formas que resultan estables para cúpulas de fábrica (Bouguer 1734); (b) movimiento imaginado por los *tre mattematici* para explicar los agrietamientos de la cúpula de San Pedro (Le Seur, Jacquier y Boscovich 1742); (c) modelo colgante de Poleni (1748) para verificar la estabilidad de la cúpula de San Pedro; (d) memoria de Bossut (1776) sobre el equilibrio de las cúpulas.

A principios de 1900 se empleaban de forma generalizada métodos gráficos para verificar las formas proyectadas previamente (siguiendo las reglas tradicionales de proporción). Por ejemplo, el libro de Körner (1901) contiene el análisis de la práctica totalidad de las bóvedas empleadas en la arquitectura histórica (fig. 11.49). Cualquier edificio, por complejo que fuera, podía analizarse con estas herramientas de equilibrio: Benouville (1891–92) analizó la estabilidad de la catedral de Beauvais y Rubió y Bellver (1912), de la catedral de Palma de Mallorca. Dentro de la misma tradición, Zorn (1933) analizó exhaustivamente el comportamiento estructural de la iglesia de San Martín en Landshut. Los resultados del análisis de equilibrio fueron utilizados, también, para discutir la funcionalidad de la arquitectura gótica (Rosenberg 1936). Por supuesto, estos métodos de equilibrio, sin considerar las constantes elásticas ni las condiciones de contorno, fueron vistos como meramente aproximados por los ingenieros de la época, fuertemente imbuidos de la teoría elástica. Pero, si era posible analizar un arco elástico, el análisis elástico de estructuras espaciales estaba fuera del alcance del cálculo manual. Así, cuando, por ejemplo, después de la Segunda Guerra Mundial se sintió la necesidad de analizar las bóvedas y edificios arruinados antes de su reconstrucción, de nuevo se emplearon métodos gráficos de análisis de equilibrio; es el caso, por ejemplo, de las bóvedas de la catedral de Xanten (Grassnick 1963) y de numerosas iglesias y edificios reconstruidos por Pieper (1983).

En los años 1970 y 1980, Robert Mark (1982) intentó realizar análisis elásticos mediante métodos fotoelásticos. A partir del decenio de 1980, se empezaron a aplicar los programas de elementos finitos al estudio de arcos y bóvedas de fábrica. El abaratamiento del cálculo y la creencia de haber encontrado, finalmente, un método universal aplicable a cualquier estructura, han extendido enormemente este tipo de análisis de MEF, desde el decenio de 1990 hasta la actualidad. Parecen haberse olvidado los descubrimientos que dieron lugar al cálculo plástico: el sistema de ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y del material, es muy sensible a la historia de carga, pequeñas variaciones de las condiciones de contorno, imperfecciones de ejecución, etc., sin contar con la enorme dificultad de caracterizar un material esencialmente heterogéneo (además susceptible de agrietarse) como es la fábrica. El resultado de un largo cálculo de ordenador puede no ser relevante en absoluto para entender el funcionamiento de la estructura objeto de estudio. Es el enfoque del equilibrio, dentro del marco del teorema de la seguridad, el que proporciona el marco más adecuado para entender el funcionamiento de las estructuras de fábrica. Como ocurre en el caso de los arcos, la «antigua» teoría de bóvedas se vuelve «moderna» a la luz de la teoría del análisis límite. Los métodos de elementos finitos siguen constreñidos por la camisa de fuerza de Navier. Sólo si el analista se libera de esta limitación, recuperando la tradición del cálculo por equilibrio, estará en condiciones de afrontar la difícil tarea de entender el funcionamiento de las fábricas.

Apéndice B
Fractura de estribos de fábrica

Consideremos un estribo de fábrica formado por una serie de piedras (o ladrillos) dispuestas en hiladas más o menos horizontales, tomadas con algún tipo de mortero o en seco. El material puede únicamente transmitir esfuerzos de compresión, las tensiones son bajas y el deslizamiento es imposible. Si el estribo está sometido a un carga concentrada en su cabeza, al volcar, no gira como un monolito, una parte se rompe, quedando una «cuña» en el arranque, definida por una superficie de fractura en el estribo. Se trata de determinar la forma de dicha superficie (veáse el capítulo 4).

Es preciso suponer un criterio de fractura. Siguiendo a Heyman (1992), es razonable adoptar una distribución lineal de tensiones de compresión, con una tensión nula en el punto de fractura. (De hecho, la distribución de tensiones no está determinada por los esfuerzos y se podrían realizar otras hipótesis; véase una discusión en Mohr (1914)). Esta hipótesis conduce a la regla del tercio central: para una sección transversal rectangular aparecerán tracciones si la fuerza normal se aplica fuera del tercio central de la sección. La demostración que se expone a continuación se debe a Heyman (2001b) y ha sido publicada en Ochsendorf, Hernando y Huerta (2003, 2004).

En la figura B.1, se muestra una parte de un estribo rectangular sometido a una carga concentrada inclinada con una componente horizontal H. La línea de empujes está estáticamente determinada y tiene la forma de una hipérbola rectangular. El empuje se va aproximando al borde exterior y, a una altura determinada, alcanza el límite del tercio central. En esta sección se inicia la superficie de fractura; la forma de la línea de empujes cambia, y en A aparece una discontinuidad en su curvatura. Por debajo de este punto parte de la fábrica se separa del estribo y las condiciones de equilibrio se deben recalcular.

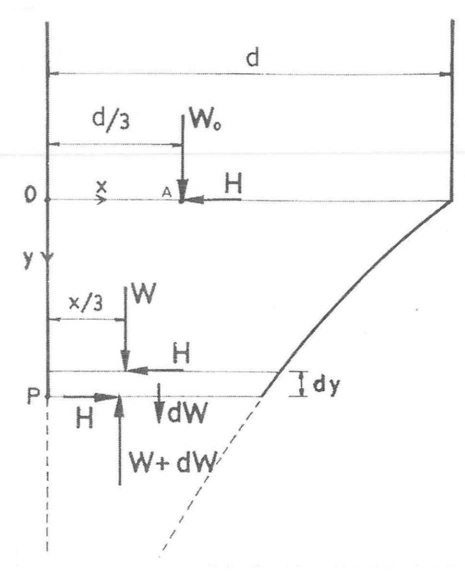


Figura B.1
Equilibrio de una rebanada diferencial de estribo en la zona agrietada

Para determinar la forma de la fractura, se analiza el equilibrio de una rebanada horizontal de la zona agrietada. La rebanada tiene un grosor *dy*, y está sometida a una fuerza horizontal constante, *H*, y a una fuerza vertical variable, *W*. Como el problema se considera como si fuera bidimensional, es conveniente definir un peso específico por unidad de superficie medida en alzado, γ, que tiene en cuenta el espesor del estribo y el peso específico del material.

Para que haya equilibrio, tomado momentos respecto a P para la rebanada horizontal de longitud x se debe verificar

$$\frac{Wx}{3} + \frac{xdW}{2} = \frac{Wx}{3} + d\left(\frac{Wx}{3}\right) + Hdy \tag{1}$$

Simplificando y despejando W queda

$$W = \frac{x}{2}\left(\frac{dW}{dx}\right) - 3H\left(\frac{dy}{ds}\right), \tag{2}$$

pero el peso de una rebanada elemental es

$$dW = \gamma\, x\, dy. \tag{3}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (2), se obtiene la siguiente expresión

$$W = \frac{\gamma x^2}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right) - 3H\left(\frac{dy}{dx}\right). \tag{4}$$

Derivando la ecuación (4) respecto a x, y sustituyendo el valor de (3)

$$\frac{dW}{dx} \equiv \gamma x \frac{dy}{dx} = \gamma x \frac{dy}{dx} + \frac{\gamma x^2}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) - 3H\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right), \tag{5}$$

que puede expresarse en la forma

$$\left(\frac{\gamma x^2}{2} - 3H\right)\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0. \tag{6}$$

Para satisfacer (6) en el caso general

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0.$$

De esto se deduce que dy/dx es una constante y la curva de fractura es una línea recta. La ecuación (6) también se satisface con la condición

$$H = \frac{\gamma x^2}{6};$$

dado que H es una constante, x debe serlo también, y, en consecuencia, la fractura es una línea vertical. Esta solución particular corresponde al caso en el que la línea de empujes es también vertical, lo que ocurre cuando un estribo rectangular está sometido a la acción de una fuerza horizontal en lo alto.

Sabiendo que la fractura es plana, si particularizamos la ecuación (4) para la sección en que se inicia la fractura, dy/dx es precisamente la tangente del ángulo de fractura, respecto a los ejes especificados en la figura. Para medir el ángulo respecto a la horizontal, basta cambiar el signo (cf. figura 4.24 en pág. 113). Tenemos entonces

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_0}{3\left(H - \frac{1}{6} d^2\gamma\right)}$$

Esta es la expresión básica para verificar la estabilidad de estribos existentes de fábrica, cuando existe posibilidad de fractura.

Notas

Capítulo 1

1. Véase Besenval (1984); El-Naggar (1999).

Capítulo 2

1. *Diccionario de la Lengua Española*.
2. En la segunda mitad del siglo XIX numerosos laboratorios emprenden extensos programas de ensayos de materiales, que incluyen las piedras. Los de Bauschinger, realizados en Munich en el decenio 1870–80, fueron recogidos en muchos manuales del siglo XIX, por ejemplo Wittmann (1879) y Debo (1901), y son citados todavía en la actualidad, véase por ejemplo Biegholdt y Thiele (1996). En castellano una buena recopilación de ensayos en Marvá (1902).
3. La energía de fractura es la energía necesaria para formar una superficie de fractura en el interior del material; se mide en Julios/m^2. La energía de fractura del acero dulce está entre 10^5 y 10^6 J/m^2, con una resistencia a tracción de 400 N/mm^2; la energía de fractura de la piedra está entre 3–40 J/m^2, con resistencias a tracción entre 4–10 N/mm^2. Véase Gordon (1978, 94–98), que incluye una excelente discusión sobre el tema.
4. Véase Sejourné (1913–16, 3: 372–374).
5. La idea parece tener su origen en Gautier (1716). Después Perronet (1752 y 1773) la empleó para sacar conclusiones en cuanto a la resistencia de las fábricas (véase el capítulo 9). Gauthey (1774) es el primero que incluye este parámetro en su tabla de resistencias a compresión de las piedras. Heyman (1966, 1999a) lo ha recuperado para discutir las tensiones de trabajo en las fábricas.
6. Consideremos una columna de sección constante A en toda su altura H. El material tiene un peso específico γ, y una resistencia a compresión σ_c. El peso de la columna será $(A\ H)\gamma$. Dividiendo por A obtendremos la tensión en la base $(A\ H)\gamma/A = H\ \gamma$. La altura

límite se alcanzará cuando la tensión en la base sea igual a la de rotura: $\sigma_c = H_{lim}\,\gamma$, y, por tanto, $H_{lim} = \sigma_c / \gamma$.

7. Véase, por ejemplo, Croizette Desnoyers (1885, 1: 418).
8. Este es el caso de Dejardin (1860, 102) que recomienda los siguientes valores (N/mm^2): a) mampostería irregular (0,05); b) mampostería regular ordinaria (0,10); c) mampostería regular bien aparejada (0,20); d) buena mampostería concertada (0,30); e) sillería (0,50). Los valores son tan bajos que hacen pensar en un error tipográfico, pero son recogidos todavía por Claudel y Laroque (1910, 206). Otros manuales recogen valores algo más altos. Por ejemplo, Warth (1903, 73) cita los valores de la Ordenanza de Berlín (N/mm^2): a) granito (4,50); b) piedra arenisca (1,50 á 3,00); c) mampostería de caliza con mortero de cal (0,50); d) fábrica de ladrillo con mortero de cal (0,70); e) ídem con mortero de cemento (1,10); f) mampostería de piedra porosa (0,30 á 0,60); g) buen terreno de cimentación (0,25). Véase también, Debo (1901). Hay una desconfianza evidente hacia la fábrica, quizá debido al creciente empleo del hierro. A fines del s. XIX sólo voces aisladas reivindicaban el empleo de la fábrica; en este sentido, véase Mohrmann (1892).
9. *International Recommendations for Masonry Structures*, CIB Report – Publication 58. Citado en Delbecq (1983, 41).
10. Coulomb (1773) fue el primero en formular esta expresión; véase, Heyman (1972).
11. Esta tabla resume las conclusiones en cuanto a los módulos de elasticidad de las bóvedas y está tomada de Sejourné (1913–16, 3: 373). La notable diferencia entre los valores del módulo de elasticidad de la bóveda y del material quizá se explique por los pequeños cedimientos de los estribos y por los agrietamientos de la fábrica.
12. La tabla no aparece en la primera edición de 1802; la hemos encontrado en la 7ª ed. (1834, 3: 134). Reynaud (1860, 164) la recoge con algunas modificaciones. Todavía aparece en Collignon (1885, 598).
13. Los datos están sacados, además de Rondelet, de las siguientes publicaciones: Navier (1839, 102–3); Thode (1975, 96); Rubió Bellver (1912, 136); Benouville (1891); Terenzio (1933); Sejourné (1913–16). Los valores no son directamente comparables pues en algunos casos se trata de tensiones medias y en otros se ha tenido en cuenta una ley triangular de tensiones.

Capítulo 3

1. El concepto fue empleado también por Gertsner (1789, 1831). Moseley tras su primera memoria, siguió elaborando la teoría. Véase: Moseley (1838, 1843). Existe un debate sobre quién formuló el concepto por primera vez. Así, Dupuit (1870), arguye que hay un manuscrito de Méry de 1827, que fue publicado más tarde (Méry 1862). Kurrer (1990, 1992, 2002) ha estudiado con detalle la historia de esta idea.
2. En castellano se ha utilizado normalmente «curva de presiones», traducción literal del francés *courbe de pression*, que fue empleado por Méry. Usamos la expresión *línea de empujes*, ya que el vocablo *presión* se refiere no a una fuerza sino a fuerza por unidad de superficie. Por otra parte, el término *empuje* se ha empleado tradicionalmente en castellano para denominar el esfuerzo que ejercen los arcos contra los estribos. Aparece ya en algunos documentos del siglo XVI (por ejemplo, en los de la construcción de la catedral de Granada, Rosenthal 1990), y se emplea habitualmente a partir del XVII.
3. Citado en Benvenuto (1981, 324).

4. Un gran número de libros de estática gráfica, en su mayor parte anteriores a los años 1960, pueden consultarse en cualquier biblioteca especializada. Normalmente, hay un capítulo dedicado al análisis gráfico de bóvedas, que puede ser leído con provecho, si se tiene presente el marco del análisis límite, ignorando las ideas «elásticas». Véanse, por ejemplo, Henkel (1959) y Lauenstein (1913).
5. En sus conferencias sobre arcos de fábrica, el profesor Heyman suele emplear esta figura para explicar el modelo de Barlow y las consecuencias que de él se derivan.
6. Véase Truesdell (1960, 57), Heyman (2004, 101).
7. Las diferencias constructivas entre el estribo y la bóveda suelen ser notables: las hiladas son horizontales (en la bóveda suelen ser radiales) y, sobre todo, las dimensiones hacen que el estribo sea muchas veces una fábrica compuesta, con paramentos de sillería y un relleno de cascote y mampostería.
8. En los manuales de puentes de la segunda mitad del s. XIX suele haber un breve capítulo dedicado a los estribos. La teoría matemática de líneas de empujes en estribos en Milankovitch (1910); sobre estribos en edificios, el mejor estudio en Ungewitter (1890).
9. La diferencia es tanto mayor cuanto más alejado del borde está el centro de empujes para el equilibrio global como monolito. En general, cualquier sistema de planos de junta que no incluya el plano de asiento, conducirá a un centro de empuje distinto del obtenido por consideraciones de equilibrio global.
10. El problema aparece en las cepas o estribos de los puentes rebajados y fue discutido ya en el siglo XV en la construcción del Fleischbrücke en Nuremberg (Kaiser 2003), y en el siglo XVI en la del puente de Rialto en Venecia (Parsons 1939).
11. El lector puede querer repetir los cálculos: el estribo tiene una altura de 25 unidades de longitud. Los retallos están a 12 y 20, y el retranqueo es, respectivamente, de 1,5 y 1 unidades de longitud. El empuje está aplicado a la altura del retallo superior y presenta una inclinación de 1:2; tiene una magnitud del 11,5% del peso total del estribo.

Capítulo 4

1. Los primeros análisis de rotura (ya fuera según la teoría incorrecta de La Hire o la correcta de Coulomb) obtenían el empuje para una única situación de colapso y, después, se mayoraba el empuje para conseguir una situación estable. Esto se traducía en un regruesamiento de la estructura que, ahora sí, admitía infinitas soluciones de equilibrio. La indeterminación de la situación de equilibrio de la estructura proyectada no tenía importancia en el contexto del cálculo límite que sólo buscaba un proyecto seguro.
2. Para una historia de la teoría de estructuras, véase: Heyman (2004) y Kurrer (2002).
3. Las gráficas de fuerza/desplazamiento sólo eran lineales en el primer tramo. A medida que aumentaba la carga, los desplazamientos iban creciendo a mayor velocidad y, finalmente, crecían mucho para pequeños incrementos de la carga. Las gráficas finales eran análogas a las de colapso de pórticos de acero, obtenidas medio siglo más tarde por Baker y su equipo en Cambridge. Compárese, por ejemplo, las gráficas en (Österreichische Ingenieur- und Architekten-Vereines 1895, 83) con las publicadas en (Baker, Horne y Heyman 1954–56, 2: 96–99). Al parecer, los ingenieros y arquitectos austríacos dispusieron de todos los datos para formular una teoría plástica del colapso de arcos de fábrica y hormigón armado, pero estaban obsesionados, sin embargo, con validar la teoría elástica.

4. Sobre la teoría elástica de arcos en el siglo XIX, véase Hertwig (1941) y Mairle (1933).
5. La mayor parte de los autores habían buscado el estado «real» de la estructura, y habían considerado que éste sería el resultado de un cálculo elástico, no obstante, hay notables excepciones anteriores a los ensayos de Baker. Ya se ha citado la contribución de Engesser (1880) sobre la posición de la línea de empujes en los arcos. Resultan muy interesantes, en este sentido, los comentarios de Otto Mohr (1914). Al final de un largo artículo, publicado en 1908, sobre el estado tensional interno en las presas de fábrica, Mohr expresa sin ambages su escepticismo en cuanto a que una solución de una estructura hiperestática, de entre las infinitas posibles, pueda considerarse más «verdadera» (wahre) o «real» (wirklich) que otras: «Si fuera posible medir con precisión los esfuerzos internos en diez construcciones, cuyas circunstancias fueran iguales respecto al cálculo, con seguridad nos encontraríamos con diez resultados claramente diferentes. Además, se comprobaría que estas diferencias variarían con el tiempo, que hoy serían distintas de mañana, o de dentro de un año. 'El arco nunca duerme', dice un antiguo proverbio chino, y esto se aplica no sólamente a los arcos, sino a cualquier otra construcción, en particular si es de fábrica». (Mohr 1914, 306–7) Mohr atribuye las variaciones en los esfuerzos internos, al carácter irregular de la fábrica, al proceso de fraguado, etc., y no menciona el efecto de las variaciones en las condiciones de contorno, que es, en general, más importante. El proverbio sobre los arcos que cita Mohr, debía ser popular en la época; con anterioridad, Fergusson (1859, xxxv) lo cita también atribuyéndole un origen hindú. Tradicionalmente se ha interpretado como que los arcos empujan siempre contra sus estribos (también de noche); la matización de Mohr en el sentido de que, además, este empuje está variando continuamente, resulta muy interesante en el contexto del nacimiento de las ideas que dieron lugar al análisis límite.
6. Leonardo da Vinci parece haber descubierto con anterioridad que el colapso de arcos se produce por formación de articulaciones, como lo demuestran sus dibujos del Códice de Madrid, en los que tantea incluso la posición de las rótulas (Huerta 1996).
7. Véase también Pippard y Chitty (1941–42) y Pippard y Baker (1945, 568–95). De hecho, la aparición de grietas le sirvió a Pippard para justificar la colocación de articulaciones en los arranques del arco, que luego calculaba como un arco elástico. Se empezaba a recorrer el camino en sentido inverso al realizado en la segunda mitad del siglo XIX. Una discusión detallada de los estudios de Pippard y del método que propuso para evaluar la seguridad de los puentes en arco de fábrica en Heyman (1982).
8. La línea de empujes es tangente al intradós, pero el empuje no tiene por qué ser tangente a ella, y, por tanto, no tiene por qué ser tangente al intradós. Moseley (1838) fue el primero en señalar esta propiedad. Ochsendorf (2002) ha señalado el carácter aproximado de las expresiones de Heyman debido a la suposición de tangencia del empuje.
9. Sejourné en su monumental obra en 6 volúmenes *Grandes voûtes*, donde hace un inventario de todos los grandes arcos de fábrica de más de 40 m, realiza una comparación entre los distintos métodos de análisis disponibles y afirma: «El cálculo [elástico] es laborioso y antipático; además, se pueden cometer grandes errores de forma inadvertida. El cálculo gráfico es menos cansado y se presta mejor a realizar todas las combinaciones de sobrecargas; con este tipo de cálculo se ve. Ambos se basan en hipótesis inexactas, pero la precisión es inútil y la del cálculo gráfico es suficiente. En verdad, no hay que preocuparse de los decimales cuando los enteros están bajo sospecha». (Sejourné 1913–16, 3: 358)

10. En la parte superior, donde acomete el empuje, el coeficiente de seguridad es de 1. En las sucesivas secciones, el coeficiente va aumentando. Estos valores no deben ser tenidos en cuenta pues el colapso por vuelco en sentido contrario al empuje no tiene sentido.
11. Quizá el primero en discutir el efecto del desplome de los estribos en las bóvedas fue Viollet-le-Duc (1854–68, 4: 26); Abraham (1934, 9) trata también el problema.
12. La bóveda se hundirá antes, pues el empuje crece muy rápidamente al aumentar el descenso de la clave.
13. Cuando Gauthey trata sobre el espesor de los estribos de los puentes, tras realizar un cálculo tradicional considerando el estribo monolítico, afirma que la suposición de que «los estribos girarán, sin romperse, alededor de la arista exterior» está muy alejada de la realidad. (Gauthey 1809–13, 1: 324). Mayniel (1808, 98) realiza la siguiente observación: «Un muro de 20 pies de altura, cuya fábrica se había dejado consolidar, se rompió al nivel del suelo, formando una línea de rotura que, de perfil, hubiera podido ser la diagonal de un cuadrado que tuviera de lado el espesor del muro». Citado por Navier en un apéndice del tratado de puentes de Gauthey (1809–13, 1: 394).
14. El problema de determinar la inclinación de la superficie de fractura de un estribo o muro de contención sometido a un empuje en su cabeza, interesó a Navier durante bastante tiempo, y aparece en las distintas ediciones de sus *Resumé des leçons* (1826, 1833, 1839), del tratado de puentes de Gauthey (1809, 1832, 1843) y de la ciencia de los ingenieros de Bélidor (1813). Navier supuso, sin demostración, una fractura plana y encontró justificación en los ensayos de Vicat sobre modelos de pequeños bloques. En ellos, se formaba una fractura plana siguiendo el aparejo, como predijo Monasterio.
15. Una investigación más detallada probablemente sacará a la luz más contribuciones sobre este tema. Además de las ya citadas, merecen mención el análisis de Walther (1854), que considera la fractura diagonal por el aparejo, y los ensayos sobre estribos hechos de pequeños ladrillos, realizados por Cain (1874) que observa, de nuevo, este fenómeno. Además, Cain menciona la discrepancia entre la carga de colapso calculada para el estribo monolítico y la obtenida en el ensayo, aproximadamente 3/4 de la anterior. Cain cita también los ensayos sobre estribos de Bland (1839) que dibuja la fractura en algunos casos, pero que no discute el problema.
16. El estudio se ha publicado recientemente, Ochsendorf, Hernando y Huerta (2003, 2004). La historia tiene cierto interés. El autor había pensado en este problema tras estudiar la memoria de Heyman (1992) sobre torres inclinadas; después encontró la evidencia de este enfoque en algunos estudios del s. XIX. No obstante, la complicada función que expresa la superficie de fractura en una torre inclinada hacía esperar una función igualmente compleja, o la inexistencia de solución exacta. El autor había resuelto el problema para algún caso concreto por iteraciones gráficas, sin encontrar la forma de fractura. Fue una gran sorpresa que los cálculos por iteración numérica de Ochsendorf condujeran a una fractura plana. Durante unas semanas se trabajó, en colaboración con los profesores Calladine y Heyman, intentando encontrar la demostración de la fractura plana. Finalmente, el profesor Heyman comunicó por carta al autor (Heyman 2001b) la demostración que se ha publicado en los citados artículos, y que se recoge en el apéndice B de este libro.
17. Recientemente el autor tuvo la oportunidad de comprobar que los estribos se agrietan en ocasiones durante el colapso. En 2003 se hundió por fallo del estribo una de las bóvedas del extremo de uno de los claustros arruinados (sólo quedan en pie unos pocos tramos de bóvedas) del Monasterio de Melón, en Orense; el estribo, que no volcó, ma-

nifestaba claramente la formación de una fractura del tipo antes descrito, si bien su forma no rectangular y la inclinación del empuje, situado fuera del plano de simetría del estribo, hizo que el modelo de agrietamiento fuera más complejo. No obstante, es evidente que el estribo se fracturó, reduciéndose de esta forma su estabilidad.

18. «Si algún lienzo de pared se trastornare por largo que sea y alto, es fácil enderezarle, apoyándole hacia el lado que se cae con vigas a trechos, y después por la parte contraria de donde se trastorna, hacerla una roza por el pie della, que vaya toda la pared a la larga, y que no entre la roza más que el tercio del grueso de la pared: y después irás a estar su plomo: y macizando la roza quedará derecha la pared y segura. Y he hecho esto en lienzos de más de setenta pies [20 m] de largo, y hoy están seguros». (Fray Lorenzo de San Nicolás 1639, 135v).
19. Un estudio crítico de la importante contribución de Monasterio está todavía por hacer. Para una revisión de los aspectos más importantes, véase Huerta y Foce (2003).
20. El planteamiento recuerda por su abstracción y generalidad al realizado por Moseley en su definición de línea de empujes (Moseley 1835, 1838).
21. Los ensayos se realizaron el verano de 1991. Agradezco la ayuda prestada por Mónica, Pedro, Inés y José Alberto.
22. Heyman ha discutido en detalle ambos problemas en varias contribuciones. Véase, por ejemplo, Heyman (1996, 1968).
23. Las grandes deformaciones aparecen con cierta frecuencia en pequeñas iglesias con bóveda de cañón, debido a un insuficiente contrarresto o a una mala cimentación. El autor ha tenido ocasión de estudiar varios casos con detalle; véase Huerta y López (1996, 1997); en uno de ellos se había producido, finalmente, el hundimiento de parte de la bóveda, que luego fue reconstruida (Huerta y Rabasa 2001). Smars (2000) ha estudiado con detalle el problema del efecto de las grandes de deformaciones en la seguridad de los arcos. Ochsendorf (2002) trata también el problema y estudia además el sistema arco-estribo, considerando la posibilidad de fractura de este último.
24. Viollet-le-Duc (1854–68, 4: 27) es explícito sobre este punto.
25. Neal (1959, 67) cita la conferencia inaugural del Instituto Politécnico de Delft en 1917, impartida por N. C. Kist, en la que el teorema de la seguridad se sugería como un «axioma intuitivo». Nielsen (1984, ix) afirma asimismo que los teoremas fundamentales del análisis límite fueron conocidos intuitivamente mucho antes de su enunciado preciso por Gvozdev. Para precedentes, aplicados a arcos, véase Heyman (1972, 186).

Capítulo 5

1. Ver la entrada correspondiente a Herón en Gillispie (1970).
2. Ver la entrada correspondiente a Antemio de Tralles en Gillispie (1970).
3. Una argumentación convincente en Bulmer-Thomas (1979).
4. El texto se publicó en Knoop, Jones y Hamer (1938); citado en Shelby (1972).
5. Existen numerosas ediciones del manuscrito. La mejor edición crítica es la de Hahnloser (1972). Para una discusión de los aspectos técnicos, Bechmann (1993).
6. Hahnloser (1972, 173) alude a las imprecisiones del dibujo, y, específicamente, a la mala colocación de los arranques de las bóvedas. Bechmann (1993, 101–103) quita importancia a los errores del dibuo y no alude a los arranques de las bóvedas. Ninguno de los dos parece apreciar la importancia crucial para la estabilidad del edificio que tiene la colocación de los arbotantes. Un error de replanteo se manifiesta durante la

construcción y puede corregirse; la mala colocación de los arbotantes sólo se vería tras el descimbrado, una vez construida toda la bóveda: la fábrica se deformaría y agrietaría seriamente, pudiendo incluso llegar a hundirse.

7. Un historiador alemán, Günther Binding (1972, 1978, 1993), ha recopilado centenares de ilustraciones sobre la construcción medieval que estaban dispersas en misales, libros de horas, biblias, etc. Resulta interesante que entre los centenares de dibujos no haya ninguna escena sobre la construcción de una bóveda. Este hecho no puede ser casual, y confirma la teoría de Frankl (1945) sobre el secreto de los canteros, que consistía en saber levantar la bóveda a partir de la planta. En España, una buena recopilación sobre ilustraciones medievales de construcción en Menéndez Pidal (1986).
8. La primera mención a la regla estructural de Martínez de Aranda, en Huerta (1990, 1998). Véase también Rabasa (2000) y Calvo (2002).
9. Martínez de Aranda (1986), con estudios de Bonet Correa y Mañas Martínez. Véase, Sanabria (1989), Calvo (1999) y Rabasa (2000). El manuscrito no tiene fecha, pero Bonet Correa lo sitúa aproximadamente a finales del siglo XVI.
10. La regla aparece citada en la primera edición de 1859 y en la segunda de 1875 (ésta es, prácticamente, una reimpresión de la primera). En la tercera edición de 1890 Mohrmann la incluye junto a otras reglas en un capítulo con el título «Relaciones geométricas en planta. La relación entre el estribo y la luz».
11. En lo que sigue hemos usado la transcripción diplomática de Coenen (1990). Sobre Lechler transcribe los tres manuscritos que se conservan en las bibliotecas de Colonia, Heidelberg y Karlsruhe; en las citas hemos empleado la transcripción del manuscrito de Colonia (Ms. W«276, Historisches Archiv der Stadt Köln, fols. 43rB56v; Coenen, 174–229); también se ha consultado la transcripción de Reichensperger (1856). El manuscrito original de *La medida del coro* se perdió y sólo se conserva la transcripción de Stieglitz (1820, 243–246), incluida sin paginar en Coenen, 269–272) El manuscrito del *Tratado de Viena* (Ms. Cim. Kasten Fach VI, Nr. 55, Graphische Sammlung Albertina, Wien, pp. 60–77). En las citas en el texto se da, entre paréntesis la página o folio del manuscrito correspondiente según la transcripción de Coenen.
12. El historiador alemán Konrad Hecht (1979) ha dedicado un extenso libro a desmontar con una enorme erudición esta idea. Heyman (2004, 6) es explícito sobre la importancia del uso de relaciones aritméticas y ve en ello la pervivencia de la tradición clásica: «Los 'secretos' de las logias eran numéricos, de carácter Vitruviano; hay reglas de proporción en el corazón de la construcción gótica».
13. Esta interpretación está llena de sentido, por ejemplo, en el caso de una iglesia salón con todas las naves de la misma altura. La nave lateral transmite el empuje de la central, y su muro forma parte del sistema de contrarresto. Por el contrario el muro, apoyado sobre pilares, entre las naves central y lateral, recibe cargas principalmente verticales.
14. Hoffstadt (1851) recoge esta regla.
15. Entre la abundante literatura sobre la estructura gótica las menciones son escasas. Las adiciones a la 3ª ed. de Ungewitter (1890), realizadas por Mohrmann, plantean los aspectos esenciales. Sólo Heyman (2002) ha estudiado los aspectos fundamentales del problema estructural de rosetones y ventanales de tracería góticos.
16. Este tipo de aproximaciones son usuales en la práctica constructiva, gótica y de épocas posteriores. Por ejemplo, tanto Roriczer (1487–88) como Rodrigo Gil de Hontañón, toman como valor de $\pi = 22/7$. Este valor procede de la acotación realizada por Arquímedes: $22/7 > \pi > 223/71$. En este caso, el error es inferior a una milésima.

17. Coenen (1990: 91–94). La traza de las bóvedas góticas ha sido estudiada en detalle por Müller (1990).
18. Esto puede resultar sorprendente para muchos que identifican el arco apuntado con la arquitectura gótica y piensan que los nervios cruceros deben ser apuntados. De hecho, los arcos cruceros son casi siempre de medio punto, debido seguramente a la sencillez de replanteo. Los arcos apuntados sirven para conseguir la altura de clave deseada en relación con la de los arcos cruceros; son casi siempre apuntados los arcos formeros y perpiaños. Véase, por ejemplo, Choisy (1899, 2: 271).
19. Para una discusión de esta parte del manuscrito de Lechler, véase Shelby (1971, 150).
20. Sobre el tema de los informes periciales, véase Frankl (1960, 57–86). Sobre Chartres, Mortet (1900). Sobre Milán: Frankl (1945), Ackerman (1949). Sobre informes periciales en España: Llaguno (1829, 1: 231–340); Street (1926), Salamanca 493–502, Segovia 505–517, Gerona 1416 527–538. Las actas del congreso de 1386 en Gerona han sido descubiertas y publicadas por E. Serra i Rafols (1947). Un estudio reciente sobre los dos congresos de expertos de Gerona en Freigang (1999: 203–226).
21. La luz oscila entre 22,80 m en la fachada occidental y 22,98 m al comienzo del ábside (las más antiguas); véase Viñas (1998).
22. En cuanto a las luces de las iglesias y catedrales góticas hay que distinguir entre las que tienen nave central y laterales, y las de nave única. Las primeras presentan hasta fines del XII luces de hasta 10–11 m; en el período del gótico clásico, s. XII, se alcanzan luces de 15 y 16 m. Por ejemplo: Amiens: 14,70 m de luz y 42 m de altura; Estrasburgo: 16 m de luz y 30,5 m de altura; Beauvais: 16 m de luz y 48,20 m de altura. Las iglesias y catedrales de nave única presentan luces considerablemente mayores, particularmente en el sur de Francia y norte del reino de Aragón. Ya en el siglo XII la catedral de Tolosa alcanzó dimensiones enormes: 19,50 m de luz y 20 m de altura. En los siglos XIII y XIV se construyen grandes iglesias de nave única: Barcelona, Santa María del Pino (16,5 m de luz); Perpignan, St-Jean (18,5 m de luz); catedral de Albi (19,0 de luz y 30,0 m de altura); Carcasona, St. Vincent (20,0 m de luz y 23,5 m de altura). Guillem Sagrera construyó una bóveda estrellada de planta octogonal de 26 m de luz, para la sala dei Baroni en el Castel Nuovo de Nápoles; posiblemente es la bóveda gótica de mayor tamaño (agradezco este dato al arquitecto E. Viñas). Las dimensiones de estas grandes bóvedas del s. XIV son comparables a las de las grandes bóvedas de arista romanas: Basílica de Constantino (25,0 m de luz y 38 m de altura). Los libros de historia de la arquitectura son parcos a la hora de dar dimensiones de edificios o, incluso, indicar la escala gráfica en los dibujos. Han resultado particularmente útiles en este sentido: Viollet-le-Duc (1854–68), Street (1926, 344), Nußbaum y Lepsky (1999, 345), Torres Balbás (1952). Dibujos acotados de arquitectura romana en Durm (1885). Sobre la gran bóveda de Sagrera: Alomar (1970), Serra (2000).
23. Bassegoda (1889), Pla Cargol (1949).
24. El texto completo de las actas en latín en Serra i Ràfols (1947, 198–204). A la reunión de febrero de 1386 acuden desde Barcelona Pere Arvei, maestro de la obra de la Lonja de Mercaderes y Bartomeu Sisbert y Arnau Bargués, «mestres de cases». En septiembre del mismo año acude también Bernat Roca, maestro de la obra de la catedral de Barcelona. Los maestros gerundenses son Pere Coma, maestro de la obra de la catedral, Guillem Mieres y Pere Ramon Bosch, maestros canteros, y Guillem Morey, «imaginer de pedra» (Serra i Ràfols 1947, 189–190).
25. Serra i Rafols (1947, 191).

26. Según la traducción de Llaguno (1829, 1: 262).
27. Carrasco Hortal (2002), cita la gran similitud entre la iglesia de Santo Domingo (12,65 m de luz, consagrada en 1310) y la catedral de Gerona.
28. El descubridor y quien mejor ha investigado la revolución técnica medieval es el historiador americano Lynn White. Véase, por ejemplo, una colección de sus ensayos en White (1978).
29. Para un historia general de las cimentaciones Kerisel (1991). Sobre la construcción de las cimentaciones de las pilas de los puentes de los siglos XVI y XVII, una detallada exposición en Mesqui (1986, 228–254).
30. Mesqui (1986, 163–164). El libro de Mesqui es una fuente inestimable para el conocimiento de la construcción de puentes en los siglos XVI al XVII, pues el autor ha manejado una enorme cantidad de documentos originales. Sin embargo, en contra de la práctica habitual, no cita nunca el origen de sus fuentes (ni dice si éstas están publicadas) limitándose a dar una completa bibliografía al final, ordenada por temas, donde el lector debe intuir cuál es el origen de la cita que le interesa. En concreto, el documento al que se refiere fue publicado por Mortet (1907).
31. Se trata de un códice manuscrito, sin ilustraciones ni dibujos, con cubiertas de pergamino.«Manuscrito del Puente de Piedras de Zaragoza.» Ms. 47, Archivo Municipal de Zaragoza. Su foliación denota que por lo menos tuvo 104 hojas, reducidas hoy a 99. En la primera página aparece el texto: «Libro comenzado de la manera como el puent de piedra de la Ciutat de Zaragoza se deve comenzar i acabar i de las piedras quantas son necesarias i qual piedra es millor para qualcina i de qual arena era millor para fazer largamasa i de qual pedrera se tallaria la piedra para comenzar i acabar el dito puent.» Alzola y Minondo (1899, 80–83) cita este documento. Hay una transcripción parcial de Herranz y Laínz (1887). La transcripción completa (inédita todavía), realizada por D. Alberto Tamayo, puede consultarse en la Biblioteca del CEHOPU y en la de la Universidad Politécnica de Madrid.

Capítulo 6

1. Sobre la teoría de arcos de Bernardino Baldi, Dorn (1970, 52–53) y Becchi (2003).
2. Torres Balbás (1946) quiso ver en estas armaduras un precedente de las nervaduras góticas, dentro de su intento de encontrar una filiación mediterránea (romano-árabe) de las bóvedas de crucería góticas, en contraposición con las teorías de los autores franceses.
3. El contenido de este pliego se recoge íntegramente en H. Saalman (1980, 230 B236). Para un crítica detallada desde un punto de vista estructural, véase Cowan (1977).
4. Se trata, muy posiblemente, de una antigua regla gótica para la construcción de agujas piramidales huecas de piedra. En efecto, para que en la aguja exista un estado de compresiones tanto en meridianos como en paralelos, debe ser posible inscribir un cono recto en su interior (Heyman 1967b, 1991).
5. Véase, por ejemplo, Gautier (1716), Leupold (1726) y Gauthey (1809), por citar algunos de los de mayor difusión. Al final de esta tradición encontramos la monumental obra de Sejourné (1913–1916), en seis volúmenes, que cataloga todos los puentes en arco de fábrica u hormigón con luces por encima de los 40 metros.
6. Quien primero llamó la atención sobre la memoria de Zamboni (1778) fue Rondelet (1834–48, 4: 389–391) que publicó una traducción al francés de algunos extractos. El texto original de Palladio ha sido publicado por Puppi (1988, 149–52).

7. Puppi (1988, 149–50).
8. Puppi (1988, 151).
9. El texto de Zamboni en Rondelet (1834–48, 4: 391). La transcripción completa en Puppi (1988, 123–5).
10. Puppi (1988, 123–4).
11. Vitruvio IV, 4. Así lo consideró, por ejemplo, Fray Andrés de San Miguel, arquitecto español del siglo XVI: «El grueso de las paredes, según Vitruvio y otros, se toma del grueso de la columna». (Báez 1969, 109). Muy probablemente, la cella de los templos a que se refería Vitruvio, que seguía modelos griegos, no estaba cubierta por una cúpula sino por algún tipo de techumbre de madera y arcilla, pero la proporción conducía a un espesor de tambor adecuado y, además, estaría «bendecida» por Vitruvio.
12. Sin embargo, las cúpulas romanas son de espesor constante por encima del regruesamiento de los arranques. Terenzio (1933) observó este hecho en la cúpula del Panteón de Roma y Rasch (1985, 1991) lo ha constatado en otras.
13. Ruiz Hernando (2003, 229). Agradezco al profesor Ruiz Hernando el haberme indicado la existencia de éste y otros informes sobre la construcción de la catedral de Segovia.
14. García Salinero (1968): «Imitar, copiar, hacer una maqueta de dimensiones reducidas».
15. Es la primera vez que este ingenioso sistema aparece en un tratado. Casi 150 años más tarde, Gautier (1716) también lo menciona. Para un estudio histórico del tema, véase Ruddock (1974), que se centra en puentes ingleses.
16. Este procedimiento aparece citado como el tradicional por Perronet (1773, 33): «Para disminuir el asiento de las bóvedas y facilitar su descimbramiento, el método usual ha sido, hasta ahora, el asentar en seco las últimas hiladas de dovelas, acuñarlas después con cuñas de madera a golpes de martillo, y, después, rellenar las juntas con mortero de cal y cemento». Freyssinet (1921), uno de los últimos grandes constructores de puentes de fábrica, ideó un procedimiento análogo que consistía en colocar unos grandes gatos hidraúlicos y precomprimir la clave antes de introducir las últimas dovelas.

Capítulo 7

1. La mejor monografía hasta la fecha sobre Rodrigo Gil es la de Hoag (1985). Su tesis doctoral Hoag (1958), merece también ser consultada. Véase también las tesis doctorales de Sergio L. Sanabria (1984) y Casaseca (1988).
2. El texto manuscrito se conserva en la Biblioteca Nacional, Madrid, Ms. 8884. Consta de 141 folios y está dividido en 77 capítulos. Fue publicado por primera vez por Eduardo Mariátegui (1868). Esta publicación recoge la parte que, como indica el propio Simón García, pertenecía a un texto de Rodrigo Gil. En 1941 apareció una reedición con prólogo de José Camón Aznar, publicada por la Universidad de Salamanca. Una edición completa del manuscrito fue publicada por Carlos Chanfón en 1979. Contiene un estudio introductorio, una reproducción fácsimil de no muy buena calidad y una transcripción que es la que he utilizado fundamentalmente en la redacción de este capítulo. Sanabria (1984) contiene una traducción al inglés y un comentario crítico de la parte atribuida a Rodrigo Gil. En 1991 el C. O. de Arquitectos de Valladolid ha publicado una nueva edición facsímil, que recoge de nuevo los ensayos introductorios de Chanfón.

3. Sanabria (1982, 286) intentó verificar la aplicación de la regla aplicándola a algunas iglesias coetáneas de Rodrigo Gil, pero introdujo las dimensiones en metros y no en pies castellanos. El resultado es que el diámetro de los pilares resulta multiplicado por la raíz cuadrada del número de pies castellanos contenidos en un metro, esto es, por un factor de 1,88 (para un pie de 0,28 m). Sanabria obtuvo, pues, pilares desproporcionadamente gruesos que le llevaron a concluir que las reglas de Rodrigo Gil eran muy conservadoras. Entrando en pies castellanos, los valores obtenidos son del mismo orden que los reales, unas veces por exceso y otras por defecto. Sanabria tomó sus medidas de plantas publicadas en libros. Dada la disparidad que muchas veces se encuentra entre las medidas dibujadas y las reales, una verificación más rigurosa exigiría la medición in situ. Ésta se ha realizado para la iglesia de San Sebastián en Villacastín (Madrid); el arquitecto Joaquín García Llaneza ha medido con precisión la bóveda y pilares del crucero de la citada iglesia: la planta mide 40 × 42 $^{1}/_{2}$ pies castellanos y el pilar tiene 73 pies de altura. Aplicando la regla se obtiene un diámetro de 6,22 pies, que coincide casi exactamente con el construido. Una verificación completa del grado de aplicación de la regla exigiría la medición exacta de más iglesias.
4. Repitiendo los cálculos para los dos tramos de 20 × 30 (y tomando, como hace Rodrigo Gil, $\pi = 22/7$), en efecto las medidas coinciden en el caso de los terceletes, que suman 2 × 25 + 2 × 20 = 90, y del perpiaño que, para una luz de 20 tiene unos 15 pies. Pero en el caso del crucero ya no sucede así: el medio crucero para un tramo de estas proporciones debería tener 28 pies y Rodrigo Gil da el valor de 34 pies. No se trata de un redondeo. El valor de 34 sólo coincide para el caso de un tramo cuadrado de 30 × 30 (pero entonces no coinciden los otros valores de terceletes y perpiaño) o para un tramo de 20 × 40, que se corresponde con el crucero y con el perpiaño. La suma de los terceletes sólo resulta si se desprecia el menos inclinado respecto a la pared (34 pies); los otros dos tienen respectivamente 25 y 20 pies, que suman 45, lo mismo que suman los terceletes del tramo de 20 × 30. Así, pues, Rodrigo Gil parece haber aplicado su fórmula para el estribo comprendido entre el tramo de 40 × 20 y el de 30 × 20, y éste es el caso más desfavorable.
5. Esta regla para calcular la altura de una torre como cuatro veces su ancho, aparece citada más adelante en forma general: «para ser bien fabricada, se podra haçer de esta manera: *la torre significa un cuerpo entero sin braços*; los braços la iglesia o templo; pues siendo así, ya sabemos que si medimos del un hombro a el otro que tiene 2 rostros. Y de allí bajo de los pies tiene 8 y 1/3, el qual terçio que es de los tobillos abajo, significa para los zimientos. Y lo otro que es su altitud, que subirá quadrupla proporçion; lo que resta de alli a lo alto de la cabeza que son 5 terçios, sirben para coronaçion y aguja o piramide, segun esta figura lo muestra, por la qual se podra entender *regla general de toda torre y subida de aguja*.» (9r-9v) [la cursiva es mía]. Aquí aparece embebida una regla para la profundidad de las cimentaciones que deberán ser de de la mitad del ancho («un rostro»).
6. El texto es confuso y podría creerse que el término es la longitud de una semicircunferencia. Se trata, en realidad, de la mitad de esta cantidad como puede deducirse del valor numérico: 23 pies es un cuarto de una circunferencia de diámetro 30 pies.
7. Nótese que el perfil de la torre es mucho menos esbelto que el de la figura 7.6. En este caso se ha tomado como «ancho» para calcular la altura, el vano del hueco interior. A éste se ha añadido el grueso calculado de los muros. La esbeltez resultante es algo menor de tres.

8. Antes de seguir debe advertirse sobre una posible ambigüedad, pues las reglas pueden referirse a dos problemas distintos: a) El estribo de una bóveda de cañón seguido apoyada sobre un muro continuo con contrafuertes a intervalos que forman los estribos; la posición de los contrafuertes suele venir marcada por arcos perpiaños. b) El estribo de un arco que soporta un muro superior de su mismo espesor o, su equivalente, el de una bóveda de cañón apoyada sobre un muro de sección uniforme en toda su longitud, sin contrafuertes. En el primer caso, el arco del dibujo es el arco perpiaño y la regla se refiere al estribo de la bóveda; en el segundo caso el arco y el estribo están en el mismo plano. El dibujo en sí no permite distinguir a cuál de los problemas se refiere la regla. Rodrigo Gil no construyó ninguna bóveda de cañón seguido con contrafuertes, pero sí construyó arcadas soportando muros en sus edificios civiles, como por ejemplo, en las torres del Palacio de Monterrey en Salamanca. Parece probable, pues, que su investigación se refiera al segundo problema.
9. Formada la manetud del arco que supongo ser á medio punto, en el medio del dicho arco, que es un 1/4 de circulo, forma un quadrado de lados yguales, como la figura siguiente muestra, y desde A, que es el centro del arco y angulo del cuadrado, tira una linea asta el angulo C, y donde se crusa esta linea con la buelta del arco que será en D, pon la regla y en el angulo B, y pasa esta linea recta a la larga oculta, pues aora tira desde B hasta E otra linea, y del angulo E saca una ortogonal que aga angulo recto con la linea ABE, y mira adonde se cruza con la linea BD y allaras que en K, y teniendo quedo en E, mira donde alcança en el diametro AE y allaras que en F; pues dirás que aquello es lo que toca quanto a regla a el tal arco de estrivo. Y si quisieres saber que tanta carga se le podra encomendar a el tal arco con el dicho estrivo, saca una linea perpendicular por la eleccion del pie derecho, paralela con el hueco del dicho arco, como muestra la linea GM, pues asienta la regla en FD y mira donde corta la linea GM, y y allarás que en el punto R; pues pasa una linea trasbersal a nibel que cause angulo rcto con la linea GM. (19r-19v)
10. Sanabria (1982, 287).
11. Parte el un quarto de la çircunferençia en 3 partes y baja plomos, pues tira de A asta B y C y D, pues lo que ay de B a E ponlo de B asta F y lo que ay de D a G, ponlo desde D asta H, pues tira desde H a F una linea y cortará la linea AC en I, pues pon la punta del compas en B y la otra con E, y alçará en K y de alli çircunda con la cantidad que ay desde K asta HF y con esta distançia desde H señala en L Pues baja perpendicular paralela con el semidiametro como LMN muestran. (19vB 20r)
12. Sanabria (1982, 288).
13. Dibide el diametro en 3 partes yguales, y por quanto segun regla de analojia le biene un sesto, ponlo en superfiçie que supongo ser A y C, tira de A asta C y cortará el plomo paralelo en D y eso es el pie derecho, y lo que ay de C asta E es la magnitud, y si a de subir tanto y medio que es de 2 de hueco, 3 de alto, se le da la una quinta parte a la rosca que sera en H; pues tira desde H asta K y cortará al diametro en L, y lo que ay de L a E es lo que le cabe, y si mas sube se le de por la raçon de la regla de 3, diçiendo, si doçe pies que este arco tiene de hueco bienen a la rosca 2, de tanto, que le bendrá, ni mas ni menos será en la salida de este mesmo estrivo, será por regla de 3, diçiendo: si de 12 de hueco bienen 4 y un ochavo de salida de estrivo, de tanto, que bendrá estos es subiendo su cuadrado de pie derecho mas si es que sube tanto y medio, como si tiene 12 de hueco 18 de pie derecho, tenga de rosca la una quinta parte que serán 2 pies y mas 2/5 que será haçiendo un pie 5 partes, y tomar las 2; de manera que le biene de los

dichos 12 pies, 2 pies y 2/5, esto es de rosca, y de aqui se sacará para otro; y sabida la rosca, será sabida la grandez del estribo, usando la regla de 3, y sabido el hueco y alto de pie derecho, por la dicha regla de 3, se sabrá la rosca, y estrivo. (20v)

14. A la fórmula para el estribo de las iglesias salón se le puede achacar el mismo fallo; sin embargo, como hemos visto el mismo Rodrigo Gil matiza su aplicación y dice que en el caso de que sea rebajada se aumente el estribo en la misma proporción. Quizá tuviera en mente la misma corrección para ésta última.
15. Este grosor es muy superior a lo habitual y podría sugerir la realización de ensayos con modelos de pequeño tamaño.

Capítulo 8

1. Kubler (1957, 79–82), con un excelente comentario sobre el tratado de Fray Lorenzo.
2. «Es tan conocida esta obra de Fr. Lorenzo, que podemos dispensarnos de dar mayor noticia de ella. Merece estimación, y es útil para canteros y albañiles; pero sabe poco lo que es la arquitectura quien juzgue que con ella se pueden hacer arquitectos». Llaguno (1829, 4: 24).
3. Suele decirse que la primera edición apareció en 1633, sin embargo tanto Bonet Correa (1980) como Martín González (1989) consideran más probable la de 1639, año en que se firmó la fe de erratas del libro.
4. Véase, López Gayarre (1990).
5. A partir del siglo XVIII las bóvedas tabicadas han sido consideradas, erróneamente, como esencialmente distintas de las bóvedas de fábrica más usuales, de piedra o ladrillo. Así, las bóvedas tabicadas no empujarían debido a su carácter monolítico. La teoría, formulada por el conde d'Espie en 1754, fue difundida en importantes tratados franceses de los siglos XVIII y XIX. De Francia pasó a España y debió influir sobre Rafael Guastavino que, hacia finales del siglo XIX, exportó la técnica tabicada a América y también enunció una teoría cohesiva de las bóvedas tabicadas. A partir de Guastavino, fueron consideradas en España como láminas elásticas, distintas de las bóvedas de fábrica y, muchas veces, «imposibles de calcular». Para un examen detallado del desarrollo de esta falsa teoría, véase Huerta (2001a, 2003a).
6. Este hecho, que ya hemos mencionado, es muy llamativo ya que la construcción abovedada fue la base de la construcción en occidente desde los romanos hasta el siglo XX. Fray Lorenzo tiene razón, los tratados de arquitectura pasan casi sin mención este importante elemento estructural. Así, por ejemplo, Palladio (1570 1, 54) apenas le dedica diez líneas donde trata únicamente la terminología.
7. Las *embecaduras* son los espacios que quedan entre el trasdós de la bóveda en el arranque y el muro vertical que sostiene la cubierta. Paniagua (1980) las define así: «Cada uno de los espacios o superficies triangulares resultantes de inscribir un círculo, elipse o arco en un cuadrado.» Las *lengüetas* son los muretes transversales de refuerzo que se disponen sobre los riñones de las bóvedas. Rejón de Silva (1788): «La pared o cítara que se hace en los costados ó enjutas de una bóveda tabicada entre su superficie superior y el muro, que está al lado, para mayor firmeza de ella, y para reducir su convexidad á plano horizontal ú obliquo».
8. Las recomendaciones del tratado de Fray Lorenzo aparecen también en las condiciones de las contratas de algunos de sus edificios; no se trata de consideraciones librescas. Así, en las trazas y condiciones de la iglesia de las Gaitanas, cuando da precio al

pie cuadrado de bóveda ejecutada dice: «Cada pie de bobeda En la media naranja o linterna si la obiere mazizando las embecaduras a los quatro lados hasta El terci Echando sus lenguetas asta los dos terzios y la bobeda del cuerpo de la yglesia y portico de la yglesia mazizando Sus Enbecaduras asta El Un terzio . . .». Extractado de las condiciones transcritas en Suárez Quevedo (1993–94, 275–284).

9. La bibliografía sobre Simón García es muy escasa; véase Rupérez Almajano (1998).
10. Hay dos ediciones facsímiles de 1979 y 1991. Hemos empleado la primera, editada por Chanfón, cotejándola, en su caso, con el facsímil, de mayor calidad, de la edición de 1991.
11. Éste es el caso, por ejemplo, de los capítulos 48 al 52 que tratan de la medida de las bóvedas que están literalmente transcritos del capítulo 80 de Fray Lorenzo. También lo están los capítulos 69 y 70. En muchos otros capítulos hemos visto transcripciones literales, sin embargo, el orden del tratado de Simón García es distinto del de Fray Lorenzo y esto hace que las comparaciones sean laboriosas. El examen realizado no ha sido sistemático; muy posiblemente de una comparación detallada resultarían muchas más concordancias. Rupérez Almajano (1998, 70–71) considera que la copia de Fray Lorenzo supone casi un 40 % del manuscrito.
12. Recientemente los profesores Ana López Mozo y Miguel Ángel Alonso, de la Escuela de Arquitectura de Madrid, han realizado el primer levantamiento exacto de la cúpula, incluyendo el despiece de cantería. El trabajo se encuadra dentro de las investigaciones que realiza la profesora López para su tesis doctoral sobre las bóvedas de El Escorial. Según este levantamiento, que la profesora López ha puesto amablemente a mi disposición, la luz interior de la cúpula es de 18,5 m, el espesor del tambor de 3,8 m y el diámetro del óculo de 4,24 (las medidas son «aproximadas», aunque la medición sea exacta, pues, al no ser el tambor liso ni por fuera ni por dentro, hay que elegir qué se considera como espesor; lo mismo ocurre con el óculo, rematado por una cornisa moldurada). Es decir, el tambor es $L/4{,}87$ y el diámetro del óculo $L/4{,}24$, cerca de los $L/5$ y $L/4$, respectivamente, propuestos por Simón García.
13. Realizando un sencillo desarrollo algebraico se llega a que la regla establece la siguiente relación entre dos parámetros adimensionales, $L/A = \varphi$ y $L/e = \delta$. La relación toma la forma de una ecuación de segundo grado: $\delta^2 - 2\delta - 2k\varphi = 0$ donde k es una constante de valor $k = \pi/3 + \sqrt{3}/12$. Por supuesto, este desarrollo matemático es una derivación posterior que permite estudiar las consecuencias de la regla. Éstas habrían sido estudiadas por su autor mediante su aplicación a casos concretos, comparando, quizá, con una lista de dimensiones de puentes construidos.
14. Las referencias en el texto se refieren a la edición española de 1698. Estudio crítico de Agüera Ruiz (1997). El libro tuvo gran difusión en los siglos XVII y XVIII.
15. En este caso, como en otros muchos, la prioridad corresponde a Leonardo da Vinci que realizó numerosos experimentos conducentes a medir y entender el empuje de los arcos. Los manuscritos de Leonardo sólo fueron publicados en el siglo XIX y, por tanto, no ejercieron influencia en el desarrollo de la teoría de arcos y bóvedas. Sobre la teoría de arcos de Baldi, véase Dorn (1970, 52–53) y Becchi (2003). El profesor Becchi ha escrito un nuevo libro que está en prensa: *Leonardo, Galileo e il caso Baldi: Magonza, 26 Marzo 1621* (trad. del texto latino y glosario de Sergio Aprosio). Venecia: Marsilio.
16. Para un estudio completo sobre la aparición de este tipo de arcos, véase Müller (1971).
17. Benvenuto (1991, 2: 315–320) ha llamado la atención sobre la figura del jesuita H. Fabri que dedicó algunas proposiciones del segundo tratado de su *Physica* (Lyon, 1669) a investigar el empuje de armaduras poligonales, formadas por maderos rectos, y arcos.

Las observaciones son confusas y, de nuevo, nos encontramos con el intento de explicar en el lenguaje de la Mecánica el hecho conocido de que los arcos empujan.

18. Los informes periciales de Fontana han sido estudiados con detalle, en el contexto del desarrollo de la teoría de cúpulas en el siglo XVIII, por Gema López Manzanares en su tesis doctoral de 1998. Sobre los informes periciales de las iglesias de Montefiascone y Vallicella, incluyendo una transcripción completa, Hager (1975, 1973); sobre las reglas estructurales y su análisis, López Manzanares (2003).
19. El libro, in-folio, es bilingüe con el texto en latín e italiano, dispuesto en columnas paralelas para facilitar su lectura y comparación. Consta de siete libros. El primero sobre las obras romanas en la ciudad del vaticano. El segundo sobre la antigua basílica de San Pedro. El tercero sobre el transporte del obelisco vaticano. El cuarto sobre la plaza y columnata delante de San Pedro. El quinto describe el templo actual, «descritto, e delineato con regole»; constituye casi la mitad del tratado. El sexto compara San Pedro con el templo de Salomón y, finalmente, el séptimo está dedicado al Panteón de Roma y a otros «Tempii Antichi» (aunque incluye también una descripción de Santa Maria del Fiore de Florencia). En el presente apartado todas las referencias a páginas son de esta obra, mientras no se indique lo contrario. Para un estudio crítico sobre el libro, véase Hager (1992). Recientemente se ha publicado un estudio muy completo sobre el libro de Fontana con contibuciones de distintos especialistas, editado por G. Curcio (2004), que incluye una transcripción del texto italiano y una cuidada reproducción de todas las láminas.
20. La lista de cúpulas citadas en el informe de Montefiascone de 1673, no coincide exactamente con la incluida después en *Il Tempio Vaticano.* Por otro lado, en el informe aparece un plano en el que se comparan en planta las proporciones de los tambores de tres iglesias. Véase López Manzanares (1998, 66–7); Hager (1975, 155, 167).
21. Aquí parece haber una contradicción. Un tambor de toba, más ligero que el de ladrillo, requeriría más espesor; pero un tambor de mampostería de piedra, podría ser más esbelto que el de ladrillo, puesto que el peso específico de la fábrica es notablemente superior. No obstante, la traba es mejor en la fábrica de ladrillo; quizá Fontana considera que la fuerza de «cohesión», la resistencia a tracción, pueda tener importancia. También puede ser que las cúpulas que el tomó de modelo tuvieran todas el tambor de ladrillo. Finalmente, podría argumentarse que un tambor de paramentos exteriores de sillería y relleno de cascote tendería a «deshojarse» y sería menos estable que el de ladrillo.
22. El tambor de San Pedro es notablemente más esbelto (aprox. *L*/13), sin contar los contrafuertes. Posiblemente, Fontana contaba con el papel estabilizador de estos elementos. No obstante, su unión con el tambor es débil y, en los levantamientos de Vanvitelli, recogidos por Poleni (1748) ya aparecen separados del muro por grietas. Las grietas fueron comentadas en sucesivos informes periciales; para un estudio muy detallado de los informes periciales sobre la cúpula de S. Pedro de Roma, véase López Manzanares (1998, 2001).
23. Véase, López Manzanares (1998, 59–88; 2003). El tema también ha sido tratado por D'Amelio y Marconi (1997) y Marconi (1997).
24. P. García Barriuso (1975, 136–137). El proyecto de San Francisco sufrió numerosas vicisitudes. Finalmente, la gran cúpula de 33m de luz, la más grande de España, fue cerrada por el arquitecto e ingeniero Antonio Plo y Camin.
25. Las reglas de Fontana aparecen también citadas en otros tratados del siglo XVIII. En particular, el arquitecto italiano Vittone(1760, 509–14) las comenta extensamente y propone, siguiendo el mismo enfoque geométrico, sus propias reglas. Las reglas de Vittone han sido comentadas por López Manzanares (1998, 478–83) y Marconi (1997, 240).

26. Para un estudio en detalle del debate sobre Santa Genoveva, véase López Manzanares (1998, 557–678). Sobre el problema de los pilares que soportan la cúpula, Heyman (1985).
27. Considerando un palmo romano de 0,2234 m. No siempre es fácil encontrar datos sobre medidas antiguas; siempre nos ha sido muy útil el apéndice titulado «Standards of measure» en Parsons ([1939] 1976, 625–40).
28. Rondelet (1834–48, 4: 155–70) dedica un capítulo completo a comparar la parte ocupada por la fábrica y la parte libre de la planta de los edificios. Al final del capítulo incluye una tabla resumen con la superficies de vanos y macizos de veintiocho importantes edificios, de todas las épocas y estilos. Fergusson (1859, xxxvii) dedica dos páginas de la introducción al mismo tema e incluye también una tabla de dieciséis edificios. Guastavino (1893, 147) cita parte de la tabla de Fergusson en apoyo del sistema tabicado, que conduce a una construcción más ligera.
29. Para una discusión completa de los trabajos de Hooke sobre el proyecto de cúpulas véase, Dorn (1970, 107–21) y Heyman (1998), este último con un estudio matemático completo del problema. Sobre su colaboración con Wren, Heyman (2003).
30. Todos los textos citados se refieren a esta fuente. Se conservan más documentos de Wren sobre arquitectura: informes periciales, cartas, notas, etc., todos ellos, junto con los textos pertinentes del *Parentalia* han sido recopilados y publicados por Lydia M. Soo (1998). Los documentos contenidos en este último libro son una fuente de inapreciable valor para conocer el pensamiento estructural y arquitectónico de Wren.
31. El texto completo del informe manuscrito fue publicado en Ch. Wren (1750, 295–302). También transcrito y publicado en Soo (1998, 79–92).
32. Hemos comprobado esta afirmación y, efectivamente, es cierta: la vertical del centro de gravedad de la sección del Panteón cae dentro de la base del tambor.
33. La misma opinión manifiesta Leonardo Vegni en su traducción del libro de Branca (1790, 83), donde critica «la necesidad de tantos pobres jóvenes, que en los preceptos y obras de algunos que hacen de Maestros, no pueden aprender otra cosa en la construcción de bóvedas, que liarlas con cadenas de hierro, ó fiarlas á la tenacidad de la puzzolana; *pero las fábricas bien entendidas (dice Viñola) quieren regirse por sí mismas, y no estar atadas con cabestros*». (la cursiva es mía)
34. Ch. Wren (1750, 357–9); Soo (1998, 162–67).
35. El texto completo de la memoria en Lemonnier (1911–24, 2: 345–49).
36. Resulta sorprendente que La Hire compare una regla para el cálculo de estribos en arcos con otra para calcular el espesor de una cúpula. Es evidente que no comprende, o no está interesado en comprender, el empleo de las reglas tradicionales de cálculo. Realmente está interesado en calcular científicamente el peso que han de tener las dovelas de un arco para que esté en equilibrio sin rozamiento, y esta memoria marca el enfoque que seguirá en su tratado de mecánica de 1695. Para una discusión de este aspecto, véase Becchi (2003). Sobre la validez de la regla de Blondel, véase Heyman (1984).

Capítulo 9

1. La obra tuvo gran aceptación y se realizaron dos reimpresiones en breve plazo: Madrid, 1721–1727 y Valencia, 1757. Hemos manejado la edición de 1721–27, a la que corresponde la paginación de las citas.
2. Llaguno (1829, 4: 102). *Diccionario Enciclopédico Espasa* (1928, 62: 1565).

3. León Tello (1978, 289–290). Véase también el apartado correspondiente en León Tello y Sanz Sanz (1994). Según estos últimos autores, el padre Tosca se inspiró e incluso copió partes del tratado de Claude-François Milliet de Chales (1690). El profesor Rabasa me ha hecho notar las evidentes similitudes del libro de cantería de Tosca con la parte dedicada a cantería de Milliet. En cuanto a las observaciones sobre funcionamiento estructural de arcos y bóvedas, la concordancia no está tan clara, y muchas parecen ser originales de Tosca. En este caso, como en tantos otros manuales de arquitectura y construcción, falta una edición crítica que ilumine la cuestión de las fuentes y la originalidad del tratado de Tosca.
4. Los nervios son arcos de circunferencia y están situados sobre la superficie de una semiesfera que pasa por los arranques de radio $L\sqrt{2}/2$, siendo L la luz de la bóveda. La montea está copiada del tratado de Milliet de Chales (1690, 680). No obstante, hay que decir que la traza pertenece a la tradición del gótico tardío y trazas idénticas se encuentran, por ejemplo, en el manuscrito de Rodrigo Gil de Hontañón, ca. 1540, y en el de Hernán Ruiz, ca. 1560.
5. Este diámetro corresponde al de la rotonda o tambor que sirve de base a la cúpula y que está rodeado de capillas: «Sin contar estas, y desde el resalto de las pilastras con que está adornada, tiene de diámetro ciento diez y siete pies». (Llaguno 1829, 4: 305)
6. La *Disertación*, aparentemente se encuaderna ya en la primera edición conjuntamente con el *Tratado* (así aparece en el ejemplar de la Staatsbibliothek de Berlín). No hemos podido consultar la segunda edición ampliada de 1723. A partir de la tercera edición de 1728, la *Disertación* se incorpora definitivamente como un apéndice al *Tratado*, manteniendo la portada pero con numeración consecutiva. Hubo una cuarta edición en 1765. La paginación de las citas en el texto corresponden, en ambos casos, a las primeras ediciones.
7. No obstante, si el puente se construye por tramos, cada pila ha de funcionar de estribo hasta que se termina el vano siguiente. Así, las dimensiones de pilas en las reglas antes citadas, entre 1/3 y 1/5 de la luz, sólo se justifican por esta función de contrarresto. Por otra parte, al estar así dimensionadas, si se produjera el hundimiento de una de ellas sólo se hundirían los arcos vecinos, permaneciendo en pie el resto del puente.
8. La paginación no sigue la del prefacio y empieza de nuevo.
9. Se publicó primero un extracto titulado «Extrait du mémoire sur la poussée des voutes» en las actas de la *Assemblée publique de la Société royale des sciences (Montpellier),* de 1732. La memoria completa se publicó en 1778.
10. «Recherches pour une nouvelle solution sans aucune hypothese, mais seulement par des conséquences tirées de l'expérience des fractures de voûtes composées de voussoirs assemblés sans aucune liaison que celle de leur coupe, posées sur des piédroits trop foibles». (Frézier 1737–39, 3: 380–85) Comparando los textos del extracto y de la memoria, con el publicado por Frézier, resulta evidente que manejaba el texto de la memoria completa, pues a veces copia párrafos completos. La memoria debía conservarse en forma manuscrita en la Academia de Montpellier y Frézier hubiera tenido acceso a ella; también es posible que el propio Danyzy le hiciera llegar una copia, pues ambos mantenían correspondencia.
11. Frézier (1737–39, 3: 370–72). Frézier manifestó a Danyzy su sorpresa porque su regla para el cálculo de estribos no tuviera en cuenta su altura.
12. La memoria de Danyzy no da el detalle de las expresiones algebraicas, pero la exposición del método parece correcta. He aquí el texto correspondiente (Danyzy 1732,

48–49): «Si se tiene en cuenta que el arco FEGI está como suspendido de los dos puntos F & G, y que este arco al caer gira alrdededor del punto F, que podrá tomarse en consecuencia como punto de apoyo de la palanca FG, sobre la que actúa en G según la dirección de la vertical GI la mitad del peso de la clave D y de su carga, y en P el peso del arco FFEGI y su carga, según la dirección de la vertical PN que pasa por el centro de gravedad de este arco y de su carga. Si además N e I representan los dos esfuerzos o potencias, que se han reducido a una sola Q que actúa en vertical según la dirección OQ, se sabrá fácilmente según las leyes de la Mecánica con qué esfuerzo y en qué dirección es empujada la biela LF en el punto F». Danyzy añade que cualquier persona con someros conocimientos de geometría, álgebra y mecánica, sería capaz de calcular ahora el espesor del estribo que ha de resistir el citado empuje, pues sólo hay que resolver una ecuación de segundo grado: «el cálculo no será largo, pues la ecuación que habrá que escribir es sólo de segundo grado».

13. El espesor del estribo crece con la altura, pero alcanza un valor finito para una altura infinita (la curva del espesor del estribo en relación con la altura tiene una asíntota). Este espesor límite es el del estribo sometido únicamente a la componente horizontal del empuje. Esta propiedad permite dar valores seguros al estribo independientemente de la altura. Este descubrimiento de Danyzy ha pasado desapercibido hasta ahora y, tradicionalmente, se le atribuye a Moseley (1843).
14. Aunque Danyzy es explícito en cuanto a que se trata de la resolución geométrica de la expresión analítica, no hemos podido encontrar su relación.
15. Tuvo otras dos ediciones en 1754 y 1769. Todas las citas que siguen se refieren a la primera edición. El número del volumen se indica primero, separado por el número de página con una coma.
16. Éste fue, precisamente, el método empleado por Gaudí para obtener las formas de los arcos tabicados de la casa Milá (Huerta 2003b).
17. Le dedica un apartado titulado «Comparación y observación importante sobre las reglas de los autores que se han ocupado del empuje de las bóvedas». (Frézier 1737–39, 3: 351)
18. Publicada en dos partes; primera parte, 1737–39; segunda parte 1750–53. Reimpresión de la obra completa 1782–90. Navier publicó una nueva edición, con numerosas notas en 1819. Las citas que siguen se refieren al segundo tomo de la segunda parte (1790).
19. Nótese que el número 24, al ser múltiplo de 6 y 12, reúne grandes ventajas a la hora de dividir longitudes medidas en toesas, pies, pulgadas y líneas.
20. Citado en Picon (1997, 364).
21. La carta está contenida, con otros documentos, en el Ms 2068 de la Bibliothéque de l'École des Ponts et Chaussées «Concernant l'Eglise S^te^ Genevieve», sin paginar.
22. La mayor parte de sus memorias se recopilaron en sus *Oeuvres* (publicadas primero con el título *Description des projets et de la construction des ponts de Neuilly, de Mantes, de Orleans, . . .*) que tuvieron varias ediciones tras la primera de 1778. Hemos consultado las ediciones de 1788 y 1820. Sus memorias inéditas se conservan en la Bibliothéque de l'École des Ponts et Chaussées.
23. «Sur l'epaisseur que doivent avoir les voussoirs à la clef, dans les differentes voutes des Ponts. 1748» Mss. 2202, Bibliothéque de l'École des Ponts et Chaussées, Paris. Comparando la escritura con la de cartas de Perronet, se puede deducir que se trata de la memoria original, escrita de su puño y letra. El Mss. 233, encuadernado con otras memorias en el Tomo 21, con el mismo título, es una copia posterior no fechada. La

escritura, clara y regular, corresponde a la de un copista. Las referencias que siguen se harán a este último manuscrito. La paginación es la que figura en el citado Tomo 21. Me ha servido de ayuda una transcripción diplomática realizada por Rosa Senent.

24. La última dimensión de 168 pies corresponde a 28 toesas, 4 pies menos que la luz del puente sobre el río Allier, en Vieille-Brioude, construido en 1454, el más grande que figura en la lista de Perronet.
25. Las tablas de Gautier son las citadas más arriba. Las tablas de Boffrand no fueron, al parecer, publicadas. En la Biblioteca de la École Nationale des Ponts et Chaussées, hay dos manuscritos inéditos de Boffrand, Ms. 2097 y Ms. 2110, de 1743, que no hemos podido consultar, y que quizá contengan las tablas citadas por Perronet.
26. La memoria se reimprimió en las distintas ediciones de las *Oeuvres*. La paginación se refiere a la publicación de 1777 en las *Mémoires de l'Academie Royale des Sciences*.
27. Las tablas fueron recogidas en uno de los tratados de arquitectura de más difusión, el de Blondel y Patte (1771–77, 6: 191–205), si bien no se cita su procedencia. Ya en el siglo XIX continuaron empleándose siendo publicadas, por ejemplo, en el popular curso de construcción de Sganzin (1840–44).
28. Un aspecto específico de gran interés es el de la asimilación de las teorías científicas sobre arcos y bóvedas en España. La figura de Antonio Ramos es particularmente interesante y su *Manuscrito sobre la gravitación de los arcos contra sus estribos* ha sido publicado y estudiado en detalle por Rosario Camacho (1992). Ramos no parece entender adecuadamente la teoría de arcos. Por otra parte, los ingenieros españoles realizan un esfuerzo importante de asimilación y estudio, como lo demuestran las traducciones de obras francesas e inglesas (si bien cualquier arquitecto o ingeniero de cierta cultura debía dominar, al menos, el francés en esa época). Merecen mención las traducciones de Prony y Bossut (1805) y la traducción por Sánchez Taramas en 1769 del *Tratado de fortificación* de J. Muller, de la escuela de ingeniería inglesa de Woolwich, que contiene un apartado sobre el empuje de las bóvedas (sobre la Escuela de Woolwich, Dorn 1970, 138–48). Estos estudios culminaron en el manuscrito de Monasterio *Nueva teorica sobre el empuje de las bóvedas*, ca. 1800, que supuso una aportación importante a la teoría de bóvedas, si bien permaneció inédito (Huerta y Foce 2003).
29. Llaguno (1829, 4: 310–11).

Capítulo 10

1. A la primera edición (París 1802–1817) siguieron otras, hasta la 11ª de 1885. Fue traducido al italiano (Mantova 1832–1841) y al alemán (Leipzig, Darmstadt 1833–1836). A. Blouet escribió un *Supplément* (1847–48) que se añadió a las ediciones posteriores. Las citas que siguen se refieren a la 7ª ed. (París 1834). Para una discusión de su contenido con numerosas referencias bibliográficas véase González Moreno-Navarro (1993, 191–214).
2. La teoría de bóvedas de Rondelet es interesante precisamente por su incorrección, que permite profundizar en el pensamiento estructural de un arquitecto ilustrado hacia 1800. Para una discusión más detallada, véase Foce (2002, 554–58).
3. Véase por ejemplo: Borgnis (1838, 192–206); Valdés (1859, 624); Gwilt (1867, 354–84); Gonin (1877, 46–48); Wanderley (1883, 311–2); Esselborn (1928, 1: 139).
4. Citadas por ejemplo en: Demanet (1847), Valdés (1859), Gwilt (1867) y Wanderley (1889).

Capítulo 11

1. Hemos manejado la traducción española de C. Solís y J. Sádaba de 1976; la paginación de las citas en el texto se refiere a esta edición. La literatura sobre esta obra clave es muy abundante. Sobre su lugar en el desarrollo de la teoría de las estructuras y la resistencia de materiales, véase Benvenuto (1991 vol. 1, 145–97), Heyman (2001a, 59–69; 2004, 5–18).
2. De hecho, la forma del módulo resistente de una sección es *kbd5* ; Galileo deduce erróneamente $k = 2$. Para una discusión completa del problema del momento resistente a flexión en Galileo y autores posteriores, véase Heyman (2004).
3. El problema de la influencia del tamaño en la fuerza de los animales fue discutido después de Galileo por Borelli (1685), según cita Thompson (1915). Para la influencia del tamaño en los organismos, la obra básica sobre es Thompson (1942); véanse también los comentarios de Aroca (1999).
4. En este sentido, resulta revelador que las bóvedas se midieran siempre en superficie (pies cuadrados), no haciéndose mención de su espesor. Véanse, por ejemplo, los capítulos sobre medición del tratado de Fray Lorenzo de San Nicolás (1639) y el tratado de medición de bóvedas de Juan de Torija (1661).
5. Dupuit (1870, 180–4) suministra una larga lista de puentes con indicación de su luz, flecha y espesor en la clave, clasificándolos por el tipo de arco; así, cita 38 de medio punto, 55 escarzanos y 35 carpaneles. Emplea, después, unas gráficas en coordenadas *e* y *L*, para comparar las dimensiones de los puentes reales con su «nouvelle régle» y la regla de Perronet (véase capítulo 9). En los otros dos casos la lista es más reducida y sólo se incluyen los puentes cuyas dimensiones coinciden sensiblemente con la regla correspondiente.
6. Según cita Stüssi (1953), en uno de los manuscritos de Leonardo del Instituto de Francia aparece una traza de un puente con la leyenda: «Ponte de Pera a Gosstantinopoli, largo 40 braccia, alto dall'acqua braccia 70, lungo braccia 600, cioè 400 sopra del mare e 200 posa in terra, faccendo di se spalle a se medesimo». (El *braccio* italiano mide unos 0,60 m, con variaciones según la localidad). Stüssi menciona que el prof. F. Babinger de Munich ha encontrado una carta, enviada al sultán turco entre 1502 y 1503, que está relacionada con la traza citada. El texto es interesante; a continuación mi traducción de la cita de Stüssi: «Yo, su esclavo, he tenido conocimiento, de que usted tiene la intención de construir un puente entre Galatta y Estambul, pero que no ha construido todavía, pues no ha encontrado ningún Maestro. Yo, su esclavo, lo sé. Yo lo construiré, un arco tan grande que nadie podrá explicarse cómo se puede andar sobre él, de tan alto que es . . . Y lo construiré de forma que pueda pasar bajo él un barco con las velas desplegadas». (El barco puede verse en el dibujo.)
7. Stüssi realizó un análisis (elástico) del arco y obtuvo una tensión máxima de 10 N/mm^2 en la clave (tensión media de 6 N/mm^2), suponiendo una fábrica de peso específico 28 kN/m^3. Una ejecución con fábrica más ligera y/o algún tipo de aligeramiento mediante muros transversales etc., reduciría probablemente estas tensiones a la mitad. En cualquier caso, el análisis demuestra que el proyecto de Leonardo era viable.
8. El proyecto de Telford y Douglass provocó un debate sobre el estado de la teoría de bóvedas y su aplicación al proyecto de puentes. Véase Dorn (1970, 190–8).
9. Tredgold (1870, 153) establece, por ejemplo, un límite de 3.000 pies (900 m) para un puente en arco de roble, tomando como tensión máxima 1/5 de la tensión de rotura del material. El tratado de Tredgold contiene ineteresante información sobre grandes

puentes en arco de madera construidos con anterioridad: el más grande citado es el puente sobre el Limmat, cerca de Wettingen, con una luz de 390 pies (120 m) y una flecha de 43 pies (13 m), esto es, aproximadamente 1/9 de la luz.

10. En realidad, los puentes de fábrica se siguieron construyendo durante todo el siglo XIX. La decadencia se aplica, sobre todo, al interés por el problema teórico del arco.La teoría del arco de fábrica estaba suficientemente desarrollada hacia 1890, en sus dos vertientes de cálculo por equilibrio y cálculo elástico y, en efecto, el tema desaparece prácticamente de las revistas especializadas hacia 1900, siendo ya evidente la caída del interés por este tipo de estructuras desde 1800 (véase, Chrimes 1985). Pero, a efectos prácticos, el arco de fábrica compite en igualdad de condiciones con los nuevos tipos estructurales de otros materiales.
11. Para listas de puentes en arco con sus dimensiones y referencias bibliográficas, la mejor fuente es, sin duda, Sejourné (1913–16). Véase también Spangenberg (1928).
12. He aquí el enunciado de Rankine (1864 [1858], 232): «Si una estructura compuesta de bloques posee estabilidad de posición cuando actúan sobre ella fuerzas representadas por un sistema de líneas, entonces, una estructura cuya forma es una proyección paralela de la anterior tendrá estabilidad de posición si actúa sobre ella un sistema de fuerzas representado por la correspondiente proyección paralela del sistema original de líneas; así mismo, los centros de presión y las líneas que representan las resultantes de presiones en las juntas de la nueva estructura serán las correspondientes proyecciones de los centros de presión y de las líneas que representan las resultantes de presiones en las juntas de la estructura original».
13. De hecho al modificar las juntas se modificaría también la forma de la línea de empujes. Pero, como se ha visto en el capítulo 3, esta variación es muy pequeña para el caso de los arcos y el procedimiento sugerido por Rankine es perfectamente válido a efectos prácticos.
14. Guadet (1902, vol. 3: 197) aplica este enfoque para obtener la forma del «arbotante ideal». Éste se convierte en un pilar inclinado, ligeramente curvado, desapareciendo el botarel rematado por el pináculo. Este tipo de estudios, que cuestionaban la racionalidad del gótico, pueden haber influido en la crítica radical del gótico que, por ejemplo, fue suscrita decididamente por Gaudí, a quien los estribos verticales góticos con sus arbotantes le parecían un desagradable añadido, llamándoles «las muletas del gótico»; la solución era inclinar los pilares (véase Huerta 2003b).
15. En realidad, esto no es exactamente así, pues el momento del empuje en cabeza se toma respecto al punto situado a una distancia *qd* del centro de la base del estribo, la posición límite para una estabilidad suficiente, y este punto varía dependiendo de la forma del estribo, para un mismo momento de estabilidad.
16. Este hecho debía ser conocido por el mariscal francés Vauban (1633–1707) que empleaba un «método de transformación de perfiles» en el proyecto de muros de contención: calculaba primero el muro de sección rectangular y, depués, deducía la forma del muro trapezoidal que tuviera el mismo coeficiente de estabilidad. No hemos visto la obra original; la cita en Dubosque (1920, 36). De forma independiente, Trautwine (1872, 339) expone un método análogo y señala que la forma trapezoidal conduce siempre a un ahorro de material.
17. Simón García (1681, fol. 22v).
18. Ochsendorf (2002) ha explorado esta situación, partiendo de la base de un estribo monolítico sin resistencia a tracción.

19. La literatura sobre teoría de cáscaras es muy abundante. El primer libro específico sobre el tema es Dischinger (1928) que todavía hoy resulta útil para cáscaras de edificación, por su claridad y los numerosos ejemplos que presenta. La teoría general en Flügge (1973) que incluye una bibliografía completa. Sobre la teoría de la membrana, dentro del marco del enfoque del equilibrio, Heyman (1977).
20. Quien primero localizó este punto de aparición de tracciones en una cúpula semiesférica fue Bouguer (1734); véase, López Manzanares (2000). De forma independiente, y con distinto razonamiento, fue demostrado también por Young (1807).
21. Aunque el método es original de Eddy, la idea de obtener geométricamente los esfuerzos horizontales que serían necesarios para que las cargas de un arco sigan una cierta trayectoria, fue explorada antes por Rankine (1863 [1862], 212) que emplea una construcción geométrica análoga.
22. Rafael Guastavino hijo aplicó esta idea al proyecto de numerosas cúpulas tabicadas. Las cúpulas eran perfectamente esféricas hasta el punto de aparición de las tracciones, a partir del cual, modificaban su forma para seguir la del funicular de las cargas. El método es mejor que el puramente funicular de Gaudí; la geometría sólo se complica cuando es necesario. Para una discusión detallada véase Huerta (2003a).
23. Parece demostrado que ya Hooke estudió el problema de la forma ideal de las cúpulas, y propuso como solución la parábola cúbica que, aunque incorrecta, se aproxima bastante a la solución, véase Heyman (1998 y 2003). La solución correcta del problema fue obtenida por primera vez por Bouguer en 1734. Durante el siglo XIX estas formas fueron estudiadas por otros autores, por ejemplo, Hagen (1859). Para un estudio riguroso y conciso de las expresiones matemáticas correspondientes, véase Heyman (1996).
24. Los volúmenes pueden calcularse fácilmente aplicando el segundo teorema de Pappus/Guldin. El cálculo exacto de los centros de gravedad de las dovelas puede ser complicado (aunque hoy día muchos programas de modelado espacial de sólidos dan las coordenadas del centro gravedad) pero, para cúpulas de espesores usuales, apenas hay error al tomar el centro de gravedad de la sección plana.
25. En el caso de los arcos (capítulo 3) esto sólo sucede para planos de corte verticales.
26. Esta interpretación de los agrietamientos en base a los cedimientos del sistema de contrarresto se remonta a los *tre mattematici* Le Seur, Jacquier y Boscovich (1742). De nuevo, ha sido Heyman (1988) quien ha incorporado de forma rigurosa el estudio de las grietas dentro del análisis límite de estructuras de fábrica.
27. Al parecer, el primero en plantear el problema del espesor límite de bóvedas de fábrica fue Kobell (1855). Específicamente para cúpulas, el problema fue estudiado por Beckett (1871). Los valores obtenidos por ambos se aproximan a los reales, pero cometen el error de considerar la rótula superior del mecanismo de los gajos en la clave.
28. Para un estudio detallado del análisis de los *tre mattematici*, donde se explica el error cometido, véase López Manzanares (1998).
29. La forma de la cúpula y los pesos de las correspondientes «dovelas» se han tomado de Gottgetreu (1880–88), que realizó un análisis de equilibrio de la cúpula, pero no estudió la estabilidad del tambor. En el presente análisis, se ha considerado la cúpula de ladrillo (18 kN/m^3) hasta el punto de unión entre las cáscaras, a partir del cual se ha supuesto esa parte de la misma mampostería que el tambor (24 kN/m^3).
30. Las grietas fueron cuidadosamente medidas y dibujadas por Vanvitelli. Poleni (1748) recoge el estado de agrietamiento de la cúpula, tambor y contrafuertes, así como los

desplomes de estos dos últimos. El levantamiento y su representación gráfica puede considerarse, todavía hoy, como un modelo para este tipo de trabajos.

31. Rasch (1985, 1991) ha realizado un estudio de las cúpulas romanas, midiéndolas y analizando su construcción y proporciones. En cuanto a la relación entre el espesor de la cúpula y la luz, los valores típicos están entre 1/15 y 1/30. Los valores más esbeltos corresponden al Panteón, 1/32, y al templo de Minerva Médica, 1/42. En los dibujos de Serlio (1547) de los templos romanos, y en sus propios proyectos, se observan parecidas relaciones.
32. Un conjunto de estudios sobre cúpulas de gran interés, acompañados de gran número de fotos, plantas y secciones, en Conforti (1997).
33. Los romanos emplearon la planta oval en los anfiteatros, pero no construyeron, al parecer, ninguna cúpula oval. En España, Gómez-Moreno (1919) recoge el caso de la iglesia de Santo Tomás de las Ollas (sin fecha precisa; s. IX al XI) que tiene una capilla mayor de planta oval cubierta por una cúpula de paños. Sobre el empleo del óvalo en la arquitectura románica véase Chappuis (1976). En el gótico el caso más famoso es el de la iglesia de S. Gereon, en Colonia, cuya planta puede tener un origen romano, Götz (1968). Las bóvedas góticas estrelladas sobre octógonos perlongados no son tampoco infrecuentes.
34. Hay proyectos de cúpulas ovales de principios del s. XVI, pero la primera cúpula fue construida por Vignola, Sant'Andrea in Via Flaminia, en 1550–53 (Gentil Baldrich 1996). La más grande es la del Santuario de Vicoforte con 37 × 25 m. Le siguen S. Giacomo degli Incurabili (Roma) 27 × 19 m y S. Andrea al Quirinale 26 × 17 m. En España, las cúpulas del convento de las Bernardas de Alcalá, 25 × 17,5 m y de S. Hermenegildo en Córdoba, 24 × 16 m. Se hicieron también tabicadas: la de la basílica de los Desamparados en Valencia tiene 18 × 11 m. Agradezco al profesor Chiorino del Politecnico di Torino una extensa información sobre la cúpula de Vicoforte y otras cúpulas barrocas.
35. Sobre el empleo del óvalo en la arquitectura del Renacimiento y barroco, véase Müller (1971) y Gentil Baldrich (1996).
36. La línea se ha calculado considerando un empuje cero en la clave del arco crucero. La componente horizontal va creciendo por la contribución de las componentes horizontales de los arcos elementales, que se resuelven según la dirección del arco crucero.
37. O'Dwyer (1999) ha propuesto un «análisis funicular» de bóvedas que se basa en obtener posibles sistemas de esfuerzos, representados por una malla de trayectorias de fuerzas, «force network», en equilibrio con las cargas. No parece consciente de estar repitiendo, por ordenador, el mismo enfoque de los arquitectos e ingenieros de finales del siglo XIX.
38. Para un ejemplo de un complicado cálculo de equilibrio por cortes de bóvedas de crucería, véase Grassnick (1963).
39. Esta simplificación no es tan arbitraria como pueda parecer. La componente horizontal puede transmitirse por la plementería hasta equilibrarse con la correspondiente del tramo siguiente (en el caso de arcos paralelos al eje de la nave) o transmitirse al muro sobre el arco formero que, a su vez, puede formar un arco de descarga horzontal hacia la cabeza de contrafuertes o arbotantes. Planat (1887) fue el primero en justificar este enfoque.
40. Nótese que las reglas se refieren al «descuelgue» de los nervios, a lo que sobresale de la plementería. En ocasiones los nervios tienen «cola», esto es, parte del nervio queda embebida dentro de la plementería. El nervio tiene, entonces, un espesor superior al aparente.

41. El empuje de un arco parabólico de luz L y flecha f que soporta una carga uniforme q, vale $H = (qL^2)/(8f)$, de donde se deduce inmediatamente la fórmula del texto.
42. Un ejemplo del empleo de bóvedas góticas rebajadas se encuentra, por ejemplo, en las bóvedas que soportan los coros en España, pero dada su posición muy cerca del suelo y al gran peso que soportan los estribos, no hay problemas de contrarresto.
43. «Ay algunas torres inclinadas azia una parte, edificadas con tal industria que se mantienen firmes, con admiracion de quien las mira: una de estas ay muy celebrada en Pisa, que tiene de alto 78 codos, ó, 117 pies, y tiene de inclinacion nueve pies, y medio, es redonda y de marmol blanco... Otra ay en Bolonia, mas alta que la de Pisa, con nueve pies de inclinacion; es quadrangula, y de ladrillo. Pidese la causa porque se mantienen estas torres sin caerse, no obstante tanta inclinacion? Respondo ser la causa estar el centro de gravedad de dichas torres dentro de la columna de sustentacion, de suerte que la linea de direccion, que de su centro de gravedad baxa al centro de la tierra, no se sale fuera del piè, o base de sustentacion, con que segun las reglas de la Statica, no han de poder caer, aunque tengan aquella inclinacion; pero ademas de esto necesitan de que las piedras, ò ladrillos de que se componen, estén muy bien unidos, y travados entre sí, porque de otra suerte, aunque no toda la torre, pero parte de esta estaria expuesta à que desgajandose de lo restante padeciese ruina. Y esto parece ser bastante para que se entienda la fuerça, y eficacia del centro de gravedad.» (Tosca 1707–1715, vol. 4: 237–238)
44. Otras contribuciones al tema, también en la segunda mitad del siglo XIX son: Krafft (1873) y Gouilly (1876).
45. Por ejemplo, en Millington (1848, vol. 2: 739) se incluye un trabajo de M. Carrillo de Albornoz con el título «Memoria sobre la construcción de la nueva torre de la farola del Puerto de la Habana . . .», donde se recomienda para el espesor tomar la doceava parte de la altura.: «. . . se sabe que para dar á un muro circular una grande estabilidad en las construcciones ordinarias, basta darle de espesor la dozava parte de su altura».
46. Una sección perspectiva de la torre, donde se aprecian los espesores, en Cowan (1977).
47. Las relaciones se han medido en la sección incluida en Guadet (1902, 3: 292).
48. La chimenea de Alais (Fresnel 1831)); Micheville (Butin 1894–95); Saint Rollox (Rankine 1858). Esta última tiene una altura total de 435,5 pies ó 133 m. Fue proyectada por los ingenieros Gordon y Hill, y presenta siete cambios de espesor a lo largo de su altura (a partir de la cimentación), que varían desde 1 pie 2 pulgadas (0,35 m) en su coronación, llegando a 2 pies 7 $^1/_2$ pulgadas (0,80 m) al nivel del terreno, y alcanzando un máximo de unos 5 pies (1,52 m) en el arranque desde la cimentación.
49. La estática de los arbotantes fue estudiada por Mohrmann (Ungewitter 1890) , Planat y otros. El primer estudio completo se debe a Heyman (1966).
50. La magnitud de este desplazamiento en la base podría calcularse muy rápidamente considerando el peso total del tramo, aplicado en el centro por simetría, y la resultante total de la fuerza del viento, que podría considerarse aplicada a la mitad de la altura total de la catedral (incluyendo la techumbre).
51. En realidad, para peso propio, bastaría con el arbotante inferior. El arbotante superior está dispuesto para resistir eventuales acciones horizontales: una gran tormenta y, sobre todo, un terremoto.
52. Aunque pueda obtenerse una solución de equilibrio en la que la línea de empujes se salga fuera del estribo, esto no significa que vaya a producirse el colapso. La rótula en el borde del estribo no forma un mecanismo de colapso ni global ni local. Para demos-

trar el colapso habría que encontrar algún mecanismo cinemáticamente admisible, lo que en este caso es imposible pues ya se ha demostrado que existe al menos una solución de equilibrio que satisface la condición de cedencia del material (véase capítulo 4).

53. Al existir, de hecho, tres arbotantes las posibilidades de equilibrio son muy numerosas y variadas. En este caso, los tanteos gráficos resultan muy laboriosos y las quejas de Rubió y Bellver son comprensibles. En realidad, dado que hay dos puntos críticos en que hay que verificar la estabilidad, en la cabeza y en la base del pilar, resulta mucho más rápido trabajar directamente con las ecuaciones de equilibrio. Llegaremos a un sistema de ecuaciones con un número mayor de incógnitas que de ecuaciones, y, fijando adecuadamente algunas incógnitas, podremos ir tanteando con facilidad sucesivas situaciones de equilibrio. Trabajando de esta manera el autor ha obtenido un coeficiente geométrico de seguridad de 4.
54. Las posibilidades de la aplicación del ordenador al estudio de las situaciones de equilibrio de una estructura compleja de fábrica están todavía por explorar. Maunder (1995) ha realizado un interesante análisis de la catedral de Exeter empleando líneas de empujes obtenidas a partir de las fuerzas nodales de un análisis de MEF. Para evitar la multiplicidad de líneas sugiere dividir la estructura en bloques. También considera la aparición de grietas en las zonas traccionadas. No obstante, un análisis de este tipo conduciría a una solución única y sería muy sensible a las condiciones de partida. El enfoque de O'Dwyer (1999) parece más prometedor.

Bibliografía

Abraham, Pol. 1934. *Viollet-le-Duc et le rationalisme médiéval.* Paris: Vicent, Fréal et Cie.

Ackerman, James 1949. 'Ars sine scientia nihil est.' Gothic theory of architecture at the Cathedral of Milan. *Art Bulletin.* 31: 84–111.

Agüera Ruiz, Antonio. 1997. *Los Elementos de la Arquitectura por Sir Henry Wotton. Un texto crítico.* Valladolid: Universidad de Vallolid.

Alberti, Leon Battista. 1565. *L'architettura di Leon Batista Alberti tradotta in lingua fiorentina di Cosimo Bartoli.* Venezia: Franceso Franceschi.

Alberti, León Baptista. 1582. *Los Diez Libros de Arquitectura de León Baptista Alberto. Traduzidos de Latín en Romance.* [*por Francisco Loçano*] Madrid: Casa de Alonso Gómez. (Reimpr. Oviedo: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1975.)

——. 1992. *On the art of building in ten Books.* Traducido por Joseph Rykwert, Neil Leach, Robert Tavernor. London, Cambridge Mass.: The MIT Press.

Alomar, G. 1970. *Guillem Sagrera y la arquitectura gótica del siglo XV.* Barcelona: Blume.

Alzola y Minondo, Pablo. 1899. *Las obras públicas en España. Estudio histórico.* Bilbao: Imprenta de la Casa de Misericordia. (Reimpr. Madrid: Col. Ing. de Caminos, 1994.)

Aragon, Ernest. 1909. *Ponts et ouvrages en maçonnerie*. Paris: Dunod et Pinat.

Aroca Hernández-Ros, Ricardo. 1999. *¿Qué es estructura?* Madrid: Cuadernos del Instituto Juan de Herrera.

Arrúe Ugarte, B. y J. B. Moya Valgañón. 1998. *Catálogo de puentes anteriores a 1800. La Rioja.* Logroño: Instituto de Estudios Riojanos, CEHOPU.

Audoy. 1820. Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau. *Mémorial de l'Officier du Génie.* n1 4: 1–96, láms. 1–6.

Báez Macías, Eduardo, ed. 1969. *Obras de Fray Andrés de San Miguel.* México: Universidad Nacional Autónoma, Instituto de Investigaciones Estéticas.

Bails, Benito. 1787–96. *Elementos de matemáticas.* Madrid: Imprenta de la Viuda de Joachim Ibarra. (Reimpr. Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1983.)

Baker, John F., Michael R. Horne y Jacques Heyman. 1956. *The steel skeleton. Vol. 2: Plastic behaviour and design.* Cambridge: University Press.

Baker, John F. y Jacques Heyman. 1969. *Plastic design of frames. 1. Fundamentals.* Cambridge: Cambridge University Press.

Baldi, Bernardino. 1621. *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes.* Moguntia: Viduae Ioannis Albini.

Barberot, Étienne. 1895. *Traité des Constructions Civiles.* Paris: Librairie Polytechnique.

Barlow, William Henry. 1846. On the existence (practically) of the line of equal horizontal thrust in arches, and the mode of determining it by geometrical construction. *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* 5: 162–182.

Barr, Archibald. 1899. Comparisons of similar structures and machines. *Transactions of the Institution of Engineers and Shipbuilders in Scotland.* 42: 322–360, lám. 20.

Bassegoda, Joaquín. 1889. *La Catedral de Gerona. Apuntes para una monografía de este monumento.* Barcelona: Tipografía de Fidel Giró.

Baxter, J. W., A. F. Geey H. B. James. 1965. Gladesville Bridge. *Proceedings of the Instituion of Civil Engineers.* 30: 489–530.

Becchi, Antonio. 2003. Before 1695: The statics of arches between France and Italy. En *Proc. of the First Int. Congress on Construction History*, editado por Santiago Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera: 353–64.

——. En prensa. *Leonardo, Galileo e il caso Baldi: Magonza, 26 Marzo 1621.* Venezia: Marsilio.

Becchi, Antonio y Federico Foce. 2002. *Degli Archi e delle volte. Arte del costruire tra meccanica e stereotomia.* Venezia: Marsilio.

Bechi, A., M. Corradi, F. Foce y O. Pedemonte, eds. 2002. *Towards a History of Construction. Dedicated to Edoardo Benvenuto.* Basel: Birkhäuser.

Bechi, A., M. Corradi, F. Foce y O. Pedemonte, eds. 2003. *Essays on the History of Mechanics. In Memory of Clifford Ambrose Truesdell and Edoardo Benvenuto.* Basel: Birkhäuser.

Beckett Denison, Edmund. 1871. On the mathematical theory of domes. *Memoirs of the Royal Institute of British Architects.* 81–115.

Bechmann, Roland. 1993. *Villard de Honnecourt. La pensée technique au siècle et sa communication.* Paris: Picard.

Belidor, Bernard Forest de. 1725. *Nouveau cours de Mathématique.* Paris: Chez Charles-Antoine Jombert.

——. 1729. *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile.* Paris: Chez Claude Jombert. (2ª ed. con notas y apéndices de L. M. H. Navier, 1813.)

Benouville, Léon. 1891–1892. Étude sur la cathédrale de Beauvais. *Encyclopédie d'Architecture.* 4: 52–52, 60–62, 68–70, láms. 159–161.

Benvenuto, Edoardo. 1981. *La scienza delle construzioni e il suo sviluppo storico.* Firenze: Sansoni.

——. 1991. *An introduction to the history of structural mechanics.* New York/Berlin: Springer Verlag.

Beranek, W. J. 1988. Understanding of structures. En *Stable-Unstable? Structural consolidation of ancient buildings.* editado por R.M. Lemaire y K. Van Balen, 29–44. Leuven: Leuven University Press.

Berard, Joseph-Balthasar. 1810. *Statique des voutes, contenant l'essai d'une nouvelle théorie de la poussée, et un appendice sur les anses de panier.* Paris: Chez Firmin Didot.

Bergier, Nicolas. 1622. *Histoire des grands chemins de l'empire Romain.* Paris: Morel.

Besenval, Roland. 1984. *Technologie de la voûte dans l'Orient Ancien.* Paris: Editions Recherche sur les Civilisations.

Biegholdt, H.-A. y R. Thiele. 1996. Praktische und Theoretische Untersuchungen an ausgeführtem Mauerwerk zur Ermittlung der Materialkennwerte und ihres Einflusses auf das Tragverhalten am Beispiel der Leipziger Bundwand. *LACER (Leipzig Annual Civil Engineering Report).* NE 1: 13–31.

Binding, Günther. 1972. *Romanischer Baubetrieb in zeitgenössischen Darstellugen.* Köln: Henry Deckner.

——. 1993. *Baubetrieb im Mittelalter.* Darmstadt: Wissenshaftliche Gesellschaft.

Binding, Günther y Norbert Nußbaum. 1978. *Der mittelalterliche Baubetrieb nördlich der Alpen in zeitgenössischen Darstellungen.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Bland, William. 1839. *Experimental essays on the principles of construction in arches, piers, buttresses. . . .* London: John Weale.

Blondel, François. 1675–1683. *Cours d'architecture.* Paris: Lambert Roulland.

Blondel, Jacques- François. 1771–77. *Cours d'architecture, ou Traité de la décoration, distribution et construction des bâtiments . . . continué par M. Patte.* Paris: Vve. Desaint.

Boistard, Louis-Charles. 1810. Expériences sur la stabilité des voûtes. En *Recueil de divers mémoires . . .*, editado por P. Lesage, 2: 171–217. Paris: Firmin Didot.

Bollig, Hermann. 1975. Statische Schäden an Hallenkirchen im Rheinland. Dissertation: Fakultät für Bauwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

Bonet Correa, Antonio. 1980. *Bibliografía de arquitectura, ingeniería y urbanismo en España (1498–1880).* Madrid: Turner.

Borgnis, J.- A. 1838. *Traité élémentaire de construction appliqué a l'architecture civile.* Paris: Bachelier.

Bossut, Charles. 1774. Recherches sur l'équilibre des voûtes. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris.* 534–566.

——. 1776. Nouvelles recherches sur l'équilibre des voûtes en dôme. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris.* 1776. 587–596.

Bouguer, Pierre. 1734. Sur les lignes courbes propres a former les voûtes en dome. *Mémoires de l'Académie Royale de Sciences de Paris.* 149–166.

Branca, Juan. 1790. *Manual de Arquitectura . . . con adiciones y notas de Leonardo Vegni, traducida al castellano por Don Manuel Hinojosa.* Madrid: Viuda de Joachim Ibarra.

Bulmer-Thomas, I. 1979. Euclid and medieval architecture. *Archaelogical Journal.* 136: 136–150, plates 33–34.

Butin, A. 1894–95. Construction d'une cheminée d'usine de 75 mètres de hauteur. *Le Génie Civil.* 26: 342–3.

Cain, W. M. 1874. *A practical theory of voussoir arches.* New York: Van Nostrand.

——. 1879. *Voussoir arches applied to stone bridges, tunnels, domes and groined arches.* New York: Van Nostrand.

Calvo López, José. 1999. 'Cerramientos y trazas de montea' de Ginés Martínez de Aranda. Tesis doctoral. E. T. S. de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

——. 2002. La semielipse peraltada. Arquitectura, geometría y mecánica en las últimas décadas del siglo XVI. *Actas del Simposium El Monasterio del Escorial y la Arquitectura,* 417–435. San Lorenzo del Escorial.

Camacho Martínez, Rosario. 1992. *El manuscrito 'Sobre la gravitación de los arcos contra sus estribos' del arquitecto Antonio Ramos.* Málaga: C. O. de Arquitectos de Málaga.

Camón Aznar, José. 1941. La intervención de Rodrigo Gil de Hontañón en el manuscrito de Simón García. *Archivo Español de Arte.* 25: 300–305.

Carrasco Hortal, José. 2002. La estructura gótica catalana: Sobre los conceptos de medida y espacio. El problema de la forma en la cubierta. Tesis Doct. Univ. Pol. de Catalunya.

Carrillo de Albornoz, Mariano. 1848. Memoria sobre la construcción de la nueva torre de la farola del Puerto de la Habana. Apéndice 10 en *Elementos de Arquitectura,* por John Millington. Madrid: Imprenta Nacional.

Carvallo. 1853. Étude sur la stabilité des voûtes. *Annales des Ponts et Chaussées.* 1: 1–77.

Casaseca Casaseca, Antonio. 1988. *Rodrigo Gil de Hontañón (Rascafría 1500 - Segovia 1577).* Salamanca: Junta de Castilla y León. Consejería de Cultura y Bienestar Social.

Casinello, Fernando. 1964. *Bóvedas y cúpulas de ladrillo.* 2ª ed. Madrid: Patronato de Investigación Científica y Técnica 'Juan de la Cierva'.

Castigliano, C. A. P. 1879. *Théorie de l'equilibre des systémes élastiques et ses applications.* Turin: Augusto Federico Negro.

Cejka, Jan. 1978. *Tonnengewölbe und Bogen islamischer Architektur. Wolbungstechnik und Form.* Dissertation. Technische Universität München, Fachbereich Architektur.

Chappuis, René. 1976. Utilisation du tracé ovale dans l'architecture des églises romanes. *Bulletin Monumental.* 134: 7–36.

Charlton, T. M. 1982. *A history of the theory of structures in the nineteenth century.* Cambridge: Cambridge University Press.

Choisy, Auguste. 1899. *Histoire de l'architecture.* Paris: G. Béranger.

Chrimes, Mike. 1985. Bridges: A bibliography of articles published in scientific periodicals, 1800–1829. *History of Technology.* 10: 217–257.

Claudel, J. y L. Laroque. 1910. *Pratique de l'art de construire.* Paris: H. Dunod et E. Pinat.

Coenen, Ulrich. 1990. *Die spätgotischen Werkmeisterbücher in Deutschland. Untersuchung und Edition der Lehrschriften für Entwurf und Ausführung von Sakralbauten.* München: Scaneg.

Collignon, Édouard. 1885. *Cours de mécanique appliquée aux constructions. Première partie: Résistance des matériaux.* 3ª ed. Paris: Vve. Ch. Dunod.

Conforti, Claudia, ed. 1997. *Lo specchio del cielo. Forme significati, tecniche e funzioni della cupola dal Pantheon al Novecento.* Milán: Electa.

Coste, Anne. 1997. *Architecture gothique, lectures et interprétations d'un modèle* Saint-Étienne: Publications de l'Université de Saint-Étienne.

Coulomb, Charles Augustin. 1773. Essai sur une application des régles de maximis et minimis à quelques problémes de statique relatifs à l'architecture. *Mémoires de Mathématique et de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et lus dans ses Assemblées (Paris),* 7, 343–382. Paris: 1776.

Couplet, P. 1729. De la poussée des voûtes. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*. 79–117, láms. 4–7.

——. 1730. Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences Paris*. 117–141, láms. 6–7.

Cowan, Henry J. 1977. J. *The master builders: A history of structural and environmental design from ancient egypt to the nineteenth century.* London/New York: Wiley-Interscience.

Croizette Desnoyers, Ph. 1885. *Cours de construction des ponts.* Paris: Vve Dunod.

Culmann, Karl. 1866. *Die graphische Statik*. Zürich: Meyer und Zeller.

Curcio, Giovanna. 2003. *Il Tempio Vaticano 1694. Carlo Fontana.* Milano: Electa.

D'Amelio, Maria Grazia y Nicoletta Marconi. 1997. Le cupole del XV e XVI secolo a Roma e nel Lazio. En *Lo specchio del cielo*, editado por C. Conforti, 135–49. Milano: Electa.

Danyzy, A. A. H. 1732. Extrait du mémoire de M. Danyzy, sur la poussée des voûtes. *Assemblée publique de la Société des sciences de Montpellier*. [7]: 3–15.

——. 1732. Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes. *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier,* 2: 40–56, 203–5. Montpellier: Jean Martel, 1778.

Debo, Ludwig. 1901. *Lehrbuch der Mauerwerks-Konstruktionen.* Hannover: Jänecke.

Dejardin. 1860. *Routine de l'établissement des voutes.* 2ª ed. Paris: Dalmont et Dunod.

Delbecq, Jean-Michel. 1983. *Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture*. Thèse: Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Demanet, Armand. 1847. *Cours de construction*. Bruxelles: Societé Typographique Belge.

Derand, François. 1643. *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûtes*. Paris: Sebastian Cramoisy.

Dischinger, Franz. 1928. Schalen und Rippenkuppeln. En *Handbuch der Eisenbetonbau. VI Bd., 2. Teil*, editado por F. von Emperger, 163–383. 4ª ed. Berlin: Ernst und Sohn.

Domengue i Mesquida, Joan. 1999. La catedral de Mallorca: Reflexiones sobre la concepción y cronología de sus naves. En *Gotische Architektur in Spanien.* editado por C. Freigang, 159–187, 395–398. Frankfurt a. M./Madrid: Vervuert/Iberoamericana.

Dorn, Harold I. 1970. The art of building and the science of mechanics. A study of the union of theory and practice in the early history of structural analysis in England. Ph.D. dissertation. Princeton University.

Dubosque, J. 1920. *Etudes théoriques et pratiques sur les murs de soutenement et les ponts et viaducs en maçonnerie*. 6ª ed. Paris/Liége: Ch. Béranger.

Dunn, William. 1904. Notes on the stresses in framed spires and domes. *Journal of the Royal Institute of British Architects, Third series*. 11: 401–412.

——. 1908. The principles of dome construction. *Architectural Review*. 23: 63–73; 108–112.

Dupuit, J. 1870. *Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie*. Paris: Dunod Editeur.

Durand-Claye, Alfred. 1867. Sur la vérification de la stabilité des voutes en maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pression. *Annales des Ponts et Chaussées*. 63–96.

——. 1880. Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. Application aux voûtes sphériques. *Annales des Ponts et Chaussées*. 416–440.

Durero, Alberto. 1525. *Unterweiseung der Messung*. Nürnberg. (Reimpr. Nördligen: A. Uhl, 1983.)

——. 2000. *De la medida*. Editado por J. Peiffer, trad. de J. Espino Nuño. Madrid: Akal.

Durm, Josef. 1885. *Die Baukunst der Etrusker und Römer*. Darmstadt: J. Ph. Diehl.

——. 1914. *Die Baukunst der Renaissance in Italien*. Leipzig: J. M.Gebhardt's Verlag.

Eddy, Henry T. 1878. *Researches in graphical statics*. New York: Van Nostrand.

El-Naggar, Salah. 1999. *Les voûtes dans l'architecture de l'Égypte ancienne*. Le Caire: Institut Français d'Archéologie Orientale.

Engesser, Fr. 1880. Ueber die Lage der Stützlinie in Gewölben. *Deutsche Bauzeitung*. 14: 184–186, 210 y 243.

——. 1907. Ueber weitgespannte Wölbbrücken. *Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen*. 53: 403–40.

Esselborn, Carlos. 1922. *Tratado general de construcción. Construcción de Edificios*. Barcelona: Gustavo Gili.

Ewing, J. A. 1899. *The strength of materials*. Cambridge: Cambridge University Press.

Eytelwein, J. A. 1808. *Handbuch der Statik fester Körper: mit vorzüglicher Rücksicht auf ihre Anwendung in der Architektur*. Berlin: Realschulbuchhandlung.

Fergusson, James. 1859. *The Illustrated Handbook of Architecture*. London: John Murray.

Foce, Federico. 'Bit by bit, lacuna by lacuna' in the name of Edoardo Benvenuto. En *Towards a History of Construction,* editado por A. Becchi, M. Corradi, F. Foce y O. Pedemonte, 551–65. Basel: Birkhäuser.

Fontana, Carlo. 1694. *Il Tempio Vaticano e sua origine*. Roma: Nella Stamparaia di Gio. Francesco Buagni.

Föppl, August. 1881. *Theorie der Gewölbe*. Leipzig: Felix.

——. 1897–1910. *Vorlesungen über technischen Mechanik*. Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner.

Frankl, Paul. 1945. The secret of medieval masons. *Art Bulletin*. 27: 46–64.

——. 1960. *The Gothic: Literary sources and interpretations through eight centuries.* Princeton: Princeton University Press.

Freigang, Christian. 1999. Die Expertisen zum Katedralbau in Girona (1386 und 1416/17). Anmerkumgen zur mittelalterlichen Debatte um Architektur. En *Gotische Architektur in Spanien.* editado por por C. Freigang, 203–226, 402–403. Frankfurt a. M., Madrid: Vervuert, Iberoamericana.

Fresnel, Léonor. 1831. Mémoire sur la stabilité du phare en construction a Belle-Ile (océan). *Annales des Ponts et Chaussées.* 385–421, lám.17.

Freyssinet, Eugène. 1913. Viaduc du Bernard. Notice descriptive et justificative des dispositions adoptées. *Revista de Obras Públicas e Minas (Portugal).* 44: 123–145.

——. 1921. Perfectionnements dans la construction des grandes voûtes. *Le Génie Civil.* 58: 97–102, 124–128, 146–150.

——. 1930. Les ponts en béton armé de très grande portée. *Mémoires de la Societé des Ingénieurs Civiles de France.* 376–379.

Frézier, Amédée-François. 1737–39. *La théorie et la pratique de la coupe de pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture.* Strasbourg/Paris: Charles-Antoine Jombert.

Fuller, G. 1875. Curve of equilibrium for a rigid arch under vertical forces. *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* 40: 143–149.

Galilei, Galileo. 1638. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuove sicenze Attenenti alla Mecanica & i movimenti Locali.* Leiden: Elsevier.

——. 1976. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias.* Editado por J. Sádaba, trad. de C. Solís. Madrid: Editora Nacional.

García, Simón. 1681. Compendio de architectura y simetría de los templos conforme a la medida del cuerpo humano. Ms. 8884, Biblioteca Nacional de Madrid.

——. 1979. *Compendio de arquitectura y simetría de los templos.* Editado por Carlos Chanfón Olmos. Churubusco, México: Escuela Nacional de Conservación, Restauración y Museología.

——. 1991. *Compendio de architectura y simetría de los templos.* Valladolid: C. O. de Arquitectos de Valladolid.

García Barriuso, P. 1975. *San Francisco el Grande de Madrid. Aportación documental para su historia.* Madrid: s.i.

García Berruguilla, Juan. 1747. *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría, sobre las tres dimensiones para un perfecto architecto, con una total resolución para medir, y dividir la planimetría para los agrimensores.* Madrid: Imprenta de Lorenzo Francisco Mojados. (Reimpr. Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, 1979.)

García-Diego, José Antonio. 1983. Prólogo. En *Pseudo-Juanelo Turriano. Los veintiún libros de los ingenios y de las máquinas.* Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Ediciones Turner.

García Salinero, Fernando. 1968. *Léxico de Alarifes del Siglo de Oro.* Madrid: Real Academia Española.

García Tapia, Nicolás. 1990. *Pedro Juan de Lastanosa. El autor aragonés de 'Los veintiún libros de los ingenios'*. Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Garidel. 1835. Mémoire sur le calcul des voûtes en berceau. *Mémoriel de l'Officier du Génie.* nl 12: 7–72.

Gauthey, Emiland-Marie. 1771. *Mémoire sur lápplication des principes de la Mèchanique à la construction des voûtes et des domes* . . . Dijon: Louis Nicolas Frantin.

——. 1798. *Dissertation sur les dégradations survenues aux piliers du dome de Panthéon Français, et sur les moyens d'y remedier.* Paris: Perronneau Imprimeur.

——. 1809–1813. *Traité de la construction des ponts . . . Publié par M. Navier.* Paris: Firmin Didot.

Gautier, Hubert. 1716. *Traité des Ponts.* Paris: Cailleau.

——. *Dissertation sur l'epaisseur des culées des Ponts, sur la Largeur des piles, sur la Portée des voussoirs, sur l'Erfort & la Pesanteur des Arches à differens surbaissemens.* Paris: André Cailleau.

Gentil Baldrich, José María. 1996. La traza oval y la sala capitular de la catedral de Sevilla. Una aproximación geométrica. En *Qvatro edificios sevillanos*, editado por J. A. Ruiz de la Rosa et al., 77–147. Sevilla: C. O. de Arquitectos de Andalucía.

Gerstner, Franz Josef von. 1789. *Einleitung in die statische Baukunst.* Prag: Normalschul-Buchdruckerei.

Gerstner, Franz Josef von. 1831–34. *Handbuch der Mechanik.* Prag: Spurny.

Gillispie, Charles Coulston. 1970–80. *Dictionary of Scientific Biography.* New York: Charles Scribner's Sons.

Gómez-Moreno, Manuel. 1919. *Iglesias Mozárabes. Arte español de los siglos IX al XI* Madrid: Centro de Estudios Históricos.

Gonin, E. 1877. *Manuel pratique de construction.* Paris: J. Dejey.

González Moreno-Navarro, José Luis. 1993. *El legado oculto de Vitruvio.* Madrid: Alianza Editorial.

Gottgetreu, Rudolph. 1880–88. *Lehrbuch der Hohcbaukosntruktionen. Erster Teil: Stein-Konstruktionen.* 2 vols. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn.

Götz, Wolfgang. 1968. *Zentralbau und Zentralbautendenz in der gotischen Architektur.* Berlin: Gebr. Mann Verlag.

Gouilly, Al. 1876. *Théorie sur la stabilité des hautes cheminées en maçonnerie.* Paris: J. Dejey et Cie.

Graefe, Rainer. 1986. Zur Formgebung von Bogen und Gewölben. *Architectura.* 16: 50–67.

Grassnick, Martin. 1963. *Die gotischen Wölbungen des Domes zu Xanten und ihre Wiederherstellug nach 1945.* Xanten: G. Hermann.

Gregory, D. 1697. Catenaria. *Philosophical Transactions of the Royal Society.* 19: 637–52.

Guadet, Julien. 1902–4. *Eléments et théorie de l'architecture*. Paris: Librairie de la Construction Moderne.

Guastavino, Rafael. 1893. *Essay on the Theory and History of Cohesive Construction, applied especially to the timbrel vault.* Boston: Ticknor and Company.

Gvozdev, A. A. 1938. Cálculo del valor de la carga de colapso de sistemas estáticamente indeterminados que sufren deformaciones plásticas [en ruso]. *Actas de la Conferencia sobre Deformación Plástica, Diciembre 1936.* Moscú, Leningrado: Akademia Nauk SSSR: p. 19. (Traducción al inglés por R. M. Haythornthwaite, *International Journal of Mechanical Sciences.* 1: 322–35).

Gwilt, Joseph. 1867. *An encyclopaedia of architecture: historical, theoretical, and practical.* London: Longman, Green and Co.

Hagen, Gotthilf. 1859. Über Form und Stärke gewölbter Kuppeln. *Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins Hannover.* 5: 135–152.

Hager, Hellmut. 1973. La crisi statica della cupola di Santa Maria in Vallicella in Roma e i remedi proposti da Carlo Fontana, Carlo Rainaldi e Mattia de Rossi. *Commentari. Revista di critica e storia dello'arte.* 24, 4: 300–318.

——. 1975. Die Kuppel des Domes in Montefiascone. Zu einem borrominesken Experiment von Carlo Fontana. *Römisches Jahrbuch für Kunstgeschichte.* 15: 144–168.

——. 1992. Osservazioni su Carlo Fontana e sulla sua opera del 'Tempio Vaticano' (1694). En *Il Barocco romano e l'Europa*, editado por M. Fagiolo y M. L. Madonna, 83–149. Roma: Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato. Libreria dello Stato.

Hahnloser, Hans R. 1972. *Villard de Honnecourt. Kritische Gesamtausgabe des Bauhüttenbuches ms. fr 19093 der Pariser Nationalbibliothek.* 2a. ed. Graz: Akademische Druck- und Verlagsanstalt.

Harvey, W. J. 1987. Semicircular Arches. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Part 2.* 83: 845–849.

Hatzel, Eduard. 1849. Über die Technik in spezieller Beziehung auf die Architektur und die Gestaltung der Formen. *Allgemeine Bauzeitung.* 132–169.

Hecht, Konrad. 1979. *Maß und Zahl in der gotischen Baukunst.* Hildesheim: Georg Olms.

Henkel, Otto. 1959. *Estática gráfica.* Barcelona: Labor.

Herranz y Laín, Clemente. 1887. *Fábrica del Puente de Piedras de Zaragoza.* Zaragoza: Tipografía de Julián Sanz y Navarro.

Hertwig, A. 1941. Die Entwicklung der Statik der Baukonstruktionen im 19. Jahrhundert. *Technikgeschichte.* 30: 82–98.

Heyman, Jacques. 1966. The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures.* 2: 249–79. (Trad. esp. Heyman 1995, 1–34.)

——. 1967a. On shell solutions of masonry domes. *International Journal of Solids and Structures.* 3: 227–41. (Trad. esp. Heyman 1995, 35–48.)

——. 1967b. Spires and fan vaults. *International Journal of Solids and Structures.* 3: 243–258. (Trad. esp. Heyman 1995, 49–60.)

——. 1967c. Westminster Hall roof. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* 37: 137–62. (Trad. esp. Heyman 1995, 49–60.)

——. 1968. On the rubber vaults of the Middle Ages and other matters. *Gazette des Beaux-Arts.* 71: 177–188. (Trad. esp. Heyman 1995, 83–92.)

——. 1969. The safety of masonry arches. *International Journal of Mechanical Sciences.* 11: 363–385. (Trad. esp. Heyman 1995, 93–112.)

——. 1971. *Plastic design of frames. Vol. 2: Applications.* Cambridge: At the University Press.

——. 1972. *Coulomb's Memoir on Statics: An Essay in the History of Civil Engineering.* London: Cambridge University Press. (Reimpr. London: Imperial College Press, 1997.)

——. 1977. *Equilibrium of Shell Structures.* Oxford: Clarendon Press.

——. 1980. The estimation of the strength of masonry arches. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* 69, Part 2: 921–937. (Trad. esp. Heyman 1995, 253–64.)

——. 1982. *The Masonry Arch.* Chichester: Ellis Horwood.

——. 1983. Chronic defects in masonry vaults: Sabouret's cracks. *Monumentum.* 26: 131–141. (Trad. esp. Heyman 1995, 265–72.)

——. 1984. Calculation of abutment sizes for masonry bridges. En *Colloquium on History of Structures. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1982*, editado por Jacques Heyman, 115–20. London: Institution of Structural-Engineers. (Trad. esp. Heyman 1995, 273–8.)

——. 1985. Crossing piers of the French Pantheon. *Structural Engineer.* 63: 230–234. (Trad. esp. en Heyman 1995, 279–86.)

——. 1988. Poleni's problem. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* Part 1, 84: 737–759. (Trad. esp. en Heyman 1995, 303–22.)

——. 1991. Hemingbrough Spire. En *Structural Repair and Mantenance of Historical Buildings II. Vol. 1: General Studies, Materials and Analysis,* editado por C. A. Brebbia et al. Southampton: Computational Mechanics Publications. (Trad. esp. en Heyman 1995, 329–35.)

——. 1992. Leaning towers. *Meccanica.* 27: 153–59. (Trad. esp. en Heyman 1995, 345–54.)

——. 1995. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos.* Editado por Santiago Huerta. Madrid: Instituto Juan de Herrera, CEHOPU.

——. 1996. *Elements of the theory of structures.* Cambridge: Cambridge University Press.

——. 1998. Hooke's cubico-parabolical conoid. *Notes and Records of the Royal Society of London.* 52: 39–50.

——. 1999a. *El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica.* Madrid: Instituto Juan de Herrera / CEHOPU. (Trad de la ed. inglesa: *The Stone Skeleton. Structural Engineering of Masonry Architecture.* Cambridge : Cambridge University Press, 1995.)

——. 1999b. Navier's straitjacket. *Architectural Science Review.* 42: 91–95.

——. 2001a. *La ciencia de las estructuras.* Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Trad. de la ed. inglesa: *The Science of Structural Engineering.* London: Imperial College Press, 1999.)

——. 2001b. Carta al autor. Cambridge, 13 de marzo.

——. 2002. Rose Windows. En *New Approaches to Structural Mechanics, Shells and Biological Structures*, editado por H. R. Drew y S. Pellegrino, 115–125. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

——. 2003. Wren, Hooke and Partners. En *Proceedings of the First International Congress on Construction History,* editado por Santiago Huerta, 3–9. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

——. 2004. *Análisis de estructuras. Un estudio histórico.* Madrid: Instituto Juan de Herrera. (Trad. de la ed. inglesa: *Structural analysis: a historical approach.* Cambridge: Cambridge University Press, 1998.)

Hoag, John D. 1958. Rodrigo Gil de Hontañón: his work and writings. Late medieval and Renaissance architecture in sixteenth century Spain. Ph.D. dissertation. Yale University.

——. 1985. *Rodrigo Gil de Hontañón. Gótico y Renacimiento en la arquitectura española del siglo XVI.* Madrid: Xarait.

Hoffstadt, Friedrich. 1851. *Principes du style gothique exposés d'après des documents authentiques du moyen-âge . . . Traduit d'allemand par Théodore Aufschlager.* Liége: E. Noblet.

Hooke, Robert. 1676. *A description of helioscopes, and some other instruments.* London.

Horne, M. R. 1971. *Plastic theory of structures.* Cambridge, Mass.: The M.I.T. Press.

Howe, M. A. 1906. *A Treatise on Arches.* New York: John Wiley and Sons.

Huerta, Santiago. 1990. Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España, ca. 1500– ca. 1800. Tesis Doctoral. E. T. S. de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

——. 1996. La teoría del arco de fábrica: desarrollo histórico. *Obra Pública. Revista del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.* NE 38: 18–29.

——. 1998. Mecánica de las bóvedas de la catedral de Gerona. En *Las grandes bóvedas hispanas, Madrid 19–23 mayo de 1997,* editado por S. Tarragó, 53–65. Madrid: CEDEX.

——. 2001a. La mecánica de las bóvedas tabicadas en su contexto histórico: la aportación de los Guastavino. En *Las bóvedas de Guastavino en América*, editado por Santiago Huerta, 87–112. Madrid: Instituto Juan de Herrera, CEHOPU.

——. 2001b. Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach. En *Historical Constructions 2001. Proceedings of the 3rd. International Seminar. Guimaraes 7–9, November,* editado por P. B. Lourenço y P. Roca, 47–69. Guimaraes: Universidade do Minho.

——. 2002. The medieval 'scientia' of structures: the rules of Rodrigo Gil de Hontañón. En *Towards a History of Construction*, editado por Antonio Becchi, Massimo Corradi y Federico Foce, 567–585. Basel: Birkhäuser.

——. 2003a. The mechanics of timbrel vaults: a historical outline. En *Essays in the History of Mechanics*, editado por Antonio Becchi, Massimo Corradi, Federico Foce y Orietta Pedemonte, 89–133. Basel: Birkhäuser.

——. 2003b. El cálculo de estructuras en la obra de Gaudí. *Ingeniería Civil.* Núm. 130: 121–33.

Huerta, Santiago y Ricardo Aroca Hernández-Ros. 1989. Masonry domes: A study on proportion and similarity. *Proc. of IASS 30th Anniversary World Congress* Madrid: CEDEX, editado por F. del Pozo y A. de las Casas. (Trad. esp.: 1990. Cúpulas de fábrica. Un estudio de sus dimensiones y semejanzas. *Ingeniería Civil*, NE 75: 109–123.)

Huerta, Santiago y Federico Foce. 2003. Vault theory in Spain between XVIIIth and XIXth century: Monasterio's unpublished manuscript 'Nueva Teórica de las Bóvedas.' En *Proc. of the First International Congress on Construction History (Madrid 20th-24th January 2003)*, editado por Santiago Huerta, 1155–66. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Huerta, Santiago y Rafael Hernando de la Cuerda. 1998. La teoría de bóvedas en el siglo XVIII: la contribución de Philippe de la Hire. En *Actas del Segundo Congreso Nacional de Historia de la Construcción*, editado por J. Fernández Salas et al., 233–44. Madrid: Instituto Juan de Herrera, CEHOPU, Universidad de la Coruña.

Huerta, Santiago y Gema López Manzanares. 1996. Informe sobre la estabilidad de la iglesia de Guimarei. Informe técnico. Departamento de Estructuras de la ETSAM. (Inédito. Biblioteca de la Universidad Politécnica de Madrid.)

Huerta, Santiago y Gema López Manzanares. 1997. Stability and consolidation of an ashlar barrel vault with great deformations: the church of Guimarei. En *Structural studies, repairs and maintenance of historical buildings*, editado por S. Sánchez-Beitia y C. A. Brebbia, 587–96. Southampton: Computational Mechanics Publications.

Huerta, Santiago y Gema López Manzanares. 2001. Estudios estructurales previos a la restauración de la iglesia de Santo Tomás de Villanueva («La Mantería») de Zaragoza. Informe técnico. Departamento de Estructuras de la ETSAM. (Inédito. Biblioteca de la Universidad Politécnica de Madrid.)

Huerta, Santiago y Enrique Rabasa Díaz. 2001. Estereotomía y cálculo de estructuras en la reconstrucción de una bóveda del siglo XVIII: Pazo de Antequeira (A Coruña). *Obra Pública. Revista del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.* nE 57: 60–69.

Hutton, Charles. 1772. *The principles of bridges.* Newcastle: Kincaird and Creech.

——. 1812. *Tracts on mathematical and philosophical subjects comprising, among numerous important articles, the theory of bridges* . . . London: Wilkie and Robinson.

[Jaussner, R.] 1910. Viaduc de Salcano sur l'Isonzo. *Nouvelles Annales de la Construction.* 7: 177–183, láms. 51–52, 53–54.

Jenkin, H.C. Fleeming. 1876. Bridges. En *Encyclopaedia Britannica*, 2: 284–341. 9th edition, Edinbourgh: Adam and Charles Black.

Kaiser, C. 2003. The Fleischbrücke in Nüremberg: A stone arch bridge as an object for researching the History of Building Technology. En *Proc. of the First Int. Congress on Construction History*, edit. por S. Huerta, 1189–200. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Kerisel, Jean. 1991. *Down to earth: Foundations past and present. Invisible art of the builder.* Rotterdam: A. A. Balkema. (Reimpr. 1ª ed. 1987.)

Knoop, Douglas, G. P. Jones y D. Hamer. 1938. *The two earliest masonic manuscripts.* Manchester: University of Manchester.

Kobell. 1855. Beitrag zur Statik der Gewölbe. *Allgemeine Bauzeitung.* 20: 92–110.

Koepf, Hans. 1969. *Die gotischen Planrisse der Wiener Sammlungen.* Wien: Hermann Böhlaus Nachf.

Kohnke, R. 1909. Die Kuppelgewölbe. En *Handbuch der Eisenbetonbau. IV Band, Erster Teil*, editado por F. von Emperger, 546–647. Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn.

Kooharian, Anthony. 1953. Limit analysis of voussoir (segmental) and concrete arches. *Proceedings of the American Concrete Institute.* 49: 317–328.

Körner, C. 1901. *Gewölbte Decken.* Stuttgart: Arnold Bergsträsser Verlagsbuchhandlung.

Krafft. 1873. De la stabilité des cheminées d'usines. *Annales des Ponts et Chaussées.* 251–254.

Kubler, George. 1944. A late gothic computation of rib vault thrusts. *Gazette des Beaux-Arts.* 26: 135–148.

——. 1957. *Arquitectura de los siglos XVII y XVIII.* Madrid: Plus Ultra.

Kurrer, Karl-Eugen. 1990. 200 Jahre 'Einleitung in die statische Baukunst'. *Bauingenieur.* 65: 3–10.

——. 1992. Der Streit um die Grundlegung der klassischen Baustatik. *Dresdener Beiträge zur Geschichte der Technikwissenschaften.* 20: 1–28.

——. 2002. *Geschichte der Baustatik.* Berlin: Ernst und Sohn.

La Hire, Philippe de. 1695. *Traité de méchanique.* Paris: Imprimirie Royal.

——. 1712. Sur la construction des voûtes dans les édifices. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris.* 70–78.

Lamé, Gabriel y Émile Clapeyron. 1823. Mémoire sur la stabilité des voûtes. *Annales des Mines.* 8: 789–836, lám. 5.

Lamprecht, Heinz-Otto. 1987. *Opus caementitium: Bautechnik der Römer.* 3ª. ed. Düsseldorf: Beton-Verlag.

Langley, Batty. 1736. *A design for the bridge at New Palace yard, Westminster . . . composed of nine Arches, independent of each other . . . With observations on the several designs published to this time . . .* London: The Author and J. Milan.

Lauenstein, R. y P. Bastine. 1913. *Die graphische Statik.* 12ª. ed. Leipzig: Alfred Kröner.

Le Seur, T., F. Jacquier y R. Boscovich. 1742. *Parere di tre mattematici sopra i danni, che si sono trovati nella cupola di S.Pietro.* Roma: s.i.

Lemonnier, Henry, ed. 1911–1924. *Procès-verbaux de l'Académie royale d'architecture, 1671–1793.* Paris: Jean Schemit.

León Tello, Francisco J. 1978. La teoría de la arquitectura de Tomás-Vicente Tosca. *Ideas Estéticas.* 144: 290–323.

Lesguiller. 1855. Formules empiriques pour la détermination des dimensions des ponts de maçonnerie. *Annales des Ponts et Chaussées.* 255–6.

Leupold, J. 1726. *Theatrum Pontificiale oder Shau-Platz der Brücken und Brücken-Baues.* Leipzig: Joh.Gledischens seel.Sohn. (Reimpr. Hannover: Th. Schäfer, 1982.)

Leveillé. 1855. *Note sur les ponts en maçonnerie.* Le Mans: Monnoyer.

Llaguno y Almirola, E. y J. Ceán Bermúdez. 1829. *Noticia de los Arquitectos y Arquitectura de España desde su restauración.* Madrid: Imprenta Real. (Reimpr. Madrid: Turner, 1977.)

López Gayarre, Pedro A. 1990. Fuentes bibliográficas de 'Arte y uso de arquitectura' de Fray Lorenzo de San Nicolás. *Espacio, tiempo y forma. Serie 7: Historia del arte.* 137–149.

López Manzanares, Gema. 1998. Estabilidad y construcción de cúpulas de fábrica: el nacimiento de la teoría y su relación con la práctica. Tesis Doctoral. E. T. S. de Arquitectura. Universidad Politécnica de Madrid.

——. 2000. La forma ideal de las cúpulas: el ensayo de Bouguer. En *Actas del III Congreso Nacional de Historia de la Construcción,* editado por A. Graciani et al., 603–13. Madrid: Instituto Juan de Herrera, Universidad de Sevilla, CEHOPU.

——. 2001. Teoría de estructuras y restauración en el siglo XVIII: la cúpula de San Pedro de Roma. *Obra Pública. Revista del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.* nE 57: 48–59.

——. 2003. The XVIIth century: Carlo Fontana's expertises. En *Proceedings of the First International Congress on Construction History*, editado por Santiago Huerta, 1307–20. Madrid: Instituto Juan de Herrera.

Mainstone, Rowland J. 1977. Brunelleschi's dome. *Architectural Review.* 162: 156–166.

——. 1983. *Developments in structural form.* Harmondsworth: Penguin.

——. 1988. *Hagia Sophia. Architecture, structure and liturgy of Justinian's Great Church.* London: Thames and Hudson.

Mairle, Lorenz. 1933. Die Entwicklung der Berechnung statisch unbestimmter massiver Bogen und Gewölben unter dem Einfluß der Elastizitätlehre. Dissertation. Technischen Hochschule Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.

Marconi, Nicoletta. 1997. La teoria delle cupole nei trattati di architettura tra Seicento e Settecento. En *Lo specchio del cielo,* editado por C. Conforti, 231–43. Milano: Electa.

——. 2002. I ponti: teoria e pratica nei tratatti di architettura tra XVI e XVIII secolo. En *I ponti delle capitali d'Europa*, edit. por D. Calabi y C. Conforti, 39–57. Milano: Electa.

Mariátegui, Eduardo. 1868. Compendio de arquitectura y simetría de los templos, por Simón García. *El Arte en España.* 7: 113–27, 154–84, 193–215.

Mark, Robert. 1982. *Experiments in gothic structure.* Cambridge, Mass.: The MIT Press.

Martínez de Aranda, Ginés. 1986. *Cerramientos y trazas de montea.* Madrid: Servicio Histórico Militar / Biblioteca CEHOPU.

Marvá y Mayer, José. 1902. *Mecánica aplicada a las construcciones.* 3ª ed. Madrid: Imprenta y Litografía de Julián Palacios.

Matheu Mulet, Pedro A. 1958. *Palma de Mallorca monumental.* Madrid: Plus-Ultra.

Maunder, E. W. A. 1995. Some structural studies of Exeter Cathedral. *Structural Engineer.* 73: 105–10.

Mayniel. 1808. *Traité expérimental, analytique et pratique de la poussée des terres et des murs de revêtement.* Paris: D. Colas.

Mehrtens, Georg Christoph. 1903–5. *Vorlesungen über Statik der Baukonstruktionen und Festigkeitslehre.* Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann.

Menéndez Pidal, Gonzalo. 1986. *La España del siglo XIII leída en imágenes.* Madrid: Real Academia de Historia.

Méry, E. 1840. Mémoire sur l'equilibre des voûtes en berceau. *Annales des Ponts et Chaussées.* 50–70, láms. 133–134.

——. Mémoire sur l'équilibre des diverses voûtes projetées pour l'hôpital Clermont- Tonnerre, à Bresl. *Mémorial des Travaux Hydrauliques de la Marine.* 73–116.

Mesqui, Jean. 1986. *La pont en France avant le temps des ingénieurs.* Paris: Picard.

Michon. 1848. Tables et formules pratiques pour l'établissement des voûtes cylindriques. *Mémorial de l'Officier du Génie.* nl 15: 7–117, lám. 1.

——. *Instruction sur la stabilité des voûtes et des murs de revêtement.* Metz: lithographie de l'École de Metz.

Milankovitch, Milutin. 1907. Theorie der Druckkurven. *Zeitschrift für Mathematik und Physik.* 55: 1–27.

——. 1910. Zu der Statik massiven Widerlager. *Zeitschrift für Mathematik und Physik.* 58: 120–128.

Milliet de Chales, Claude-François. 1690. Tratactus XIV. De lapidum sectione. En *Cursus seu mundus mathematicus tomus primus*. Paris.

Millington, John. 1848. *Elementos de arquitectura . . . traducidos al castellano por.. D. Mariano Cavielo.* Madrid: Imprenta Nacional.

Mohrmann, Karl. 1892. Ist das Eisen der alleine Baustoff für die höchsten Bauwerken der Neuzeit? *Deutsche Bauzeitung.* 26: 357–9; 363–6.

Mohr, Otto. 1914. Die Spannungszustand einer Staumauer. En *Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik*, 284–308. 2ª ed. Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn.

Monasterio. S.a. Nueva teorica sobre el empuje de Bovedas. Ms. Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Morley, Arthur. 1950. *Teoría de las estructuras.* Barcelona: Labor.

Mortet, Victor. 1900. L'expertise de la Cathédrale de Chartres en 1316. *Congrès Archéologique de France.* 67: 308–29. Paris: Picard, 1901.

——. 1907. Un formulaire du VIIIᵉ siècle pour les fondations d'édifices et des ponts d'après des sources d'origine antique. *Bulletin Monumental.* 71: 442–465.

Moseley, Henry. 1833. On a new principle in statics, called the principle of least pressure. *Philosophical Magazine.* 3: 285–288.

——. 1835. On the equilibrium of the arch. *Cambridge Philosophical Transactions.* 5: 293–313.

——. 1838. On the theory of the equilibrium of a system of bodies in contact. *Cambridge Philosophical Transactions.* 6: 463–491.

——. 1843a. *The mechanical principles of engineering and architecture.* London: Longman, Brown, Green and Longmans.

——. 1843b. On the theory of the arch. En *The theory, practice and architecture of bridges*, editado por J. Weale, 1–72. London: Architectural Library.

Müller, Werner. 1971. Der elliptische Korbbogen in der Architekturtheorie von Dürer bis Frézier. *Technikgeschichte.* 38: 93–106.

——. 1990. *Grundlagen gotischer Bautechnik.* München: Deutscher Kunstverlag.

Muller, Juan. 1769. *Tratado de Fortificación ó Arte de construir los Edificios Militares, y Civiles.* Barcelona: Thomas Piferrer.

Navascués Palacio, Pedro. 1974. *El libro de arquitectura de Hernán Ruiz el Joven. Estudio y edición crítica.* Madrid: Escuela Técnica Superior de Arquitectura.

——. 1983. *Estudio crítico de la 'Arquitectura Civil' de Benito Bails.* Murcia: C. O. de Aparejadores y Arquitectos Técnicos.

Navier, L. M. H. 1826. *Resumé des Leçons donnés à l'Ecole des Ponts et Chaussés sur l'Application de la Mécanique à l'Etablissement des Constructions et des Machines.* Paris: Firmin Didot. (2ª ed. 1833–38, *nouvelle* ed. 1839, 3ª ed. por Saint-Venant, 1864.)

Neal, B. G. 1959. *The plastic methods of structural analysis.* London: Chapman and Hall.

Nielsen, M. P. 1984. *Limit analysis and concrete plasticity.* Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc.

Nußbaum, Norbert y Sabine Lepsky. 1999. *Das gotische Gewölbe. Eine Geschichte seiner Form und Konstruktion.* München: Deutscher Kunstverlag.

Ochsendorf, John A. 2002. *Collapse of Masonry Structures.* Ph. D. dissertation. University of Cambridge.

Ochsendorf, John A., José I. Hernando y Santiago Huerta. 2003. Análisis a rotura de estribos de fábrica. *Revista de Obras Públicas.* 150: 27–42.

——. 2004. Collapse of masonry buttresses. *Journal of Architectural Engineering (ASCE).* vol. 10: 88–97.

Onat, E. T. y William Prager. 1953. Limit analysis of arches. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids.* 1: 77–89.

Oppenheim, Irving J., David J. Gunaratnam y Robert H. Allen. 1989. Limit state analysis of masonry domes. *Journal of Structural Engineering.* 115: 868–882.

O'Dwyer, Dermot. 1999. Funicular analysis of masonry vaults. *Computers and Structures.* 73: 187–197.

Palladio, Andrea. 1570. *I quattro libri dell'Architettura Di Andrea Palladio.* Venecia: Dominico de' Franceschi. (Reimpr. Milán: Hoepli, 1980.)

Paniagua, José R. 1980. *Vocabulario básico de arquitectura.* 2ª ed. Madrid: Cátedra.

Parland, Herman. 1982. Basic Principles of the Structural Mechanics of Masonry: A Historical Review. *International Journal of Masonry Construction.* 2, n1 2: 48–58.

Parsons, W. B. 1939. *Engineers and engineering in the Renaissance.* Baltimore: The Williams and Wilkins Co. (Reimpr. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1976.)

Patte, Pierre. 1770. *Memoire sur la construction de la coupole projectée pour couvronner la nouvelle église de Saint Geneniève a Paris.* Amsterdam: P. Fr. Gueffier.

Perronet, Jean Rodolphe. 1748. Mémoire sur l'épaisseur qui doivent avoir les voûtes des ponts avec tables et expériences. Ms. 2202, Bibl. de l'École des Ponts et Chaussées.

——. 1773. Memoire sur le cintrement et le décintrement des ponts, et sur les differens mouvements que prennent les voûtes pendent leur construction. *Memoires de l'Academie Royale des Sciences.* : 33–.

——. 1777. Mémoire sur la réduction de l'épaisseur des piles et sur la courbure qu'il convient de donner aux voûtes, le tout pour que l'eau puisse passer plus librement sous les ponts. *Mémoires de l'Academie Royale des Sciences.* 853–64.

——. 1788. *Ses Oeuvres.* Paris: Didot.

——. 1793. *Mémoire sur la recherche que l'on pourroit employer pour construire de grandes Arches de pierre de deux cents, trois cents, quatre cents & jusqu'à cinq cents pieds d'ouverture, . . .* Paris: Imprimerie Nationale Exécutive du Louvre.

——. 1810. Machine inventée par Perronet, pour produire de grandes pressions et connaître la tenacité ou la cohésion des bois et des metaux. En *Recueil de divers mémoirs . . .*, editado por P. Lesage, 2: 167–170. Paris: Firmin Didot.

Perronet, Jean Rodolphe y Chezy. 1810. Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées. En *Recueil de divers mémoires . . .*, editado por P. Lesage, 2: 243–273. Paris: Firmin Didot.

Persy, N. 1834. *Cours de stabilité des constructions à l'usage des éléves de l'École d'Application de l'Artillerie et du Génie.* Metz: Lithographie de l'Ecole d'Application.

Petit. 1835. Mémoire sur le calcul des voûtes circulaires. *Mémorial de l'Officier du Génie.* n1 12: 73–150.

Petronotis, Anargyros. 1984. Der Architekt in Byzanz. En *Bauplanung un Bautheorie der Antike. (Diskussionen zur Archäologischen Bauforschung 4)*, 329–343. Berlin: Wasmuth.

Picon, Antoine, ed. 1997. *L'art de l'ingenieur: Constructeur, entrepreur, inventeur.* Paris: Editions du Centre Pompidou et Editions du Moniteur.

Pieper, Klaus. 1983. *Sicherung historischer Bauten.* Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn.

Pilgrim, Ludwig. 1876. *Theorie der kreisförmigen symmetrischen Tonnengewölbe von konstanter Dicke, die nur ihr eigenes Gewicht tragen.* Stuttgart: Gebrüder Kröner.

Pippard, A. J. S. y L. Chitty. 1941–42. Repeated load tests on a voussoir arch. *Journal of the Institution of Civil Engineers.* 79–86.

Pippard, A. J. S. y John F. Baker. 1945. The voussoir arch. En *The Analysis of Engineering Structures*, 568–595. London: Edward Arnold.

Pla Cargol, Joaquín. 1949. *Gerona arqueológica y monumental.* Gerona: Dalmau Carles Pla.

Planat, P. 1887. *Pratique de la mécanique appliquée a la resistance des matériaux.* Paris: La Construction Moderne.

——. [1906]. *L'Art de bâtir. Vol. 3: Voûtes en maçonnerie. Voûtes d'églises. Fléches et tours. Béton Armé. Silos.* Paris: Librairie de la Construction Moderne.

Plo y Camín, Antonio. 1767. *El Arquitecto práctico, civil, militar y Agrimensor, dividido en tres libros.. El II [contiene] la practica de hacer, y medir todo genero de Bóbedas y Edificios de Arquitectura.* Madrid: Imprenta de Pantaleón Aznar. (Reimpr. Valencia: Librerías París-Valencia, 1995.)

Poleni, Giovanni. 1748. *Memorie istoriche della Gran Cupola del Tempio Vaticano.* Padova: Nella Stamperia del Seminario.

Poncelet, Jean-Victor. 1835. Solution graphique des principales questions sur la stabilité des voûtes. *Mémorial de l'Officier du Génie.* n1 12: 151–213, lám. 3.

——. 1852. Examen critique et historique des principales théories ou solutions concernant l'équilibre des voûtes. *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (Paris).* 35: 494–502, 531–540, 577–587.

Pontones, P. 1759–68. Architectura hydráulica en las fábricas de los puentes. Methodo de Proyectarlos y Repararlos. Instrucción a los Maestros de quanto conviene saber para executar esta calidad de obras. Ms. Biblioteca del Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid.

Prager, William. 1959. *An Introduction to plasticity.* London: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Prony, Gaspard R. de y Charles Bossut. 1805. *Sobre el empuje de las tierras. Método práctico para determinar ls dimensiones de los muros de revestimiento, por R. Prony. Sobre el equilibrio de las bóvedas, por Carlos Bossut. Traducidas para el uso de los estudios de la Inspección General de Caminos*. Madrid: Imprenta Real.

Puente de piedras. 1401. Fábrica del puente de Piedras de Zaragoza. Ms. Archivo Municipal de Zaragoza.

Puppi, Lionello. 1988. *Andrea Palladio: Scritti sull'architettura (1554–1579).* Vicenza: Neri Pozza Editore.

Rabasa Díaz, Enrique. 2000. *Forma y construcción en piedra. De la cantería medieval a la esteorotomía del siglo XIX.* Madrid: Akal.

Rankine, W. J. M. 1858. *A Manual of Applied Mechanics.* London: Charles Griffin. (3ª ed. 1864.)

——. 1862. *A Manual of Civil Engineering.* London: Griffin Bohn and Company. (2ª ed. 1863.)

Rasch, Jürgen. 1985. Die Kuppel in der römischen Architektur. *Architectura.* 15: 117–139.

——. 1991. Zur Konstruktion spätantiker Kuppeln vom 3. bis 6. Jahrhundert. *Jahrbuch des deutschen archäologischen Instituts.* 106: 311–383.

Reichensperger, August. 1856. Des Meisters L. Lechler Unterweisung. En *Vermischte Schriften über christliche Kunst.* Leipzig: T. O. Weigel.

Reinhold. 1831. Beiträge zur Bestimmung der Höhe der Gewölbesteine und der Stärke der Widerlager und Mittelpfeiler grosser massiver Brücken; durch viele Beispiele erläutert und insbesondere für Practiker gesammelt und zusammengestellt. *Journal für die Baukunst.* 4, 4: 363–407.

Rejón de Silva, Diego A. 1788. *Diccionario de las nobles artes para instrucción de los aficionados, y uso de los profesores.* Segovia: Imprenta de D. Antonio Espinosa.

Reynaud, Léonce. 1860. *Traité d'Architecture. Première partie: Art de batir.* 20 ed. París: Dalmont et Dunod.

Ritter, W. 1888–1906. *Anwendungen der graphischen Statik.* Zürich: Raustein.

Rojas, Cristóbal de. 1598. *Teorica y practica de fortificacion, conforme las medidas y defensas destos tiempos, repartida en tres partes.* Madrid: Luis Sanchez. (Reimpr. Madrid: CEHOPU, 1985.)

Rondelet, Jean. 1797. *Mémoire historique sur le dôme du Panthéon Français.* Paris: Chez Du Pont.

——. 1802–10. *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir.* Paris: Chez l'auteur. (7ª ed. Paris: Chez Firmin Didot, 1834–48.)

Roriczer, Matthäus. 1486. *Das Büchlein von der Fialen Gerechtigkeit.* Regensburg. (Reimpr. Hürtgenwald: Guido Pressler, 1999.)

——. 1487/88. *Die Geometria Deutsch*. Regensburg. (Reimpr. Hürtgenwald: Guido Pressler, 1999.)

Rosenberg, G. 1936. The functional aspect of the gothic style. *Journal of the Royal Institute of British Architects*. 43: 273–90, 364–371.

Rosenthal, Earl E. 1990. *La catedral de Granada. Un estudio sobre el Renacimiento español*. Granada: Universidad de Granada.

Rubió y Bellver, Joan. 1912. Conferencia acerca de los conceptos orgánicos, mecánicos y constructivos de la Catedral de Mallorca. *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*. 87–140.

——. 1913. Dificultats per arribar a la síntesi arquitectònica. *Anuario de la Asociación de Arquitectos de Cataluña*. (Trad. esp. en *Antoni Gaudí*, editado por S. Tarragó, 13–27. Barcelona: Ediciones del Serbal, 1991.)

Ruddock, E. C. 1974. Hollow spandrels in arch bridges: a historical study. *Structural Engineer*. 52: 281–292.

Ruddock, Ted. 1979. *Arch bridges and their builders, 1735–1835*. Cambridge: Cambridge University Press.

Ruiz Hernando, Antonio. 2003. *Las trazas de la catedral de Segovia*. Segovia: Diputación Provincial de Segovia, Caja Segovia.

Rupérez Almajano, Nieves. 1998. Anotaciones sobre la vida y la obra del arquitecto Simón García. *Archivo Español de Arte*. nE 281: 86–75.

Saalman, Howard. 1980. *Filippo Brunelleschi. The cupola of Santa Maria del Fiore*. London: A. Zwemmer.

Saavedra, Eduardo. 1860. Nota sobre la determinación del problema del equilibrio de las bóvedas. *Revista de Obras Públicas*. 8: 101–104.

——. 1868. Teoría de los contrafuertes. *Revista de Obras Públicas*. 16: 92–95.

Salimbeni, Leonardo. 1787. *Degli archi e delle volte Libri Sei*. Verona: Dionigi Ramanzini.

Sanabria, Sergio L. 1982. The mechanization of design in the 16th century: The structural formulae of Rodrigo Gil de Hontañón. *Journal of the Society of Architectural Historians*. 41: 281–293.

——. 1984. The evolution and late transformations of the gothic mensuration system. Ph. D. dissertation. Princeton University: .

——. 1989. From gothic to Renaissance stereotomy: The design methods of Philibert de l'Orme and Alonso de Vandelvira. *Technology and Culture*. 30: 266–299.

San Nicolas, Fray Lorenzo de. S. a. [1639]. 1989. *Arte y uso de architectura. Primera parte*. S. l. [Madrid?]: S. i. (Reimpr. Valencia: Albatros Ediciones, 1989.)

——. S. a. [1664]. *Arte y uso de architectura. Segunda parte*. S. l. [Madrid?]: S. i. (Reimpr. Valencia: Albatros Ediciones, 1989.)

Sanpaolesi, Piero. 1941. *La cupola di Santa Maria del Fiore. Il progetto, la costruzione* Rome: Reale Instituto d'Archeologia e Storia dell'Arte.

Sauvage, Martin. 1998. *La brique et sa mise en oeuvre en Mésopotamie: des origines à l'époque Achéménide*. Paris: Centre de Recherche d'Archéologie Orientale.

Scheffler, Hermann. 1857. *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken.* Braunschweig: Verlag der Schulbuchhandlung.

Schübler, Johann Jakob. 1731. *Nützliche Anweisung zur unentbehrlichen Zimmermanskunst.* Nürnberg: Christoph Weigels. (Reimpr. Hannover: Th. Schäfer, 1982.)

Sejourné, Paul. 1913–16. *Grandes voûtes.* Bourges: Imprimerie Vve Tardy-Pigelet et Fils.

Serlio, Sebastiano. 1547. *Qvinto libro d'architettvra, nel quale se tratta de diuerse forme de tempij sacri secondo il costume christiano & al modo antico. Traduict en francois par Ian Martin.* Paris: Impr. de M. de Vascosan.

——. 1996. *Sebastiano Serlio on Architecture. Volume one, Books I-V of Tutte l'opere d'architettura et prospetiva.* Traducción, introducción y comentario de V. Hart y P. Hicks. New Haven: Yale University Press.

Serra Desfilis, Amadeo. 2000. 'È cosa catalana': la Gran Sala de Castel Nuovo en el contexto mediterráneo. *Annalli di architettura.* 12: 7–16.

Serra i Ràfols, Elies. 1947–1951. La nau de la Seu de Girona. En *Miscel-lània Puig i Cadafalch (Recull d'Estudis d'Arqueologia, d'Historia de l'Art i d'Historia offerts a Josep Puig i Cadafalch)*, 1: 185–204. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.

Sganzin, Joseph M. 1840–44. *Programme ou résumé des leçons d'un cours de constructions, avec des applications tirées specialement de l'art de l'ingenieur des ponts et chaussées.* 5ª ed. Liège: Dominique Avanzo.

Shelby, Lon R. 1971. Medieval mason's templates. *Journal of the Society of Architectural Historians.* 30: 140–154.

——. 1972. The geometrical knowledge of medieval master masons. *Speculum.* 47: 395–421.

——. 1977. *Gothic design techniques: The 15th century design booklets of Mathes Roriczer and Hans Schumttermayer.* Carbondale and Edwardsville: Southern Illinois University Press.

Shelby, Lon R. y Robert Mark. 1979. Late gothic structural design in the 'Instructions' of Lorenz Lechler. *Architectura.* 9: 113–131.

Silberschlag, J. E. 1772–73. *Ausfürhliche Abhandlung der Hydrotechnik oder des Wasserbaus.* Leipzig: Gaspar Fritsch.

Smars, Pierre. 2000. Études sur la stabilité des arcs et voûtes. Confrontation des méthodes de l'analyse limite aux voûtes gothiques en Brabant. Ph.D. dissertation. Katholieke Universiteit Leuven.

Snell, George. 1846. On the stability of arches. *Minutes and Proceedings of the Institution of Civil Engineers.* 5: 439–476, láms. 27–40.

Soo, Lydia M. 1998. *Wren's 'Tracts' on Architecture and Other Writings.* Cambridge: Cambridge University Press.

Sotomayor, Joaquín de. 1776. *Modo de hacer incombustibles los edificios sin aumentar el coste de la construcción. Extractado del que escribió en francés el Conde de Espié.* Madrid: Oficina de Pantaleón Aznar. (Reimpr. Valencia: Librerías París-Valencia, 1993.)

Spangenberg, H. J. 1928. Die gewölbten Brücken über 80 m Spannweite. *Beton und Eisen.* 27: 335–40.

Statics of bridges, The.1861. *The Civil Engineer and Architect's Journal.* 24: 1–2, 60–65, 163–66, 223–26, 317–20 y 347–49.

Stieglitz, Chr. L. 1820. *Von altdeutscher Baukunst.* Leipzig: .

Stirling, J. 1717. *Lineae Tertii Ordinis Neutonianae.* Oxford: E. Whistler (impensis).

Straub, Hans. 1949. *Die Geschichte der Bauingenieurkunst.* Basel: Birkhäuser Verlag. (4ª ed. 1992.)

Street, Georg E. 1926. *La arquitectura gótica en España.* Madrid: Saturnino Calleja.

Sturm, Leonhard Christoph. 1710. *Kurzer Begriff der gesamten Mathesis.* Frankfurt a. Oder: Schrey und Hartmann.

Stüssi, F. 1953. Leonardo da Vincis Entwurf für eine Brücke über das Goldene Horn. *Schweizerische Bauzeitung.* 71, n1 8: 113–116.

Suárez Quevedo, Diego. 1993–94. Toledo y Fray Lorenzo de San Nicolás. Precisiones sobre la iglesia de las Gaitanas. *Anales de Historia del Arte.* 4: 275–84.

Terenzio, Alberto. 1933. La restauration du Panthéon de Rome. En *La conservation des monuments d'art et d'histoire*, 280–285. París: Office International des Musées.

Thode, Dierk. 1975. Untersuchungen zur Lastabtragung in Spätantiken Kuppelbauten. Dissertation. Universität Darmstadt, Fachbeich Architektur.

Thompson, D'Arcy W. 1915. Galileo and the Principle of Similitude. *Nature.* 95: 426–427.

——. 1942. *On growth and form.* Cambridge: Cambridge University Press.

Timoshenko, Stephen P. 1953. *History of Stregnth of Materials.* New York: McGraw-Hill Book Company. (Reimpr. New York: Dover, 1983.)

Todhunter, I. y K. Pearson. 1886–1893. *A history of the theory of elasticity and of the strength of materials from Galilei to Lord Kelvin.* Cambridge: Cambridge university Press. (Reimpr. New York: Dover, 1960.)

Torija, Juan de. 1661. *Breve Tratado de todo Genero de bobedas asi regulares como yrregulares execucion de obrarlas y Medirlas con singularidad y Modo Moderno observando los preceptos Canteriles de los Maestros de Architectura.* Madrid: Pablo de Val. (Reimpr. León: Santiago García, 1983.)

Torres Balbás, Leopoldo. 1946. Bóvedas romanas sobre arcos de resalto. *Archivo Español de Arqueología.* 64: 173–208.

——. 1952. *Arquitectura Gótica.* Madrid: Plus Ultra.

Tosca, Tomás Vicente. 1707–15. *Compendio mathemático en que se contienen todas las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad . . .* Valencia: Antonio Bordazar. (2ª ed. Madrid, 1721–27. Reimpr. del tomo V. sobre Arquitectura civil, montea y cantería: Valencia: Librería París-Valencia, 1992; Universidad Politécnica, 2000.)

Trautwine, John C. 1860. A new rule for depth of keystone for segmental or elliptic stone arches. *The Civil Engineer and Architect's Journal.* 23: 364.

——. 1872. *The civil engineer's pocket book.* Philadelphia: Claxton, Remsen and Haffelfinger.

——. 1938. *Manual del ingeniero.* (*Traducido de la 21 edición de 1937 y convertido al sistema métrico por A. Smith*). Paris: Imprimerie Paul Dupont.

Tredgold, Thomas. [1820] 1870. *Elementary principles of carpentry . with rules and examples.* 5ª ed. London: Lockwood.

Truesdell, Clifford A. 1960. *The rational mechanics of flexible or elastic bodies 1638–1788. (Introduction to Leonhardi Euleri Opera Omnia, 2nd. Series, vol. XI, 2).* Zürich: Orell Füssli.

Turriano, Juanelo. 1984. *Los 21 libros de los ingenios y de las máquinas.* Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Ungewitter, G. G. 1859–1864. *Lehrbuch der gotischen Constructionen.* Leipzig: T. O. Weigel. (2ª ed. 1875.)

——. 1890. *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen. III Auflage neu bearbaitet von K. Mohrmann.* 3ª ed. Leipzig: T.O. Weigel Nachfolger.

Valdés, Nicolás. 1859. *Manual del ingeniero.* París: Librería Militar de J.Dumaine.

Vicat. 1832. Influence du mode d'attache des chaines sur la résistance des ponts suspendus. *Annales des Ponts et Chaussées.* 394–397, lám. 26.

Villarceau, A. Yvon. 1854. Sur l'établissement des arches de pont envisagé au point de vue de la plus grande stabilité. *Institut de France, Academie des Sciences, Memoires presentées par divers savants.* 12: 503–.

Vinci, Leonardo da. 1974. *Códices de la Biblioteca Nacional de Madrid.* Madrid: Taurus.

Viñas i Manuel, Enric. 1998. El proceso constructivo de las bóvedas medievales. Restauración de la gran nave de la catedral de Gerona. En *Las grandes bóvedas hispanas, Madrid 19–23 mayo de 1997*, editado por S. Tarragó, 53–65. Madrid: CEDEX.

Viollet-le-Duc, Eugene E. 1854–1868. *Dictionnaire raisonnée de l'Architecture Française du XI au XVI siécle.* Paris: A.Morel.

Vitruvio, M. 1556. *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio tradutti et commentati da Monsignor Barbaro.* Venecia: Franceso Marcolini.

Vittone, Bernardo Antonio. 1760. *Istruzioni elementari per indirizzo dei giovani allo studio dell'Architettura.* Lugano: Agnelli.

Walter, Caspar. 1766. *Brücken-Bau, oder Anweisung, wie allerley Arten von Brücken, sowohl von Holz als Steinen, nach den besten Regeln der Zimmerkunst dauerhaft anzulegen sind.* Augsburg: Verlegt von den Gebrüdern Veith.

Walther, Friedemann. 1854. Praktisches Verfahren zur Construction der Mittellinie des Drucks in Tonnengewölben. *Zeitschrift für Bauwesen.* 4: 383–392.

Wanderley, G. 1883. *Traité Pratique de Constructions Civiles.* Paris: E. Bertrand et Cie.

Warren, John. 1976. *Greek Mathematics and the Architects to Justinian. (Art and Archaeology Research Papers, nº 4)* London: Coach Publishing.

Warth, Otto. 1903. *Konstruktionen in Stein.* Leipzig: J. M. Gebhardt's Verlag.

Weale, John, ed. 1843. *The Theory, Practice and Architecture of Bridges of Stone, Iron, Timber and Wire; with examples on the principle of suspension.* London: Architectural Library.

White, Lynn. 1978. *Medieval religion and technology. Collected essays.* Berkeley/Los Angeles/London: University of California Press.

Willis, R. 1835. *Remarks on the architecture of the Middle Ages, especially of Italy.* Cambridge: At the Pitt Press.

Will, Ernst. 1985. La maquette de l'Adyton du temple A de Niha (Bequa). En *Le dessin d'architecture dans les sociétés antiques (Actes du Colloque de Strasbourg 26–28 janvier 1984)*, 275–81. Strasbourg; Université des Sciences Humaines.

Winkler, Emil. 1879–1880. Die Lage der Stützlinie im Gewölbe. *Deutsche Bauzeitung.* 13: 117–119, 127–128, 130; 14: 58–60.

Wittkower, Rudolf. 1985. *Arte y arquitectura en Italia 1600–1750.* 4ª ed. Madrid: Cátedra.

Wittmann, W. 1879. Zur Theorie der Gewölbe. *Zeitschrift für Bauwesen.* 29: 61–74.

Woodbury, D. P. 1858. Treatise on the various elements of stability in the well-proportioned arch, with numerous tables of the ultimate and actual thrust. *Papers on Practical Engineering (New York: Van Nostrand).* 7: 184–438, láms. 10–13.

Wotton, Henry. 1624. *The elements of architecture.* London: John Bill.

Wotton, Henry. 1698. *Elementos de Architectura, recogidos de los Autores y exemplares mas aprobados.* s.l.: s.i.

Wren, Christopher (hijo). 1750. *Parentalia: or, Memoirs of the Family of the Wrens.* London: Published by Stephen Wren.

Young, Thomas. 1807. *A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts.* London: Joseph Johnson.

——. 1855. *Miscellanous Works.* London: John Murray.

Zamboni, Baldassare. 1778. *Memorie intorno alle publiche fabriche piu insigne delle cita di Brescia.* Brescia.

Zaragozá Catalán, Arturo. 2000. *Arquitectura gótica valenciana, siglos XIIIBXV.* Valencia: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura i Educaciò.

Zorn, Eberhard. 1933. Statische Untersuchung der St Martinskirche in Landshut. Dissertation. Technischen Hochschule, Universität München.

Índice de nombres y lugares

Abelardo de Bath, 136
Abiell, Guillermo, 174
Abraham, Pol, 467, 480, 541n.11
Ackerman, James, 138, 544n.20
Adda, puente sobre el río, 176, 405, 406
Adriano, puente de, 190
Agüera Ruiz, Antonio, 550n.14
Alais, chimenea, 500, 560n.48
Alberti, Leon Battista, 146, 151, 178, 181–193, 194, 195, 203, 204, 205, 206, 241, 246, 247, 248, 249, 251, 252, 253, 254, 259, 261, 263, 265, 266, 274, 275, 286, 290, 292, 305, 307, 313, 314, 315, 318, 323, 326, 329, 341, 357, 401, 404, 422, 434, 436, 459, 496, 511
Albi, catedral de, 495, 544n.22
Alcalá, convento de las Bernardas, 559n.34
Alcántara, puente de, 252
Allier, puente en Vieille-Brioude sobre el río, 555n.24
Alomar, Gabriel, 544n.22
Alonso, Miguel Angel, 550n.12
Alzola y Minondo, Pablo, 545n.31
Amiens, 495, 544n.22
Antemio de Tralles, 136, 542n.2
Antigoni, Antonio, 174
Aragon, Ernest, 105
Aragón, 544n.22
Arcueil, piedra de, 362
Aristóteles, 240, 265
Aroca Hernández-Ros, Ricardo, 556n.3
Arquímedes, 136, 543n.16
Arrúe Ugarte, Begoña, 178
Ars, chimenea de, 500
Arvei, Pere, 544n.24
Arzobispo, puente del, 252
Asinelli, torre, en Bolonia, 499
Asociación de Ingenieros y Arquitectos austríacos, 27, 73, 82, 527, 539n.3
Asinelli, torre, 176
Audoy, 86, 87, 95, 96, 104, 105, 526

Babinger, F., 556n.6
Baccojani, 142, 144, 147
Bacon, Francis, 263
Báez Macías, Eduardo, 546n.11
Bails, Benito, 369, 372–374
Baker, John, 79, 126, 128, 539n.3, 540n.5, 7
Baldi, Bernardino, 182, 240, 263–266, 299, 545n.1, 550n.15
Barbaro, Daniel, 200, 201
Barberot, Étienne, 380
Barcelona, 169, 170, 172, 174, 544n.24; casa Milá, 554n.16; catedral, 172, 544n.24;

Barcelona (*continuación*)
Lonja de Mercaderes, 544n.24; Sagrada Familia, 472; Santa María del Pino, 544n.22
Bargués, Arnau, 544n.24
Barlow, William Henry, 51, 52, 53, 57, 539n.5
Bartola, Cósimo de, 181, 190
Barr, Archibald, 392
Barroco, 141, 458, 461, 463, 521, 559n.35
Barthel, Rainer, 467
Bassegoda, Joaquín, 171, 544n.23
Bauschinger, Johann, 537n.2
Baxter, J. W., 407
Beauvais, 28, 29, 494, 495, 532, 544n.22
Becchi, Antonio, 523, 545n.1, 550n.15, 552n.36
Bechmann, Roland, 542nn.5, 6
Beckett Denison, E., 530, 558n.27
Bélidor, Bernard Forest de, 104, 287, 345, 352–356, 358, 369, 371–372, 374, 524, 526, 529, 541n.14
Benedicto XIV, 529
Benvenuto, Edoardo, 523, 538n.3, 550n.17, 556n.1
Benouville, Léon, 28, 532, 538n.13
Beranek, W. J., 472
Bérard, Joseph-Balthasar, 529
Bergier, Nicolas, 315
Berlín; ordenanza de, 538n.8; Staatsbibliothek, 553n.6
Bernand, viaduc du, 393, 406
Bernini, Gianlorenzo, 463, 465
Bernoulli, Johann, 342
Besenval, Roland, 537n.1
Betty Langley, 151, 153
Biblia, 133
Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, 148, 150
Biblioteca de Ingenieros del Ejército de Madrid, 145
Biblioteca Nacional de Madrid, 256, 546n.2
Biegholdt, H.-A., 537n.2
Binding, Günther, 543n.7
Bizancio, 133, 136, 453
Bland, William, 541n.15
Blondel, François, 142, 240, 284–286, 300, 302, 306, 322, 323, 324, 325, 326, 329, 338, 345, 346, 374, 380, 431, 552n.36
Blondel, Jacques-François, 372, 555n.27
Blouet, Abel, 555n.1
Boistard, L. C., 15, 18, 80, 81, 96, 526
Boffrand, Germain, 360, 555n.25, 361
Bofill, Guillermo, 173, 174, 175, 489, 490
Bollig, Hermann, 512
Bolonia, 176, 560n.43; torre Asinelli, 499; torre Garisenda, 499
Bonet Correa, Antonio, 543n.9, 549n.3
Borelli, Giovanni Alfonso, 556n.3
Borgnis, J.-A., 526, 555n.3
Bosch, Pere Ramon, 170, 544n.24
Boscovich, R., 455, 458, 529, 531, 558nn.26, 28
Bossut, Charles, 60, 529, 531, 555n.28
Bouguer, Pierre, 528, 529, 531, 558nn.20, 23
Bramante, Donato, 200, 274, 275, 283
Branca, Juan, 552n.33
Brescia, Logia de, 193, 194, 195, 198, 199, 465
Brunelleschi, Filippo, 186, 187, 188, 436, 451
Bulmer-Thomas, I., 542n.3
Butin, A. 560n.48

Cabezas, fray Francisco, 274
Cabin John, acueducto de, 406
Caille, Puente de en Cruseilles, 406–407
Cain, W. M., 111, 112, 541n.15
Calladine, Ch., 541n.16
Calvo, José, 543n.8, 543n.9
Camacho, Rosario, 555n.28
Cambridge, equipo de, 126–127, 539n.3
Camón Aznar, José, 546n.2
Candela, Félix, 127
Canet, Antonio, 174
Capua, 194
Caramuel, Juan de, 411
Carcasona, St. Vincent, 495, 544n.22
Carrasco Hortal, José, 545n.27
Carrillo de Albornoz, M., 560n.45
Carvallo, 526
Casaseca, Antonio, 546n.1
Cassinello, Fernando, 380
Castellón de Ampurias, 174

Castigliano, C. A. P., 72, 73, 527
Cataneo, Pietro, 261, 263
Cejka, Jan, 121, 122
Chanfón, Carlos, 546n.2, 550n.10
Chappuis, René, 559n.33
Charlton, T. M., 523
Chartres, catedral, 168, 495, 544n.20
Chezy, 368, 526
Chiorino, Mario Alberto, 559n.34
Chitty, L., 540n.7
Choisy, Auguste, 184, 391, 392, 466, 544n.18
Chrimes, Mike, 557n.10
Claudel, J., 538n.8
Clapeyron, E., 529
Coenen, Ulrich, 151–153, 157, 543n.11, 544n.17
Collignon, Edouard, 15, 16, 538n.12
Colonia; biblioteca, 543n.11; catedral de, 495; iglesia de S. Gereon, 559n.33
Colonia, Francisco de, 202
Colrat, Maestre, 179
Coma, Pere, 170, 544n.24
Conforti, Claudia, 559n.32
Constantino, Basílica de, 544n.22
Constantinopla, 556nn.6, 7
Córdoba, San Hermenegildo, 559n.34
Coste, Anne, 467
Coulomb, Charles Augustin, 26, 80, 86, 104, 109, 116, 117, 374, 525, 526, 528, 538n.10, 539n.1
Couplet, Pierre, 79, 95, 97, 304, 339, 343, 345, 374, 525, 526
Cowan, Henry J., 545n.3, 560n.46
Cremona, campanile «il Toraccio», 499
Croizette-Desnoyers, Ph., 105, 382, 402, 538n.7
Cruseilles, puente de Caille, 406–407
Culmann, Karl, 527, 530
Curcio, G., 551n.19

D'Amelio, Maria Grazia, 551n.23
Danyzy, A. A. H., 79, 80, 332–338, 345, 374, 417, 526, 553nn.10, 11, 12, 554nn.13, 14
Debo, Ludwig, 537n.2, 538n. 8
Dejardin, 538n.8, 382
Delbecq, Jean-Michel, 14, 17, 22, 25, 538n.9
Delft, 542n.25
Demanet, A., 555n.4
Derand, François, 142, 143, 147, 306, 349
Dietlein, J. F. W., 530
Dischinger, Franz, 530, 558n.19
Domenge, Joan, 508, 512
Dorn, Harold I., 6, 545n.1, 550n.15, 552n.29, 555n.28, 556n.8
Douglass, James, 58
Downey, Glanville, 136
Drucker, D. C., 88
Dubosque, J., 557n.16
Dunn, William, 437, 440
Dupuit, J., 64, 65, 66, 111, 112, 382, 402, 406, 538n.1, 556n.5
Durand-Claye, Alfred, 73, 526, 530
Durero, Alberto, 166, 167, 265
Durm, Josef, 39, 454, 544n.22

Ebro, río, 178–179, 191
École des Ponts et Chaussées, 356, 530
biblioteca, 358, 554nn.21, 555n.25, 22, 23, 361, 365
Eddy, Henry T., 439, 441, 530, 558n.21
Egipto, 1
El Escorial, 11; bóvedas de, 550n.12; cúpula, 259, 260
El-Naggar, Salah, 537n.1
Enciclopedia Británica, 53
Engesser, Fr., 24, 28, 73, 540n.5
Escuela de Arquitectura de Madrid, 550n.12
Espie, Comte de, 549n.5
Esselborn, C., 380, 555n.3
Estambul, puente sobre el Cuerno de Oro, 404, 556nn.6, 7
Estrasburgo, 176, 507, 508, 515, 544n.22
Euclides, 136, 137
Europa, 239, 263, 526
Ewing, J. A., 53
Exeter, catedral de, 561n.54
Eytelwein, J. A., 526
Ezequiel, libro de, 133

Fabri, H., 550n.17
Felipe II, 201, 203

Fergusson, James, 436, 451, 452, 540n.5, 552n.28
Florencia; campanile, 499; Santa Maria del Fiore, 390, 391, 451, 453, 454, 455, 457, 461, 551n.19
Flügge, Wilhelm, 558n.19
Foce, Federico, 109, 523, 526, 542n.19, 555n.2, 555n.28
Fontana, Carlo, 201, 239, 266–278, 445, 458–461, 462, 551nn.18–22, 25
Fontana, Domenico, 267, 551n.19
Föppl, August, 57, 412, 441, 442, 530
Francia, 178, 500, 524, 526, 544n.22, 549n.5, 556n.6
Frankl, Paul, 133, 134, 138, 466, 543n.7, 544n.20
Freigang, Christian, 544n.20
Frenoya, Johan de, 179
Fresnel, L., 495, 560n.48
Freyssinet, E., 393, 406, 407, 546n.16
Frézier, A. F., 80, 276, 285, 293, 332, 334, 336, 338–352, 355, 357, 370, 372, 374, 466, 397, 528, 529, 553nn.10, 11, 554nn.17, 18
Frontino, 181
Fuller, G., 47, 97

Gaitanas, iglesia de las, 549n.8
Galatta, puente de, 556n.6
Galilei, Galileo, 5, 239, 387–394, 403, 487, 546n.2, 550n.15, 556nn.2, 3
García, Simón, 207, 210, 211, 217, 219, 223, 224, 226, 229, 231, 233, 239, 256–263, 546n.2, 550nn.9, 10, 11, 12, 551n.24, 557n.17
García Barriuso, P., 551n.24
García Berruguilla, Juan, 302–305, 306, 374, 420, 431
García-Diego, José Antonio, 203
García-Tapia, Nicolás, 203
García Llaneza, Joaquín, 547n.3
García Salinero, Fernando, 546n.14
Garidel, 526
Gaudí, Antoni, 56, 58, 61, 62, 127, 342, 376, 398, 470, 472, 509, 530, 554n.16, 557n.14, 558n.22
Gauthey, Emiland Marie, 13, 109, 276, 364, 380, 382, 397, 455, 458, 529, 537n.5, 541nn.13, 14, 545n.5
Gautier, Hubert, 189, 314–332, 338, 341, 345, 352, 353, 355, 356, 360, 361, 362, 363, 366, 374, 378, 401, 434, 517, 521, 526, 537n.5, 545n.5, 546n.15, 555n.25
Gamla Linköpink, 119, 120
Gentil Baldrich, José María, 559nn.34, 35
Gerona, 108, 138, 148, 168, 169–176, 488, 489, 490, 495, 544n.20, 545n.27
Gerstner, Franz, 62, 63, 526, 538n.1
Gil de Hontañón, Juan, 207, 494
Gil de Hontañón, Rodrigo, 8, 166, 184, 207–237, 246, 254, 256, 261, 398, 419, 420, 421, 422, 426, 468, 474, 476–478, 485, 490–494, 495, 496, 499, 501, 511, 519, 543n.16, 546nn.1–15, 553n.4
Gillispie, Ch. C., 542nn.1, 2
Gladesville, puente de, en Australia, 407
Gol Gumbaz, 451, 455, 452, 457
Gómez-Moreno, Manuel, 559n.33
Gonin, E., 555n.3
González Moreno-Navarro, J. L., 555n.1
Gordon, J. E., 537n.3
Göritz, viaducto de Salcano, 29
Gottgetreu, Rudolph, 455, 456, 558n.29
Götz, Wolfgang, 559n.33
Gouilly, A., 560n.44
Graefe, Rainer, 58, 529
Granada; Alhambra de, 254, 305; catedral, 538n.2
Grassnick, Martin, 532, 559n.38
Grecia, 135
Greenberg, H. J., 88, 528
Gregory, David, 54, 62, 128, 524, 529
Grosvenor, puente de, 66
Guadet, J., 557n.14, 560n.47
Gual, Bartolomé, 174
Guarini, Guarino. Ver Vittone
Guastavino, Rafael, padre, 26, 85, 86, 97, 549n.5, 552n.28
Guastavino, Rafael, hijo, 440, 558n.22
Güell; iglesia de la colonia, 472, 530; parque, 61, 62, 530
Guimarei, iglesia de, Lugo, 124

Guinguamps, Juan de, 174
Gvozdev, A. A., 88, 127, 528, 542n.25
Gwilt, Joseph, 555nn.3, 4

Habana, torre del puerto, 560n.45
Hagen, Gotthilf, 558n.23
Hager, Helmut, 551nn.18, 19, 20
Hahnloser, Hans R., 139, 140, 542nn.5, 6
Hanover, escuela de, 486
Harvey, B., 60, 61
Hase, C. W., 380, 486
Hatzel, E., 399, 400
Hecht, Konrad, 134, 543n.12
Heidelberg, biblioteca de, 543n.11
Henkel, Otto, 539n.4
Hernán Ruiz el Joven, 148–149, 150, 151, 152, 553n.4
Herón de Alejandría, 135, 136, 542n.1
Herranz y Laínz, C., 178, 179, 545n.31
Hernando García, J. I., 533, 541n.16
Hertwig, A., 136, 527, 540n.4
Heyman, Jacques, 7, 12, 31–34, 43, 44, 54, 74, 75, 76, 77, 82, 83, 85, 88, 89, 91, 92, 93, 94, 95, 97, 98, 99, 107, 111, 112, 118, 122, 126, 127, 128, 133, 134, 347, 401, 403, 434, 435, 437, 438, 439, 442, 443, 447, 449, 450, 467, 469, 479, 480, 481, 482, 501, 517, 518, 523, 524, 528, 530, 533, 537n.5, 538n.10, 539n.2, 539n.5, 539n.6, 540n.7, 540n.8, 541n.16, 542n.22, 543n.8, 543n.12, 543n.15, 545n.4, 552n.26, 552n.29, 552n.36, 556nn.1, 2, 558n.19, 558n.23, 558n.26, 560n.49
Hoag, John, 231, 546n.1
Hoffstadt, Friedrich, 543n.14
Hooke, Robert, 36, 53, 54, 55, 56, 82, 92, 128, 240, 278, 342, 344, 374, 398, 438, 444, 470, 524, 528, 552n.29, 558n.23
Horne, M. R., 88, 126, 127, 539n.3
Howe, M. A., 527
Huerta, Santiago, 56, 78, 105, 109, 108, 123, 124, 376, 472, 526, 533, 541n.16, 540n.6, 542n.19, 542n.23, 543n.8, 549n.5, 554n.16, 555n.28, 557n.14, 558n.22
Hutton, Charles, 58

Inglaterra, 500, 524, 526
Instituto de Francia, 404
International Recommendations for Masonry Structures, CIB Report, Publication 58, 538n.9
Italia, 204, 263, 458, 461

Jacquier, T., 455, 458, 529, 531, 558nn.26, 28
Jaussner, 28
Jenkin, 53, 128
Julbe, Juan y Pascasio, 174

Kaiser, 539n.10
Karlsruhe, biblioteca, 543n.11
Kepler, Johannes, 263
Kerisel, 545n.29
Kist, N. C., 542n.25
Knoop, G., P. Jones y D. Hamer, 542n.4
Kobell, 530, 558n.27
Koepf, Hans. 155, 158, 160, 161, 164, 168
Kohnke, R., 439, 530
Kooharian, 88, 528
Körner, Carls, 380, 467, 470, 471, 532
Krafft, 560n.44
Kubler, George, 208, 209, 231, 240, 549n.1
Kurrer, Karl-Eugen, 523, 538n.1, 539n.2

La Hire, 5, 104, 105, 276, 286, 287, 304, 319, 322, 339, 340, 345, 346, 352, 368, 374, 524, 525, 526, 529, 539n.1, 552n.36
Lamé, G., 529
Lamprecht, H. O., 25
Landshut, S. Martin, 512, 513, 532
Laroque. Ver Claude, 538n.8
Lastanosa, Juan de, 203
Lauenstein, R., 103, 539n.4
Lechler, Lorenz, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 163, 164, 165, 167, 168, 543n.11, 544n.19
Le Seur, F., 455, 458, 529, 531, 558nn.26, 28
Leibniz, G. W., 342
Lemonnier, Henry, 552n.35
Lesguiller, 381, 382
Leupold, Jakob, 545n.5
Leveillé, 381, 382
Limmat, puente sobre en Wettingen, 557n.9

Llaguno y Almirola, E., 240, 288, 305, 369, 544n.20, 545n.26, 549n.2, 552n.2, 553n.5, 555n.29
Londres, 24
San Pablo de, 29, 278, 283
López Gayarre, P. A., 549n.4
López Manzanares, Gema, 20, 22, 23, 25, 123, 124, 542n.23, 551nn.18, 22, 23, 25, 552n.26, 558n.20
López Mozo, Ana, 550n.12
Lucca, campanile de, 499
Lugo, Guimarei, 124
Luxemburgo, puente de, 29

Madrid, San Francisco el Grande, 267, 274, 305, 457
Maillart, Robert, 127
Mainstone, Rowland J., 5, 186, 187, 448
Mairle, Lorenz, 540n.4
Mallorca, Palma de, catedral, 29, 108, 170, 494, 495, 508–512, 532
Malta, iglesia de Mosta, 457
Manresa, 174
Mantes, puente de, 554n.22
Mañas Martínez, José, 543n.9
Marcelo, teatro de, 194
Marconi, Nicoletta, 551nn.23, 25
Mariátegui, Eduardo, 546n.2
Mark, Robert, 153, 467, 532
Marvá y Mayer, José, 18, 19, 24, 26, 379, 382, 537n.2
Martínez de Aranda, Ginés, 142, 145, 146, 147, 246, 307, 396, 543nn.8, 9
Matheu Mulet, P. A., 512
Maunder, E. W. A., 561n.54
Mayniel, 109, 541n.13
Medina de Rioseco, iglesia del convento de San Francisco, 482
Mehrtens, G. C., 47
Menéndez Pidal, Gonzalo, 543n.7
Méry, E., 36, 86, 87, 95, 96, 97, 101, 526, 538nn.1, 2
Mesopotamia, 1, 17
Mesqui, Jean, 177, 178, 545nn.29, 30
Micheville, chimenea de, 500, 560n.48
Michon, 116, 121, 382, 479, 526, 530
Mieres, Guillem, 170, 544n.24
Miguel Ángel Buonarroti, 455
Milá, casa, 554n.16
Milán, 168, 544n.20
Milankovitch, Milutin, 38, 95, 423, 539n.8
Milliet de Chales, Claude-François, 306, 553nn.3, 4
Millington, John, 560n.45
Módena, la Ghirlandina, campanile, 499
Mohr, Otto, 533, 540n.5
Mohrmann, Karl, 380, 399, 423, 466, 472, 480–482, 483, 486, 487, 488, 505, 506, 507, 508, 530, 538n.8, 543nn.10, 15, 560n.49
Monasterio, Joaquín, 109, 110, 111, 116, 117, 121, 526, 541n.14, 542n.19, 555n.28
Monier, sistema de, 82
Montefiascone, Santa Margarita, 266, 272, 273, 274, 551nn.18, 20
Montepulciano, San Biagio, 390, 391
Montpellier, Academia, 553nn.9, 10
Morbegno, puente de, 29
Morey, Guillem, 170, 544n.24
Morley, Arthur, 47
Mortet, Victor, 544n.20, 545n.30
Moseley, Henry, 36, 37, 38, 64, 72, 106, 423, 525, 526, 527, 538n.1, 540n.8, 542n.20, 554n.13
Mosta, iglesia de, en Malta, 457
Mota, Guillermo de la, 174, 175
Moya, Ramiro, 297
Muller, J., 555n.28
Müller, Werner, 138, 142, 476, 544n.17, 550n.16, 559n.35
Munich, 537n.2, 556n.6

Nápoles, 176; Castel Nuovo, Sala dei Baroni, 495, 544n.22
Narbona: catedral de, 495; Guinguamps, Juan de, 174; Vecian de, 172
Navascués, Pedro, 149, 372
Navier, L. M. H., 12, 15, 17, 18, 29, 111, 116, 397, 467, 528, 530, 532, 538n.13, 541nn.13, 14, 554n.18
Neal, B. G., 127, 542n.25
Nervi, Pier Luigi, 127
Nielsen, M. P., 542n.25

Nueva York, catedral de San Juan el Divino, 440
Nüremberg, Fleischbrücke, 539n.10
Nussbaum, Norbert, 544n.22

Ochsendorf, John A., 95, 97, 111, 114, 115, 540n.8, 542n.23, 557n.18
O'Dwyer, Dermot, 559n.37, 561n.54
Ogubio, teatro de, 194
Onat, E. T., 528
Oppenheimer, Irving J., 449
Orense, Monasterio de Melón, 541n.17
Orleáns, puente, 554n.22
Oesterr. Ingenieur-und Architekten-Verein. Ver Asociación de Arquitectos e Ingenieros Austríacos.

Palladio, Andrea, 8, 193–201, 250, 252, 257, 261, 274, 275, 284, 286, 313, 314, 315, 323, 326, 329, 339, 420, 422, 465, 545n.6, 549n.6
Paniagua, J. R., 549n.7
Panteón, 135, 184, 200, 277, 278, 283
Parent, A., 319, 322, 339
París, 148; Concorde, puente de la, 356, 368; Inválidos, 29; Nemours, puente de, 368; Neuilly, puente de, 356, 366–368, 554n.22; Nôtre Dame, 495; Pont Neuf, 326; Pont Royal, Tullerías, 326, 354, 355; Saint-Maxence, puente de, 356, 368; Santa Genoveva, 13, 29, 267, 274, 276, 357–358, 364, 529, 552n.26, 554n.21; Val de Grace, iglesia de, 339
Parland, Herman,116, 118, 119, 120, 121, 528
Parma, campanile, 499
Parsons, 5, 451, 453, 454, 539n.10, 552n.27
Patte, Pierre, 276, 372, 555n.27
Pearson, K. 523
Peña, Pedro de la, 245
Perpiñán, 174; St. Jean, 495, 544n.22
Perret, Pierre, 259, 260
Perronet, Jean Rodolphe, 8, 13, 15, 28, 187, 317, 352, 355, 356–368, 370, 379, 380, 381, 382, 401, 402, 405, 406, 434, 524, 526, 537n.5, 546n.16, 554n.23, 555nn.24, 25, 556n.5
Persy, N., 530
Petit, 95, 116, 397
Petronotis, Anargyros, 136, 278
Picon, Antoine, 554n.20
Pieper, Klaus, 532
Pilgrim, Ludwig, 95
Pino, iglesia del, 174
Pippard, A. J. S., 82, 540n.7
Pisa: San Niccola, campanile, 499; torre inclinada, 499, 560n.43
Pla Cargol, Joaquín, 544n.23
Planat, P., 467, 530, 559n.39, 560n.49
Plauen, puente de, 29, 406
Plinio, 181
Plo y Camín, Antonio, 144, 305–314, 323, 431, 551n.24
Poleni, Giovanni, 54, 444–446, 455, 456, 458, 460, 524, 529, 531, 551n.22, 558n.30
Poncelet, Jean-Victor, 72, 523, 526, 527
Pont du Gard, 317–318, 326
Pontones, P., 293, 369–372, 374
Porta, Giacomo della, 267
Prager, William, 88, 528
Prony, Gaspard R., 555n.28
Prudencio, 134
Puppi, Lionelo, 545n.6, 546nn.7–10

Rabasa, Enrique, 542n.23, 543nn.8, 9, 553n.3
Ramos, Antonio, 555n.28
Rankine, W. J. M., 56, 60, 106, 107, 381, 402, 407–413, 415, 423, 428, 430, 432, 433, 439, 462, 495, 514, 530, 557nn.12, 13, 558n.21, 560n.48
Rasch, Jürgen, 135, 136, 459, 460, 546n.12, 559n.31
Regnier, 15
Reichensperger, August, 543n.11
Reims, catedral de, 140
Reinhold, 380
Rejón de Silva, Diego A., 549n.7
Renacimiento, 141, 177, 179, 181–, 208, 225, 257, 265, 458, 459, 463, 521, 559n.35
Rennie, George, 15, 66
Rerone, puente medieval, 196
Résal, 19
Reynaud, Léonce, 538n.12
Rímini, puente romano de, 195, 196

Ritter, 95
Roca, Bernat, 170, 544n.24
Rocky River, puente sobre el, 29
Rodríguez, Ventura, 274
Rojas, Cristóbal de, 201–203, 280
Roma, 135, 136, 176, 184, 339; Baco, templo de, 200; Bramante, tempietto de, 200; Coliseo, 363; Constantino, Basílica de, 544n.22; Il Gesú, 274; Madonna de Miracoli, 274; Marcelo, teatro, 194; Minerva Médica, 200, 453, 559n.31; Panteón, 28, 29, 135, 184, 200, 277, 278, 283, 377, 441, 447, 453, 455, 457, 459, 460, 463, 546n.12, 551n.19, 552n.32, 559n.31; Sant'Andrea al Quirinale, 463, 465, 559n.34; Sant'Andrea della Valle, 273; Sant'Andrea in Via Flaminia, 559n.34; San Carlo a'Catinari, 274; S. Giacomo degli Incurabili, 559n.34; Santa Maria in Cosmedin, campanile, 499; San Pablo Extramuros, iglesia de, 29; San Paolo, basílica, 267, 269; San Pedro, 29, 241, 257, 258, 266, 267, 268, 269, 277, 278, 283, 390, 391, 397, 444–446, 453–458, 461, 551nn.19, 22; Sam Pedro, bóveda nave, 341; San Pedro, cúpula de, 200, 268, 269, 524, 529, 531, 551n.22, 268, 269, 531; San Pedro, fachada, 363; Santa María en Vallicella, 266, 272, 551n.18; Vaticano, 551n.19; Vesta, templo de, 200
Rondelet, Jean, 15, 18, 19, 21, 22, 28, 95, 195, 198, 199, 01, 276, 364, 377–379, 529, 538n.13, 545n.6, 546n.9, 552n.28, 555n.2
Roriczer, Matthäus, 152, 543n.16
Rosenberg, G., 467, 532
Rosenthal, Earl E., 538n.2
Roy, E., 382
Rubió y Bellver, Joan, 62, 509, 510, 511, 530, 532, 538n.13, 561n.53
Ruddock, Ted, 66, 151, 153, 546n.15
Ruiz Hernando, Antonio, 546n.13
Rupérez Almajano, Nieves, 550nn.9, 11
Rusconi, G. A., 195, 198
Rusia, ingenieros de, 382

Saalman, H., 545n.3
Saavedra, Eduardo, 72, 116, 428, 527
Sádaba, Javier, 556n.1
Sagrera, Guillermo, 174, 176, 544n.22
Saint Denis, 137
Saint Gervais, iglesia de, 362
Saint Guilhem, 60
Saint Martin des Champs, 362
Saint Rollox, 560n.48
Saint Sulpice, 362
Sainte-Chapelle, 148
Salamanca: catedral de, 207, 258; Monterrey, palacio de, 548n.8; universidad de, 546n.2
Salcano, viaducto de, 28, 29, 406
Salimbeni, Leonardo, 529
Salomón, templo de, 551n.19
Sanabria, Sergio L., 207, 208, 227, 228, 230, 231, 233, 234, 235, 543n.9, 546nn.1, 2, 547n.3, 548nn.10, 12
Sánchez Taramas, Manuel, 555n.28
San Carlo, Milán, 457
San Esteban de Gormaz, puente de, 372
San Francisco, iglesia del convento, en Medina de Rioseco, 482
San Francisco el Grande, 305, 457, 551n.24
San Juan el Divino, catedral de, en Nueva York, 440
San Miguel, fray Andrés de, 546n.11
San Nicolás, fray Lorenzo de, 115, 199, 239, 240–256, 258, 289, 300, 301, 302, 305, 307, 310, 372, 397, 429–432, 441, 542n.18, 549nn.1, 2, 6, 8, 550n.11, 556n.4
Sanpaolesi, Piero, 188
San Petersburgo, San Isaac de, 530
Santo Domingo, iglesia de, 545n.27
Santa Maria del Fiore, 186, 188, 551n.19
San Pablo, catedral de, 278, 283, 457, 524, 528
Santa Sofía de Constantinopla, 17, 29, 136, 377, 391, 392, 441, 448, 457
Santa Sofía de Salónica, 391, 392
Santo Tomás de las Ollas, iglesia de, 559n.33
San Vitale, Rávena, 17
Sauvage, Martin, 17
Scamozzi, Vincenzo, 274, 275, 284, 314, 315
Scheffler, Hermann, 60, 72, 455, 458, 527, 530
Schübler, J. J., 144

Schuttermayer, Hans, 152
Segovia (ca. 1530), 169, 544n.20
Segovia, catedral de, 258, 546n.13
Sejourné, Paul, 59, 176, 405, 526, 537n.4, 538n.11, 538n.13, 540n.9, 545n.5, 557n.11
Senent, Rosa, 555n.23
Serlio, Sebastiano, 200, 259, 274, 275, 284, 314, 326, 329, 339, 463, 464, 465, 559n.31
Serra, Amadeo, 544n.22
Serra i Rafols, E., 544nn.20, 24, 25
Sevilla, alcázar de
Sganzin, Joseph M., 526, 555n.27
Shelby, Lon R., 138, 153, 544n.19, 542n.4
Siena: catedral, campanile, 499; torre del Mangia, 499
Silberschlag, J. E., 2
Sisbert, Bartomeu, 544n.24
Smars, Pierre, 542n.23
Snell, George, 40, 41, 61
Solís, Carlos, 556n.1
Soo, Lydia M., 552nn.30, 31, 34
Soufflot, J.-G., 13, 357, 364, 366, 368
Spangenberg, H. J., 557n.11
St. Ouen, chimenea de, 500
St. Rollox, chimenea de, 500
Stieglitz, Chr. L., 543n.11
Stirling, J., 524, 529
Straub, Hans, 137, 188, 189, 194, 270
Street, Georg E., 170, 173, 494, 544n.20, 544n.22
Sturm, L. C., 144, 286
Stüssi, F., 404, 556nn.6, 7
Suárez Quevedo, Diego, 550n.8

Tamayo, Alberto, 545n.31
Támesis, puente sobre el, 58, 405–406, 556n.8
Tarragona, catedral de, 174
Telford, Thomas, 58, 405–406, 556n.8
Tello, León, 288, 553n.3
Terenzio, Alberto, 28, 447, 538n.13, 546n.12
Teston, puente de, 402–403
Theodorides P., 278
Thiele, R., 537n.2
Thode, Dierk, 17, 538n.13
Thompson, D'Arcy W., 556n.3
Todhunter, I., 523
Toledo: iglesia de, 254, 258; ordenanzas de
Tolosa, catedral de, 544n.22
Torija, Juan de, 556n.4
Torino, Politécnico de, 559n.34
Torres Balbás, Leopoldo, 544n.22, 545n.2
Tortosa, catedral de, 174
Tosca, Tomás Vicente, 2, 264, 288–302, 306, 307, 398, 495, 502, 553n.3, 560n.43
Toulouse: catedral de, 495; Pont-Neuf, 326
Tourtay, 22, 23
Toussaint d'Angers, iglesia de, 29
Trautwine, John C., 402, 557n.16
Tredgold, Thomas, 406, 556n.9
Trezzo, puente sobre el río Adda, 176, 405, 406
Truesdell, Clifford A., 54, 539n.6
Turriano, Juanelo, 203–206

Ungewitter, G. G., 67, 148, 151, 152, 289, 290, 380, 399, 423, 424, 426, 444, 467, 472, 473, 480, 481, 482, 483, 486, 487, 488, 504, 505, 506, 507, 530, 539n.8, 543n.15, 560n.49

Valdés, Nicolás, 555nn.3, 4
Valencia: basílica de los Desamparados, 559n.34; cimborrio de la catedral, 293, 294–299
Valleras, Arnaldo de, 174, 175
Vallfogona, Pedro de, 174
Vallicella, Santa Maria in, 551n.18
Vandelvira, Alonso de, 246
Vanvitelli, Luigi, 458, 551n.22, 558n.30
Varro, 183
Vaticano, obelisco, 551n.19
Vauban, S. L. P. de, 557n.16
Vegni, Leonardo, 552n.33
Venecia, 193, 199, 263; campanile de San Marcos, 499; puente de Rialto, 393, 539n.10
Vétheuil, iglesia de, 425
Verona, teatro de, 194
Vicat, 18, 19, 111, 541n.14
Vicenza, 194; puente de, 196
Vicoforte, cúpula de, 559n.34

Vieille-Brioude, puente sobre el río Allier, 555n.24
Viena, 159, 160, 161, 164, 168; Tratado gótico de, 156, 157, 158, 159, 166, 543n.11
Vignola, 284, 320, 458, 552n.33, 559n.34
Villacastín, iglesia de San Sebastián, 547n.3
Villarceau, Yvon, 60, 527
Villard de Honnecourt, 138, 139, 140, 141, 292
Villeneuve, puente de, 29
Vinci, Leonardo da, 40, 329, 404, 540n.6, 550n.15, 556nn.6, 7
Viñas, Enric, 544nn.21, 22
Viollet-le-Duc, E., 13, 148, 184, 380, 425, 466, 502, 541n.11, 542n.24, 544n.22
Vitruvio, M., 12, 134, 135, 149, 177, 181, 200, 201, 208, 274, 275, 284, 320, 342, 459, 543n.12, 546n.11
Vittone, Bernardo, 267, 276, 551n.25

Walter, Caspar, 373, 374
Walther, 541n.15
Wanderley, G., 379, 555nn.3, 4
Warren, John, 136
Warth, Otto, 20, 468, 538n.8
Weale, John, 405
Westminster, 127; abadía de, 279, 280; puente de, 151, 153
Wettingen, puente sobre el Limmat, 557n.9
White, Lynn, 545n.28
Wiebenson, Dora, 181
Willis, Robert, 499
Winkler, Emil, 72, 73, 527
Wittkower, Rudolph, 465
Wittmann, W., 530, 537n.2
Woodbury, D. P., 411, 412
Woolwich, Escuela de, 555n.28
Wotton, Henry, 240, 263–266
Wren, Christopher, 202, 240, 278–284, 331, 458, 524, 528, 552nn.29, 30, 31, 34

Xanten, catedral de, 532

Young, Thomas, 55, 56, 57, 377, 381, 383, 406, 558n.20

Zamboni, Baldassare, 199, 200, 545n.6, 546n.9
Zaragozá, Arturo, 297
Zaragoza, 138, 169, 178, 545n.31; Puente de piedras, 178–179, 191, 545n.31
Zorn, Eberhard, 512, 513, 532

Índice de temas

Ábside, estribo, 151, 424–425
Acero, 11, 77–79, 82, 86, 88, 126–127, 376, 518, 528, 537n.3
Acueductos, 317, 406
Ad quadratum, 160–162, 166
Adherencia, 18, 22, 26, 31
Adobe, 17
Agrietamientos, 4, 26; Heyman, 88–89
Agrimensor, 302
Agua: drenaje, 59; entrada de agua en las techumbres, influencia en el empuje, 505; paso en los puentes, 189, 359, 364–366; presión hidrostática, 59, 60; rellenos, 59, 93; retallos de estribos, 422; sistemas de desagüe en puentes, 176
Aguja, 138; análisis de membrana, 441–442, 545n.4; espesor, 501, 545n.4; papel estabilizante en los cruceros, 279; relación con cúpulas poligonales, 186, 545n.4; torres, 221, 547n.5
Albañiles, 240, 337, 549n.2; jornales en el gótico, 350
Álgebra, 554n.12; Couplet, espesor arcos, 339; Frézier, 340–341
Aligeramiento; cimborrio, 298; puentes, 556n.7; riñones de los puentes, 204
Altura límite, 15, 28, 407, 537–538nn.5, 6
Análisis, 71; científico, 375, 523–532; construcción tabicada, 549n.5; cúpulas, de equilibrio, 444–446; edificios, el método de los bloques, 502–508, 532; elástico, 12, 14, 29, 72, 77–79, 82, 376, 527–528, 532, 556n.7; de equilibrio (líneas de empujes), 375, 380; espacial de bóvedas, 470–472, 530, 532; «funicular» por ordenador, 559n.37; métodos de, 375–376; métodos gráficos de, 439–440, 514, 526, 530–532, 539n.4, 540n.9; ordenador, por, 21, 470, 559n.37; pilares góticos, 501–515; puentes, 406, 556n.7; de rotura, 375, 455, 276, 322, 524–526, 529, 530, 539n.1, 552n.36; siglo XIX, métodos de, 375–376. *Ver también* membrana
Análisis dimensional, 401
Análisis Límite, 7, 8, 126–129, 517–521, 528, 532, 539nn.4, 3, 540n.5; arbotantes, 89; arcos, 71–129, 434–435; armadura de madera, 127; bóvedas o estructuras espaciales, 434–435, 479, 502, 532; bóvedas, 89, 129; cúpulas, 89, 528–532; edificios: el método de los bloques, 501–, 530, 561n.54; estribos simples, 129; flechas, 89; grietas, 558n.26; «método de los cortes», 347–348, 435, 517–518; pórticos, 77–79, 86–87, 89,

Análisis límite (*continuación*)
528; principios, 30–34, 74, 79, 434; puentes, 89; rosetones, 89; vigas, 528; *Ver también* cúpulas; bóvedas de crucería y teoremas fundamentales
Analogías antropomórficas, 6; arcos, espesor de, 231; bóvedas de crucería, dimensionado de los nervios, 218–220; dimensionado, 242; puentes, 177; San Pedro de Roma, 258; templos, 208–209, 210, 257–258; torres, 223
Analogía con la naturaleza, 185, 357
Anfiteatros, 559n.33
Antigüedad, 6, 8, 61; aparejo en seco, 319, 331; bóvedas de arista, 349; cúpulas de sección variable, 339; influencia en el Renacimiento, 181; modelos a escala, 135; proporciones, 357; reglas, 133–136, 278, 387, 517, 519; tamaño de los edificios, 377; templo de Salomón, 551n.19
Aparejador, conocimientos de, 322, 325
Aparejo, 3, 11, 12; en espina de pez, 188; fractura de estribos, 109–111, 114, 541nn.14, 15; influencia en el espesor de los arcos, 317; influencia en la estabilidad de los puentes, 204; influencia en la resistencia de las pilas, 316, 537–538nn.5, 6; influencia en la seguridad de los puentes, 319; muros, 20, 21; resistencia de las fábricas, 23–24, 26, 364, 538n.8
Apeo, 40; gótico, 140
Árabe, origen de la bóveda de crucería, 349, 545n.2
Arbotante, 63, 67, 166, 209, 466, 501–515; análisis, 89, 560nn.49, 51, 561n.53; descimbrado, 3; deslizamiento en cabeza, 121; empujes resistidos, 247, 414, 503–505, 508, 509, 511, 560n.51, 559n.39; espesor, 142–143; estribos simples o botareles, 427; Gaudí, 557n.14; ideal, 557n.14; ligereza, 343; localización, 140, 470, 542n.6; mecanismo de colapso, 84, 85; Palma de Mallorca, 561n.53; reglas estructurales, 157; tipos, 4; Villard de Honnecourt, 140, 542n.6
Arcada, 501; Blondel, 284–286; de contención, 530; estribos, 418, 420–422, 548nn.8, 9; gótica, 138; oblicua, 410–411; renacentista, 193–194, 195–199, 231, 548nn.8, 9
Arcilla: mortero, 18; techumbre de madera y arcilla, 546n.11
Arco, 1–2; acciones asimétricas sobre, 394; apoyos y movimientos, 72–86, 88–89, 122–123; arranques, 40, 42, 43, 46, 47, 49, 50, 84, 94; cálculo científico, 9–130, 240, 319; cargas adecuadas, 329–331; cargas verticales, 43, 44; comportamiento estructural, según Alberti, 182–183; contrarresto, 61–69, 280–284; cortes de cantería, 202–203; cúpulas, comparación con, 435–437, 439; deformaciones, 332, 541nn.11–12, 542n.23; desplazamientos, relación entre, 448; elástico, 47, 72, 527–528, 532; elíptico, 246, 265, 300, 321, 332, 355, 372, 397, 399; empuje, 371, 414, 550n.15, 551n.17; «equilibrados», 58, 59; equilibrio, 35–69, 434–435; esbeltez, 394–395; espesor límite, 50, 92, 94–100, 394–403, 449–450; estabilización, 151; estereotomía, 246; estética, 246; etrusco, 38, 39; forma ideal, 53, 54–56, 58, 59; Frézier, sobre, 339–344; geometrías de equilibrio, 339–340; geostático, 60; grandes deformaciones, 75–76, 121–126, 395, 541nn.11–12, 542n.23; hidrostático, 60; hiperestático, 71, 72, 434–435; hormigón armado, 73, 539n.3; intradós poligonal, 292; junta de rotura, 204, 276, 368, 322, 524–526, 537n.3; ladrillo, 184; límite, 92, 94–100; línea de empujes, 38–61, 394–395, 434–435; luz máxima, 363, 364, 540n.9, 556nn.6–9; madera, 72; mixto de intradós de medio punto y trasdós apuntado, 289; modelos colgantes: bloques, 57–58; cables, 55–57; modelos de yeso, 302; movimiento por cedimiento de apoyos, 50, 72–86, 88–89, 121–126; origen, 1; parabólico, 560n.41; peso propio, 235–236, 314; pinjantes, 291, 292; precompresión previa, 205, 546n.16; primeros teoremas sobre arcos, 240, 263–266, 545n.1, 550n.15; rampante, 80, 333, 423; rellenos, 59–61, 236; riñones, 46, 50, 151; sección variable, 339–340, 342; seguridad, 91–104,

107–108, 394–403, 542n.23; simétrico, 40–42, 45, 86, 92, 100; tabicados, 554n.16; tamaño y proporción, 394–395; tensiones, 394, 395, 403, 527; tipos, comparación, 322–323, 332, 343–344; torales, 453; tranquil, por, 503; trasdosado, 57, 102, 284–286, 510, 511; trazado científico, 339; triarticulado, 75, 100, 527. *Ver también* arbotantes; colapso de arcos; empuje de los arcos; ensayos de colapso; espesor, arcos; estribos, arcos; teoría de arcos

Arco adintelado: cargas resistidas y empuje, 332; empuje, 346–347, 502; estribo, 323, 334, 336–337; gótico, 140; juntas verticales, 264–265; mecanismos de colapso, 84, 333; regla gótica nl 1 aplicada a, 306; sismos, Tosca, 290–292

Arco apuntado, 47, 49, 77, 96, 101, 102, 122–123, 544n.18; Alberti, 183–184; altura de carga, 233, 234; arbotante, como, 247; cantidad de material, 343–344; capacidad portante, 319, 321, 332; cimborrio, 294–299; crítica 265–266, 343–344; debilidad, 266; dovelas, 343; empuje, 142–143, 285, 294–299, 319, 321, 323, 332; ensayos, 333; espesor (en la clave), 342; estribos, 145–151, 227, 234–237, 284–286, 294–299; forma de colapso, 289, 298, 333, 398–399, 473–476; labra de la clave, 138, 344; ligereza, 343–344; papel estabilizante de la clave, 102, 298–299, 398, 399, 400; pilares, 343; Plo y Camín, 307, 309; puentes, 319; rellenos, 397; San Nicolás, Fray Lorenzo, 246, 247; semejanza con la catenaria, 343–344; tajamar, 260–263; Tosca, 289–290; trazado, 145; ventajas, 343–344, 350

Arco carpanel, 100, 124, 265, 359, 368; puentes, de varios centros, 397, 399, 526

Arco catenario, 54, 58, 59, 92, 97, 398, 444

Arco crucero, 162–166, 209–212, 218, 544n.18, 547n.4; análisis, 468–476, 559n.36; arcos apuntados, 294–299, 544n.18; en bóvedas de arista, 251; bóvedas vaídas, 482–485; cimborrio, 294–299; clave, 220, 486, 559n.36; empuje, 296–299, 478, 559n.36; gran arco crucero, 164–166; línea de empujes, 559n.36; pequeño arco crucero, 164–166; peralte en cimborrio, 295; peso, 478; como huesos, 357

Arco de descarga: de medio punto para arcos rebajados, 183–184; muro superior de las arcadas, 420–421; en los muros hacia contrafuertes o estribos; 479, 559n.39; Panteón de Roma, tambor, 455; puentes, en los riñones, 204

Arco escarzano, 46, 95, 100, 102, 118

Arco formero, 209–212, 214, 218, 482–485, 489, 544n.18, 559n.39

Arco de medio punto, 76, 83–84, 92, 95, 100, 122–125; Alberti, 182–183, 184; como arco de descarga, 183–184; capacidad portante, 319, 321, 332; empuje, 142–143, 319, 321, 323, 332; espesor, 225, 226, 229, 340, 341–342; espesor mínimo, 98, 99, 100, 101, 339, 340–342, 394–396, 449–450; estribos, 145–151, 191, 202; ideal, 182–183, 203–204, 246, 247, 249, 252, 265; comparación con la catenaria «ideal» mecánicamente, 342, 343–344; en intradós, 289, 339–340; mecanismo de colapso, 100, 101, 342, 398–399; nervios cruceros, 162, 544n.18; puentes, 317–319; Rodrigo Gil, 209, 215, 217–220, 547n.4; tablas de Gautier, 326–329; Tosca, 289, 301; transformación afín, 407–413; de trasdós plano, 225–231

Arco peraltado: empuje, 143; estribos, 145–148, 284–286; transformaciones afines, 407–413

Arco perpiaño, 143, 165–166, 209, 209–212, 214, 218, 482–485, 508–515, 544n.18, 547n.4, 548n.8

Arco rebajado, 46, 66, 75–76, 84, 102, 109, 120, 121, 124; Alberti, 183–184; arco de descarga, como, 204; capacidad portante, 319, 321; coeficientes de seguridad geométricos, 395, 396; empuje, 142–143, 299, 319, 321, 323, 433; ensayos, 80, 333; espesor límite, 97, 339, 395–397, 449–450; estribos, 145–151, 191, 227, 228, 234–237, 285–286, 549n.14; forma de colapso, 80,

Arco rebajado (*continuación*) 333, 398–399; nervios, 477; quasicatenarios, 398–399; transformaciones afines, 407–413; vigas, comparación con, 182
Arcueil, piedra de, 362
Arenisca, 480, 481, 488, 492, 538n.8
Argamasa. *Ver* Mortero
Aristón o arco de boquilla, 188–190, 194–195
Aristóteles, 266
Aritmética, 236; compendio de García Berruguilla, 302; métodos para traza planta gótica, 210, 544nn.17–18
Armaduras, 127; árabes, 545n.2; empuje, 414, 550n.17; góticas, 217–218; peso sobre las bóvedas, 341–342; peso sobre los muros, 341; peso sobre los muros sin empujes, 245; peso sobre los pilares, 317
Arquitecto, 61; actual, 105; barroco, 3; bizantino, 136; Congreso de expertos de Gerona, 138, 168–176, 544nn.20, 24; conocimientos algebraicos y geométricos, 322; gótico, 3, 4, 207, 222, 225; medieval, 7; moderno, 3, 11; reglas, empleo de, 517; Renacimiento, 3, 5, 6, 195, 207, 225; romano, 3, 4, 459; s. XIX, del, 116
Arquitectura civil, 288, 372–373
Arquitectura hidráulica, primer tratado, 203–206
Arquitectura oblícua, 410–411
Arquitectura tradicional, 67, 520
Articulaciones, 32–34, 75–76, 79–87, 90–92, 95–96, 99, 540nn.6; arco apuntado, 122; arco escarzano, 95; arco medio punto, 76, 95, 122, 124; arcos rebajados, 75, 76, 84, 85; clave, 109, 123, 530, 558n.27; constructivas, 527; cúpulas, 530, 558n.27; ensayos, 332–334; espesor, en función de, 401; estribos, 86, 106, 560n.52; línea de empujes, 86, 122; mecanismos de deslizamiento, 116, 119; pórticos de acero, 79, 86–87. *Ver también* colapso, mecanismos de

Barroco, 3; alemán, 4; bóvedas de cañón, 141, 144; cúpulas, 455, 458, 463, 559nn.34–35; Fontana, Carlo, 266–278; fuentes, 138, 141–151, 521; Italia, 461; muros, 67
Bielas, mecanismo por formación de, 304–305, 525, 525
Bizancio: aparejo, 24; arquitectos, 136; columnas, 30; estructuras de las iglesias, 501; ladrillos cocidos, 17; proporciones, 136; regla para el dimensionado de los pilares, 278; sistemas de contrarresto de cúpulas, 4, 453; tratados, 136
Botarel, 63, 121, 426, 502, 557n.14
Bóveda:abanico, 89; adintelada, 528; altura, 208–209, 212; análisis de equilibrio, 434–435; análisis límite, 8, 30, 539n.4; arranques, 295, 542n.6; asiento de, 546n.16; barrocas tardías alemanas, 4; bizantinas, 501; catenarias, 398; colapso, 73–74, 82, 108–109, 342; colaterales, empuje nulo, 296–298; comportamiento estructural, 249–251; compuestas, 254, 345, 346–348, 459; construcción, 239–240, 539n.7; de contención, 62; de contrarresto, 64; doble curvatura, 247–248; embecaduras, 186, 549nn.7–8; estabilidad, 249–251; estereotomía, 248; estudios sobre, hasta el siglo XVII, 248; etimología del nombre, 248; grietas, 75–78; hormigón, 135; hormigón armado, 82; hundimientos, 82, 217–218, 542n.23, 543n.6; informes, 195–199, 544n.20; de ladrillo, 242, 244, 245, 301, 310–313, 380, 429; medición, 249, 302, 556n.4; medio punto, 142–143, 307, 378–379; modelos de yeso, 302; módulo de elasticidad, 538n.11; movimientos durante la construcción, 511–512; peraltadas, 142–143; peso, 249, 317; de piedra, 242, 244, 245, 301, 309–313, 429–432; de puentes, 176–179, 189–190; rebajadas, 142–143, 185, 191i, 378–379, 395–397, 549n.14; rebajadas tabicadas, 84–86, 549nn.5, 7; rebaje, influencia en el empuje, 300; rellenos, 59–61, 184–186; renacentistas, 184–186; replanteo, 185; riñones, 191, 204, 212; romanas, 21; románicas, 501; seguridad, 108; simétricas, 104; tamaño, 164, 176, 478; trasdós para bóveda en equilibrio sin rozamiento (Parent), 322; tratados, 135–136, 338–352, 549n.6; túneles,

59–61; Wren, 278–284, 285. *Ver también* espesor, bóvedas; empuje de las bóvedas; puentes
Bóveda de arista, 248, 251, 348–349, 351–352, 427, 524, 528–532, 544n.22
Bóveda de cañón, 3, 101, 124–125, 247, 501; análisis, aplicado a cúpulas, 276; barroco, 141, 144; cargas sobre, 411–412; carpanel, 397; elípticas, 372, 397, 411–412, 433; empuje, 302, 346–348, 528–529; equilibrio, 35–69; espesor, 248, 394–395, 487; estribo, 284, 300–301, 302, 350, 548nn.8, 9; estribos simples para arcos y bóvedas de cañón, 413–; geometría, 349; línea de empuje mínimo, 418; con lunetos, 144, 251, 342, 427, 430; método de los cortes, 347–348, 435; proyecto de bóvedas de cañón, 477; relleno, 395–397, 411–412; Renacimiento, 141, 144, 239; románicas, 101, 124; tablas de Petit, 397; tablas de Woodbury, 411–412; teoría, 523–528; transformación de arcos: el teorema de la «proyección paralela», 407–413; transformación afín de bóvedas sobre estribos, 432–433; volumen de piedra, en comparación con otras bóvedas, 351–352; Wren, 284
Bóveda de crucería, 89, 129, 166, 501; análisis, 502, 524, 528–532; arco perpiaño (arcos principales o transversales), 143, 165–166, 209–212, 214, 218, 300, 508–515, 544n.18, 547n.4, 548n.8; arranques o jarjamento, 212, 213, 215, 220, 467, 470, 473, 479, 485, 486, 487, 488, 490, 492, 542n.6; bóvedas vaídas, 482–485; de cabecera, 152; catenaria, 470; claves, 162, 210, 477–478; colapso durante la construcción, 473–476; construcción, 141, 209–212, 293, 350, 468–476, 477, 511–512; empujes, 217, 293, 302, 350, 350, 478–485, 494, 502, 503, 504, 508, 559n.39; encofrados y plataformas, 212; espesor, 476–478, 480, 481, 487, 488, 492, 494; estabilidad, 468–476, 478–485, 502; estrelladas, 495, 544n.22, 559n.33; estribos, 286, 293, 300, 350, 376, 435, 466–495; estudio de, 466–468; formas, 468; formero, 209–212, 214, 216, 218, 219, 544n.18, 559n.39; Frézier, 345, 348–352; geometría, 349–352, 468; de Gerona, 138, 168–176, 545n.27; Gil de Hontañón, sobre, 208, 209–212; gótico tardío, 349, 543n.11; hundimientos, 543n.6; intervenciones y reparaciones, 349; juntas, 293; origen, 349, 545n.2; plementería, 162, 211, 212, 217–218, 293, 294, 468, 480; materiales, 293, 294, 480, 487, 488; método de los cortes, 468–473, 482, 559n.38; modelos colgantes, 470–472; movimientos, 511–512; neogótico, 376, 377; nervios, 154, 160, 162–166, 209, 545n.2; peso, 293. 362–363; rebajadas, 485, 560n.42; reglas tradicionales de proyecto de bóvedas góticas, 476–478; reglas para el dimensionado de estribos góticos, 141–144; reglas empíricas para estribos, verificación, 485–494; riñones, 212; San Nicolás, sobre, 251; seguridad, 293; tablas de Mohrmann/Ungewitter, 480–482, 483, 488, 530; tamaño, 169, 477, 480, 494, 495, 544n.22; tamaño límite, 494, 495; Tosca, 293, 294; trasdós, 209; ventajas, 348, 350–352; volumen de piedra, menor en comparación, 351–352
Bóveda en rincón de claustro, 249, 250–251, 351–352, 378, 524, 528–532
Bóveda vaída, 209, 215, 247, 250, 283, 474, 482–485, 492

Cables, 36, 53–58, 83–84, 128
Cadenas de ladrillo, 184
Cal, 18, 91, 21, 23, 25, 458, 546n.16
Cálculo científico, 2–8, 21, 374, 523–532; arcos, 9–130, 240, 523–528; Bizancio, 136; bóvedas, 30, 523–528; bóvedas de crucería, 524, 528–532; cúpulas, 240, 524, 528–532; dependencia del cálculo tradicional, 377, 381–383; elástico, 73–74, 77–79, 527–528, 532, 557n.10; estribos, 9–130, 63, 413, 493–494; Gil de Hontañón, 519; métodos analíticos, 35, 38, 54–56, 68; métodos gráficos, 36–38, 45–50, 56, 60–62, 90, 103, 128, 530–532; puentes, 380–381; siglo XVIII, 374, 523–532; siglo XIX,

Cálculo científico (*continuación*) 375–378, 379, 523–532; siglo XX, 523–532; torres, 495–501
Cálculo tradicional, 2–8, 61, 131-; decadencia, 373, 374, 375–377; Edad Media, 133–179; estribos, 105, 413; Wren, 284; validez, 387–516.
Cálculo plástico. *Ver* Análisis Límite
Caliza, 356
Calzada, muros de contención, 321
Campanas, 254
Campanile, 499
Cantera, 12, 14
Cantería: bóvedas, 248, 250, 309–313; cortes de, 246, 248, 288, 302; cúpulas, 550n.12; gótica, 212; modelos, 202–203; muros de, 245; tratados de, 142, 144, 145, 202–203 553n.3
Canteros, 240, 549n.2; conocimientos, 322, 324, 325; herramientas, 520; medievales, 137, 141–142; procedimientos de los, 14; secretos sobre la montea, 543n.7
Capillas: laterales, 241, 245, 246, 257; templos redondos u ovales, 259, 463–465
Capitel colgante, 138–140
Cargas: accidentales, 394, 436; altura de, 227, 230, 231, 233, 234, 363, 365; arcadas apuntadas, sobre, 285; arcos, variables y asimetrías, 394; arcos cruceros, sobre, 470; arcos perpiaños y claves, sobre, 508–515; arcos de los puentes, peso, 314, 320; armaduras sobre las bóvedas, 341–342; axial, 84, 400; catenarias, 342–343; cimborrio, 294–299; claves, 477–478, 483, 492; clave de un arco apuntado, 184, 247, 289–290, 398–399, 400; clave mayor, peso, 220; colapso, 79, 83–84, 86–92, 109, 126–127, 332; columna análoga, 315–317, 362–364, 365, 537–538nn.5, 6; distribución de, 341; dovelas, 524–526, 552n.36; espesor de los arcos en función de, 289, 318–319, 340–342; estados seguros, 89; estribos, sobre, 197, 202, 433; gráficas carga/desplazamiento, 527–528, 539n.3; historia de, 435, 532; impacto, 435; imprevistas, 93; línea de acción, 42, 48; líneas de carga, 58–61, 398, 399; máxima sobre un puente, 56, 83–84, 92, 318–319; móviles, 56, 92, 93–94; nervios en las bóvedas de crucería, sobre, 473–476; pilares, sobre, 317; pilares góticos, sobre, 209, 508–515; pilas y estribos de puentes, sobre, 359; presiones horizontales, 60–61; puntual, 47, 56, 83–84, 118–120, 341, 399, 476; rellenos, 411–412, 420–422; riñones, estabilización, 151, 185–186, 191, 289, 290; simétricas, 50, 92; sobrecargas, 84, 85, 92, 93–94; tejados, 217–218, 245; transmisión de, 31; tren de cargas, 400; verticales, 43, 44, 45, 53, 58; viento, 496–501, 515, 560nn.50, 51
Cargas, influencia en la estabilidad: bóvedas de crucería, 217; Alberti, 183, 185–186; efecto sobre la línea de empujes, 37, 39, 41, 46, 52, 53, 58, 59; machones en las torres, 253–254, 255; San Nicolás, 250; torres sobre pilas de puentes, 252
Cartabones de los corrientes de las aguas, 303
Cáscaras, 436–442, 558n.19
Casco. *Ver* Plementería
Cascote. *Ver* Relleno
Catapultas, 135
Catedrales, 168–169, 176, 209, 473, 494, 495, 501–515, 532; Beauvais, 494, 495, 532; dimensiones, 544n.22; Estrasburgo, 507, 508; Gerona, 138, 168–176, 488, 489–490, 544nn.20, 24, 545n.27; informes periciales, 168–169, 544nn.20, 24, 546n.13; Palma de Mallorca, 494, 495, 508–514, 532, 561n.53; Valencia, 294–299; viento, 560n.50; Xanten, 532
Catenaria, 36, 53–58, 65, 82, 92, 128; «arco ideal», 342, 343–344, 397–399, 444, 524, 527; arranques, 342; bóvedas de crucería, 470–472; cargas, 343; catenaria no homogénea, 343, 530; cimbras, 343; comparación con arcos apuntados y de medio punto, 343–344, 397–399; construcción de arcos y bóvedas, 398; Couplet, 343; cúpulas, 437–438, 444, 449, 524, 529, 530, 531, 558n.22; dovelas de arcos con forma, 342; ecuación matemática, 54–56, 128, 342, 344; San Pablo de Londres, 278, 524; San Pedro

de Roma, 524, 529, 531; transformación afín, 408; transformada, 56; tratados prácticos de construcción, 342–343; trazado y construcción de arcos con forma, 342–343
Cedencia: condición, 35, 88, 89, 91, 126–127, 439; superficie de, 31–34, 88
Cemento: hormigón, 25; lechada de, 22; mortero de, 18, 25, 546n.16
Cepas. *Ver* Estribos
Chimeneas, 392–393, 495–501, 560n.48. *Ver también* Torres
Cimborrios, 258–259, 260; catedral de Valencia, 293, 294–299, 553n.4; catedral de Toledo, 258; reglas de Simón García, 258–259, 550n.12
Cimbra, 38, 39; ahorro, 359; arcos catenarios, 343; arcos y bóvedas rebajadas, 396; bóvedas como, en los puentes, 253; bóvedas de crucería, 211, 212, 466, 474, 511; bóvedas de espesor insuficiente, 342; cálculo, 345; cedimiento, 72–76; construcción sin: en agujas, 442; en cúpulas, 186, 188, 292–293, 436; ensayo, 330; estribos, 423; flexibilidad, 394, 398; formas poco habituales, 339; generación geométrica, 248; modelo, 81; de puentes, 359, 404, 406; San Pedro de Roma, 277
Cimentación: asientos diferenciales, 108; condición de contorno, 77, 121; empujes contra, 40, 126; fallos de, 241, 395, 542n.23; historia, 545n.29; muros góticos, 156; pilares góticos, 504; puentes, 176–178, 545n.29; San Pedro de Roma, 277–278; tensiones, 538n.8; torres, 223, 254, 547n.5, 560n.48; transmisión de cargas hasta, 184; transmisión de empujes hasta, 453. *Ver también* Terreno.
Cinemática, 387
Clave, 38, 39, 40, 41, 42, 46, 47, 49; anillos de las cúpulas como, 187; arco adintelado, 139, 140; arco apuntado, 124, 289–290, 294–299, 398–399, 400; carga, 50, 81, 101; arcos apuntados, 184, 289, 298–299; descenso, 27, 123, 205, 541n.12; función estabilizante, 102, 298–299, 398–399, 400; grietas, 74–78, 86, 95–96, 100, 109, 333, 479–480; levantamiento, colapso por, 100–102, 289, 290, 298, 398–399, 400; modelo de Boistard, 81; movimiento durante la construcción, 511–512; precompresión, 546n.16; peso sobre, catedral de Palma, 508–515; tamaño, 182; relación inversa con el empuje, 333; puentes, 205, 317; tensión, 556n.7
Clave de arco crucero, 209, 209–212, 216, 220, 294–299, 544n.18, 559n.36
Clave de bóvedas de crucería, 162, 209–212, 350, 466, 468, 216; altura relativa, 486–487, 544n.18; clave mayor, 220; dimensionado, 209, 210, 220, 476–478, 494; papel en la estabilidad, 217–218, 473–476; perforaciones, 212; primarias, 211, 212, 214, 220; reglas no proporcionales, 518, 519; secundarias, 211, 212, 220
Cloacas, 60
Coeficiente geométrico de seguridad, 92–94
Coeficiente de seguridad resistente, 366
Cohesión, 15, 551n.21; estribos de fábrica, 428; morteros, 18, 26
Colapso: formas de, 60, 100–102; hundimiento, 100, 101; Leonardo da Vinci, 540n.6, 550n.15; levantamiento de la clave, 100–102, 398–399, 473–476; reglas con proporciones de, 378, 379
Colapso de arcos y bóvedas, 73–74, 79–92, 398–399, 539nn.1, 3, 540n.6; adintelado, 84, 85, 291; apuntados, 289, 298–299, 398–399; arbotantes, 84, 85; bóvedas de crucería, 473–476; cúpulas, 529–530, 531, 558n.27por desplome de estribos, 108–109, 112, 230–231, 300; ensayo, 329–331; por espesor insuficiente, 342, 394–395, 530; Palladio, 197; rebajados, 398, 399
Colapso, cargas de, 79, 83, 86, 88, 90–91, 109, 126; bóvedas, 197; estribo simple, 432, 541n.15; puentes, en función del tamaño de, 401
Colapso de estribos, 65, 68, 511, 560n.52; estribos compuestos, 426–432; por vuelco, 106, 230–231, 300, 418, 419, 490, 541nn.10–13. *Ver también* estribos, fractura

Colapso, mecanismos de, 73–74, 79–91, 95, 99; bóvedas, 197, 526, 525; cúpulas, 448–450, 529–530, 558n.27; ensayo, por formación de articulaciones, 329–331, 332–334, 527–528, 540n.6; espesor, influencia del, 401, 530; estribos, 560n.52; fallo por deslizamiento, 116–121; mixtos, 116; pórticos, 87, 539n.3; puentes, 109, 110, 366

Columna, 15, 16, 23, 29, 30; análoga, estribos de los puentes en función de, 315–317, 362–364, 537–538nn.5, 6; carga soportada en edificios reales, 362–363; cúpulas, 259, 260; gótica, 138–140; grueso de la, como módulo, 194, 546n.11; orden, 194; plantillas, 194; razón de la, 192, 193; reglas para disminuir, 234

Compatibilidad, condiciones de, 35, 72, 127–128; condiciones, 79, 91, 467; ecuaciones, 79, 438–439, 527, 532

Condiciones de obra, 8

Consolidación de cúpulas, 458

Consolidación de estribos, 428

Construcción: arcos catenarios, 342–343; arcos de sección variable, 339; articulaciones, 527; bóvedas, 240, 539n.7; bóveda de crucería, elementos y construcción, 209–212, 293, 468–476; catedral, 473; errores, 439; estabilidad durante, 473–476; estribos, 539n.7; herramientas, 185; imperfecciones, 532; movimientos durante la, 511–512; teorías y métodos sobre construcción en España, 369–374

Construcciones civiles, tratados, 338

Construcciones militares, tratados, 338

Constructores, conocimientos, 369–370, 399, 517

Contorno, condiciones de, 35, 77–79, 88, 90, 91, 434, 435, 527–528, 532, 540n.5

Contracción. *Ver* Transformación afín.

Contrafuerte, 64, 101, 115, 518; adicionales a los muros, 286, 413, 426–432, 502, 548n.8; cúpulas, 455–456, 551n.22; góticos, 143, 158, 160, 161, 559n.39; románicos, 466; torres, 497. *Ver también* estribos

Contrarresto, 100, 124, 129; arquitectura bizantina, 4; bóvedas colaterales, 296–298; cúpulas, 266–278; regla superficial, 267, 277–278; Gautier, 322; gótico, 138, 141, 157–160; siglo XIX, 377

Contratos de construcción: puentes medievales, 178; San Nicolás, 549n.8

Coro, en España, con bóvedas rebajadas, 560n.42

Coro gótico: estribos del, 152, 154, 155, 161; de Gerona, 138, 168–176; pared del, espesor de la, 154–157, 159, 161, 162, 163, 164

Cortes, método de los, 347–348, 435, 501–502; bóvedas de crucería, 468–473, 482, 559n.38; bóvedas vaídas, 482–485; estribos, 511; soluciones de cúpulas de fábrica, 442–446, 447, 451–453, 455, 460, 465–466, 528–532, 558n.25

Crucero, cargas sobre los pilares, 279

Cubiertas: armaduras, tratado sobre, 302; estructura oculta, 512; entrada de agua, 505; hundimiento accidental sobre arcos o bóvedas, 394–395; madera, procesos constructivos, 240; muros sometidos sólo al peso de las, 245; peso sobre los pilares, 317, 507, 512; templos circulares, 546n.11; viento, 498, 499, 500, 505–508, 560n.50

Cuña, método de la, 304, 524–526, 529, 531, 539n.1, 552n.36

Cuñas de madera, 546n.16

Cúpulas: Alberti, 186–187, 188; arcos torales, 453; bóvedas de cañón, comparación con, 347–348; bóveda «ideal», 265; cálculo científico, 240, 524, 528–532; compuesta de arcos y cornisas, 186; consolidación, 458; contrafuertes, 455–456, 551n.22, 558nn.26,30; decoración, 200; esbeltez, 450, 559n.31; espesor, 200–201, 248–249, 443, 455, 458–459, 546n.12, 552n.36, 559n.31; Frézier, 276, 345, 347–348; Gauthey, 529; Gol Gumbaz, análisis, 451, 452, 455, 457; gradas, 250; grandes cúpulas, 457; informes periciales: Palladio, 199–201; juntas, 248, 250; ley de semejanza geométrica, 390, 391; linterna, 460; matemáticas, 528–529, 531; materiales, 460; óculo, 135, 186, 466,

550n.12; Palladio, 199–201, 339; percepción visual, 267, 270; perfil, 199–201; Poleni, 444–446, 524, 529, 531, 558n.30; proporción del tambor, 135; regla de proporción, 3; seguridad, 249–250, 293, 458; tamaño, 457, 463; Tosca, 289, 292–293; trasdós, 529; tratados, 272, 274, 275; trazas góticas, 451, 544nn.17–18; trazado, 339, 459–461, 461
Cúpulas, comportamiento estructural: análisis límite, 89, 129; análisis de, 440, 558n.29; analogía con los arcos, 446; cargas concentradas, 443; catenaria, 437–438, 444, 449, 452, 455, 524; efecto de pequeños movimientos: grietas meridianas, 446–448, 453, 458, 460, 529, 558nn.26, 30, 531; empuje, 292–293, 440–441, 446–453, 459, 460, 502; empujes, línea o superficie de, 443, 444–449, 451, 452, 455, 458, 460, 461, 465–466; espesor límite, 449–450, 530, 558n.27; estabilidad, 292, 436, 458; estática gráfica, 530–531; forma correcta, 453; forma ideal, 528, 529, 531, 552n.29, 558nn.22, 23; grandes deformaciones, 448, 541nn.11–12, 542n.23; la estabilidad del tambor de contrarresto: el caso de San Pedro de Roma, 453-, 456; sobre las tensiones, 456–457; mecanismos, 448, 450, 529–530, 449; método de La Hire/Bélidor, 529, 531, 539n.1, 552n.36; modelos colgantes, 444, 455, 529, 530, 531; planos de corte, 436, 437; seguridad de las cúpulas de fábrica, 450-; cúpula de paños, 451–453, 454; soluciones de membrana, 436–442, 450, 530, 558nn.19–22; soluciones de equilibrio, el método de los cortes, 442–446, 447, 451–454, 456, 460–461, 465–466, 528–532, 558n.25; tensiones, 28, 453, 457, 29; tensiones de tracción, 14, 443; tracciones, 438–442, 443, 558nn.20, 22; transformación afín de cúpulas: cúpulas ovales, 462–466
Cúpulas, construcción: andamios, 187, 188; aparejo de ladrillo en espina de pez, 188; arranques, 546n.12, 275; cadenas y arcos de ladrillo, 184; cantería, 550n.12; cimbras, sin empleo de, 186–188, 292–293, 436; disposiciones constructivas, 186–188, 292–293; embecaduras, 249, 549nn.7–8; estereotomía, 248; ladrillo, 380, 558n.29; lengüetas, 249, 441, 459; nervios, 448, 451–454; óculos, 250, 292, 436, 438, 453; pilares, 453, 552n.26; rellenos, 441, 458; secciones constructivas, 454
Cúpulas, reglas de Fontana, 266–278; cúpulas dobles: San Pedro, 267–270, 273–274; cúpulas simples, 270–274, 276; influencia posterior, 274–276; sistema de apoyo y contrarresto, regla superficial, 277–278
Cúpulas, tipos: apuntadas, 201, 390, 391, 451–54, 461; barrocas, 455; bizantinas, 278; bóvedas de crucería con forma cupuliforme, 209, 215; dobles, 267–270, 273–274, 460, 530; ovales, 462–466, 559nn.33–35; perlongada, 249, 267; poligonales, 186–187, 188, 347–348, 390, 391, 451–453, 454, 530; rebajadas, 249, 441, 443, 449–450, 458; renacentistas, 186–187, 188, 239, 453, 455; romanas, 3, 28, 135, 184, 339, 453, 459, 463, 546nn.11, 12, 559n.31; románicas, 462, 559n.33; semiesférica, 249–250; simples, 267, 270–274, 276; tabicadas, 440, 441, 550n.8, 558n.22; templos circulares romanos, 277

Deformaciones de los arcos, 331, 527–528, 541nn.11–12, 542n.23
Deformaciones elásticas, 12, 27, 77–79, 527–528
Descarga del trasdós de los arcos, 329–331
Descimbramiento, 3, 7, 38, 39, 72; arbotante, 3, 543n.6; bóvedas de crucería, 217, 279–280, 466, 543n.6; dimensionado previo de estribos, 345; modelo de arco, 52; movimiento, 74–76, 124, 398, 124; precompresión previa, 205, 546n.16; puentes, 205, 366–368
Dimensionado, 29–30, 126, 375, 376, 381–383, 387, 517; Gil de Hontañón, Rodrigo, 207–238; excesivo o insuficiente, 241–242; templos, 133–135
Diques, muros de contención, 321, 557n.16

Dovelas, 31–32, 49; arco de, 38–39, 41, 50, 52, 53, 55, 56, 88, 119; arcos y bóvedas rebajadas, 396; bóvedas en rincón de claustro, 250–251; bóvedas de crucería, de espesor reducido en, 357; caras paralelas, 264; cúpulas, 186, 250, 445, 446, 451, 528, 558n.29; elementos metálicos entre, 189; esfuerzos entre las, 286, 524–526, 529, 531; espesor, 146, 396, 552n.36; forma cuneiforme, 264; grapas y espigas, 121; dirección de las juntas, 182; juntas no planas, 121, 122; labra gótica, 138; «pendans», 343, 344; peso de, en arcos ideales, 524, 552n.36; precompresión previa, 205, 546n.16; puentes, 314, 318, 321; replanteo gótico de las juntas, 139, 140; resaltos entre, 291–292; sin rozamiento, 322, 524, 552n.36; trespuntada, 289

Drenaje, 59

Ductilidad, 432, 439

Economía: arcos apuntados, 343–344; bóvedas de crucería, 349–352; cúpulas, 270; ejecución de estribos, 422–426; formas tradicionales, 398; uso de reglas y gasto de material, 320, 372, 518; mano de obra, 423; material, 364, 557n.16; gótico, 357–358, 370–371; puentes en arco de grandes luces, 406

Edad Media, 7, 133–179; antecedentes: la antigüedad y Bizancio, 133–136; la geometría en el gótico, 136–138; Villard de Honnecourt, 138–140; reglas geométricas góticas en fuentes renacentistas y barrocas, 141–151; reglas estructurales del gótico tardío alemán, 151–168; los congresos de expertos: la catedral de Gerona, 168–176; proyecto de puentes medievales, 176–179; reglas de proporción, 279; replanteo, 134. *Ver también* gótico

Edificios: civiles, 195–199, 548n.8; comparaciones, 278, 283; dimensiones básicas, góticos, 154–156, 544n.22; estribos de, 106, 108; iglesias de una nave, 159, 208, 241, 257, 544n.22; iglesias de tres naves, 257; iglesias de cinco naves, 257; iglesias salón de tres naves, 208–224, 236–237, 512–514, 549n.14; proporciones edificios públicos, Palladio, 194; edificios privados, 194, 241–242; proyecto de iglesias góticas, 207, 208–209, 212–213, 215; sobre puentes, 363, 365; reconstrucción, 532; tamaño, 514–515

Edificios, análisis, 89; método de los bloques, 501-, 530, 561n.54; la estructura gótica, 502–508, 532; la catedral de Palma de Mallorca, 508–514, 532, 561n.53; proyección afín de edificios, 514–515

Egipto, 135

Elasticidad, 11–12, 14, 17, 517–518, 523, 532, 539nn.4, 3, 540n.9; análisis, 29, 72–74, 77–79, 82; arcos, cálculo elástico de, 47, 72, 82, 527–528, 532, 540nn.4, 7, 557n.10; cáscaras, 439; constantes elásticas, 11, 73, 532; construcción tabicada, 549n.5; deformaciones, 12, 27, 77–79, 527–528; estructuras góticas, 467, 532; línea de empujes «verdadera», obtención, 527, 540n.5módulo de, 377, 538n.11; puentes, 556n.7; sección reducida, 73; tercio central, 73, 102–103, 106, 109, 113, 533

Embecaduras. *Ver* rellenos, riñones.

Empirismo, 320

Empuje: ángulo respecto a las juntas, 120; cálculo del, 62, 104; Danyzy, 332–334; centro de, 36, 40, 41, 42, 66, 539n.9, 557n.12; coeficiente de estabilidad, 104–106, 115; concentrado, 427; construcción tabicada, 549n.5; contrarresto con peso, 279–280; contrarresto entre bóvedas colaterales, 296–298; definición y empleo del término, 538n.2; dirección, 332, 333, 335; equilibrio, 420; junta de rotura, 104, La Hire, 276, 322, 524–526, 537n.3; mayorado, 539n.1; máximo, 45–47, 49, 50, 76, 413, 447, 503–505, 509; mínimo, 45–47, 49, 50, 72–73, 75–76, 413, 418, 509; muros con, 478; muros sin, espesor de, 245; resistido por muros, 430; relación con el peso, 242–244, 429; peso específico, independiente del, 336; plementería, 559n.39; posición dentro de la sección, 89; polígonos

de, 40, 41; puentes, 176, 314, 315, 319, 364, 366, 367, 520; radial, 279; tangente al intradós, 95, 540n.8; tejados (Góticos), 217–218; tipo de arco, 285; transmisión a través de los rellenos, 395–396; transformaciones afines, 410; uniforme, 427; variable, 470, 471, 540n.5; viento, 505–508; Wren, 278–284; zunchos, 267-270, 530, 552n.33. *Ver también* línea de empujes

Empuje de los arcos: arbotantes, 247, 427, 466, 503–506, 508, 509, 511; arcadas, 420–422, 421; arco adintelado, 265, 290, 346–347, 502; arco apuntado, 290, 299, 319, 343, 520; arco crucero, 296–299, 559n.36; arco de medio punto, 289, 319, 520; arco mixto, 289; arco parabólico, 560n.41; arco perpiaño, 508–515; arcos rebajados, 183–184, 227, 228, 285, 299, 319, 396–397, 433

Empuje de las bóvedas, 141, 142–144, 241, 299, 302, 322, 346–348, 555n.28; apuntadas, 343, 378–379, 520; arista, 251; cañón, 346–348, 429–432, 520, 528–529; con lunetos, 430; compuestas, 346–348, 528–532; crucería, 217, 293, 302, 350, 466, 468, 478–485, 487, 488, 491–494, 501–515, 559n.39; elípticas, 411–412; Frézier, 344–352; La Hire, 322, 524–526, 539n.1, 552n.36; método de los cortes, 347–348, 435, 528–532; Petit, tablas de, 397; rebajadas, 378–9; San Nicolás, 245, 249–251; siglo XIX, 377; transformación afín, obtención del, 411–412; vaídas, 482–485, 492–493; variable, 504–505, 512

Empuje de las cúpulas, 440–441, 446–449, 451, 452, 453, 455, 459, 460, 502; método de La Hire/Bélidor, 529, 531, 539n.1, 552n.36; San Nicolás, 250; Tosca, 292–293, 502

Encadenados, 21

Encofrados, 212

Energía disipativa, 118

Energía de fractura, 14, 537n.3

Enjarje, 21, 474; bóvedas en rincón de claustro, 251; muro-contrafuerte, 426–432, 488, 489, 492–493

Enjutas. *Ver* rellenos, riñones

Ensayos: arcadas, 422; reglas de Rodrigo Gil, 225, 230–231, 422; sobre estructuras reales, 428–429

Ensayos de materiales, 12, 316; elasticidad, bóvedas, 27, 73; flexión, 363; máquinas de, 363–364; Renacimiento, 5; resistencia de las fábricas, 21–28, 362, 364; resistencia del hierro, 363; resistencia del hormigón, 25; resistencia de la madera, 363; resistencia del ladrillo, 17; resistencia de los morteros, 18, 19; siglo XIX, 537n.2; tracción, 363

Ensayos de colapso de arcos, 542n.21; AIAA, 73, 527–528, 539n.3; bóvedas, 82; Barlow, 50–53, 57; Boistard, 81, 96, 526; Danyzy, 79–80, 332–334, 526; Gauthey, 526; Gautier, 329–331; Leonardo da Vinci, 329, 550n.15; mecanismo de deslizamiento, 118–121; Parland, 118–119; Rondelet, 95, 378, 529; semiarco, 329–331; otros tipos de arcos, 80, 333

Ensayos de fractura de estribos, 109, 111, 114–115, 541nn.14, 15

Ensayos de pórticos de acero, 77–79, 126–127, 539n.3, 540n.5

Ensayos de piedras, 13–17, 537n.2; influencia de la humedad, 14; Gauthey, 364; Perronet (primeros ensayos), 28, 362–364, 368; Rondelet, 364; Santa Genoveva, 364; Soufflot, 366–368

Ensayos de puentes de fábrica, 82

Perronet, primeros ensayos, 362–364

Entramados triangulados, 376, 408

Equilibrio, 6, 7, 385–522; análisis de, 375–376, 380, 518, 557n.10; antigüedad, 136; catenarias, 342–343; cimborrios, 294–299; como suma de pesos, 331; cúpulas, 248, 460–461; ecuaciones de, 35, 36, 45, 53, 71, 72, 79, 90, 112, 121, 127, 129, 331, 413, 514, 532, 561n.53; empujes en arcadas, 420; enfoque, 126–129, 517, 521; estados, 87–88; estable, 94, 118; estático, 89; estudio científico, 320; inestable, 84, 90, 91, 92, 530; leyes del, 240, 276, 321–322, 331; líneas de empujes, 35–69, 375; masas, 264,

Equilibrio (*continuación*)
279, 281, 288, 294–299; membrana, solución de, 439, 530; perfiles de arcos en, 339–340; sin rozamiento en bóvedas, 322, 342; teorema de la seguridad, 89–91; torres, 495–501
Esbeltez, 29, 49, 68; arcos, 394–395, 399, 400; chimeneas, 392–393, 560n.48; cúpulas, 450, 559n.31; elementos, 241–242; pilares góticos, 357, 366, 508, 512, 513; pilas de los puentes, 357, 359, 364–368; tambor de las cúpulas, 455, 460–461, 546n.11, 551nn.21–22
Esbeltez, estribos, 104, 121, 241, 418, 419, 433; góticos, 144, 159, 487–488, 492; Gerona, 169; influencia en el espesor, 230; Panteón, 283; puentes, 359, 433–434
Esbeltez, puentes: Gautier, 401; Perronet, 364, 379, 401–402; en relación con el tamaño, 392–393, 401–403
Esbeltez, torres: Alberti, 263; espesor, en relación con, 496–501, 547n.7; góticas, 166, 176, 221–224; Renacimiento, 192, 193; San Nicolás, 253–254, 255; en relación con el tamaño, 392–393
Escala, comportamiento de las fábricas independiente, 331
Escalera, 411
Escayola, modelos, 81, 255
Escuelas de Arquitectura e Ingeniería, 375
Escultura: gótica, 137; puentes, 176
Esfuerzos internos, 77–79, 88–89, 91, 126; compresión, 435; estado de servicio, 127; proyección afín de edificios, 514–515; transformación de arcos 407–413; transformación de bóvedas, 432–433; transformación de cúpulas, cúpulas ovales, 462–466; variación en función de diversos factores, 540n.5
Estabilidad, 3, 4, 11, 30, 89, 102–104, 518; arcos con grandes deformaciones, 122, 541nn.11–12, 542n.23; arquitectura oblicua, 410–411; bóvedas, 249–251, 341, 467; bóvedas de crucería, 468–476, 478–485; bóvedas vaídas, 482–485; claves, 102; durante la construcción, 473–476; estereotomía, relación con, 250, 331; estribos, 114; independiente de la escala, 331; modelos a escala, 202–203, 302, 519, 521; momento de, de Rankine, 415–416, 422–426, 557n.15; de posición, 413; problema proporcional, 433; puentes, mejora de la, 205, 518; resistencia en lugar de, 317; de rozamiento, 412–413; tamaño, 518; torres, 192, 496–501, 518; transformación afín y grado de, 408–411, 432–433
Espesor, arcos, 57, 64, 118, 128, 487; arcadas, 420–422; arranques, 341–342; cargas pequeñas o peso propio, 340–342; Couplet, 339, 525, 526; de gran espesor, 118–119, 292; estribo, influencia en el espesor del, 149, 323, 396; Frézier, 339–340, 340–342; Gil de Hontañón, 225, 226, 231, 235–237; en función del material, 397; mínimo, 339, 436; puentes 317–319; regla de Alberti o del décimo de la luz, 151, 188–190; reglas renacentistas, 145–146; resistencia, influencia en la, 341; riñones, influencia del macizado de, 395–397; San Nicolás, fray Lorenzo, 246; teoría con rozamiento, 339; teoría sin rozamiento, 339–340; Tosca, 289, 290; variable, 339–340
Espesor, bóvedas, 64, 96–97, 248–249, 284, 340–342; arranques, 341–342; cargas pequeñas o peso propio, 340–342; clave, 340–342; equilibrio sin rozamiento 322; Frézier, 355; límite, 558n.27; en función del material, 397; medición de bóvedas, 556n.4; influencia de la resistencia, 341; reducción, 358
Estática, 6, 86; Bizancio, 136; equilibrio, 89, 321–322; estribos, 104; Gautier, 321–322; gráfica, 376, 445–446, 466–467, 526, 530–531, 539n.4; herramientas, 103; líneas de empujes, 35–69, 526; manuales, 45, 526; mecanismos de colapso, 305; siglo XVII, 279, 281–284; torres, 496–501; transformaciones, 44, 45, 60
Estatuas de coronación, 67
Estereotomía, 80; arcos, 246; arcos catenarios, 342; bóvedas, 248; bóvedas de arista, 348; cúpulas, 248, 250; estabilidad, relación con la, 250, 331; gótico, 137–139;

modelos, 255–256; nervios de las bóvedas de crucería, 349; pendans o dovelas sin labra, 343, 349–350; puentes, 319; Renacimiento, modelos a escala, 202–203; plantillas de las columnas, 194

Estética: arcos apuntados, 289, 343–344; arcos carpaneles y elípticos, 265; arcos catenarios, 342; arcos de sección variable, 342; cimborrio, 296; economía de material, 357–358; gótico, 172–173, 348; Fray Lorenzo, 245, 246, 248, 249, 251; Frézier, 342, 348, 350, 352; percepción cúpulas, 267, 270

Estribos: ábsides de las iglesias, 151, 424–425, 426; análisis de equilibrio, 413–418, 511; anchura, 158, 215, 230; capillas laterales, existencia de, 245, 257; carga de colapso, 432; catedral de Gerona, 138, 168–176; cedimiento, 421, 446-448, 460, 474, 479, 480, 511, 529, 538n.11, 541nn.11–12, 558nn.26, 30; cimborrio, 294–299; coeficiente de estabilidad, 104–106, 115, 557nn.15, 16; coeficiente geométrico de seguridad, 106–109, 460–461; contrafuertes adicionales, con, 286, 413, 426–432, 455, 548n.8, 551n.22; desplome, 108, 418, 420, 541nn.11–12; ecuación matemática, 423; ejecución, 423, 424, 539n.7; enjarje con el muro, 426–432, 488, 489; ensayos con modelos, 549n.15esbeltez, 121, 230, 414, 418, 419, 433–434; góticos, 169, 487–488, 492; escalonados, 67–69; estribo equivalente, 493; fallo por cortante, 432; fallo por deslizamiento, 64, 65, 66, 67, 533; en cabeza, 67, 69, 104; fallo por vuelco, 64, 67-69, 106, 107, 109–115, 230–231, 332–334, 345, 418, 419, 533–535; gótico, 3, 68, 141–151, 208, 209, 212–217, 370, 423, 425–426, 557n.14; grietas, 109, 115, 121–126; hundimiento, 115, 281; influencia del ataludado, 422–426, 485–490, 492–493; juntas críticas, 67–69, 413–414, 416; lengüetas a modo de, 250; línea de empujes, 61–69, 417, 533–535, 539n.8, 560n.52; lunetos a modo de, 251, 342; macizado, 307, 309, 310, 311; material, cantidad de, 422–426; mejora de estabilidad, 67, 100; módulo de estabilidad, 106; momento de estabilidad de Rankine, 415–416, 422–426, 557n.15; estribos compuestos, 426–432; monolitismo, ausencia, 333–334; muro continuo como, 64, 301; peso, 241, 415, 422–426, 433, 487; peso específico del estribo, 534–535; pilares como, 279–280; planos de corte, 64–68; recrecido, 309, 311–313; rectangular, 64–67, 106, 111, 113, 533–535; refuerzo, 170, 172; retallos, con, 159, 215, 413–414, 422–426; rígido, 104, 109, 111, 113, 114, 446; seguridad, 63–64, 66, 67, 69, 104–115, 125–126, 215, 413–418, 419–420, 422–426, 506, 541n.10; torres, 166–168, 254, 451, 496–501; transformación afín, 425, 432–433

Estribos de arcos, 142; adintelados, 290–292, 323, 332, 336–337; apuntados, 227, 228, 234–237, 284–286, 289–290, 332, 336–338, 485–490; ligereza, 343; La Hire, 276, 322, 524–526, 539n.1, 552n.36; medio punto, 284–286, 289, 332, 336–338; mixtos, 289; en función del peralte, 299; peraltados, 284–286; perpiaños, 142–143, 485–490, 508–515, 547n.4, 548n.8; rebajados, 191, 227, 228, 234–237, 284–286, 336–338, 396–397, 549n.14; regla de Blondel, 142–148, 284–286, 380, 552n.36; Frézier, crítica, 345, 346; Gautier, crítica, 322–325; regla de Gautier, 323–325, 326; reglas de Rodrigo Gil de Hontañón (medio punto), 223–237; Rondelet, 378, 379, 529; San Nicolás, fray Lorenzo, 247; tablas, 526 (Garidel y Michon); cualquier tipo de arco, 334–338

Estribos, bóvedas de cañón, 3, 63–64, 141; cualquier forma (Plo), 306; comparación con otros tipos de bóvedas, 346–348, 350, 378, 528–529; la Hire, 276, 322, 524–526, 539n.1, 552n.36; elípticas, 433; rebajadas, 549n.14; excesivos, 320; regla de Blondel (invalidez), 142–144, 284–286, 380, 552n.36; Gautier, crítica, 322–323, 325; Petit, tablas, 397; reglas de Rodrigo

Estribos, bóvedas de cañón (*continuación*)
Gil de Hontañón, 223–237, 548nn.8, 9; de piedra, 242–244, 429–432; Rondelet, 378, 379, 529; de rosca de ladrillo, 242–244, 429; tabicadas, 242–244, 429, 549nn.5, 7; Tosca, 300–301; estribadas sobre muros continuos, 242–244; Wren, 284; estribos simples para arcos y bóvedas de cañón, 413–422, 455
Estribos, bóvedas de crucería, 435, 466–495, 496, 501–515, 518, 519; colapso, 490, 511; regla de Blondel, 142–144, 286; Frézier, no da regla, 348, 350; Gil de Hontañón, 208, 209, 210, 212–217, 547n.4; ley del cuadrado-cubo inversa, 487; neogóticas, 376, 377; Tosca, 293, 300; verificación de reglas empíricas para estribos, 485
Estribos compuestos, 426–432, 455, 502; reglas de fray Lorenzo de San Nicolás, 429–432; colapso de estribos compuestos, 432, 541n.17
Estribos, cúpulas, 135, 248, 293, 347–348, 440, 446–449, 451–456, 459; método de La Hire/Bélidor, 529, 531, 539n.1, 552n.36
Estribos, fractura, 63, 109–115, 333–334, 533–535, 541nn.13–17, 542n.23, 560n.52; colapso de bóvedas y estribos, 115; colapso de estribos previamente desplomados, 115; forma, 111–114, 533–535, 541nn.13–17, 542n.23; muro-estribo, 429–432, 551n.22
Estribos, proyecto: estribos simples para arcos y bóvedas de cañón, 413-, 414; bóveda de cañón sobre estribos rectangulares, 418–420; estribo de una arcada, 420–422; sobre la forma ideal de los estribos simples, 422–426; estribos compuestos, 426-, 427, 429; reglas de fray Lorenzo de San Nicolás, 429-, 431; colapso de estribos compuestos, 432; transformación afín de bóvedas sobre estribos, 432–433; estribos de puentes, 433–434
Estribos, reglas tradicionales de proyecto, 104, 115, 413, 479; reglas góticas, fuentes renacentistas y barrocas, 141–151; reglas gótico tardío alemán, 157–168; reglas renacentistas, 195, 195, 199, 202, 431; reglas de Gil de Hontañón, para arcos y bóvedas de cañón, 223–237, 419-422; reglas del siglo XVII:San Nicolás, fray Lorenzo, 241–246; regla del tercio, 242–244; reglas del siglo XVIII, 289, 299–314, 332–338, 344–352; reglas, validez de las, 417–418, 485–494
Estribos simples para arcos y bóvedas de cañón, 413–422, 455; bóveda de cañón sobre estribos rectangulares, 418–420; estribo de una arcada, 420–422; forma, 415, 417, 422, 493, 557n.15; sobre la forma ideal de los estribos simples, 422–426
Estructura
cantidad de (reducción), 357–358, 364, 370–371
concepto de, como esqueleto resistente: Alberti, 184–185; Rodrigo Gil, 184, 208; Viollet-le-Duc, 184
exterior, 357
Estructuras de fábrica: aparejo, 3; cálculo, 1–8; calidad, 154–157, 159; comportamiento estructural, 288; constantes elásticas, 21, 27–28, 532; decadencia, en el s. XIX, 376; deformaciones, 115; grandes deformaciones, 116, 120, 121–126, 541nn.11–12, 542n.23; espesor de las juntas, 22–24; estabilidad, 3; heterogeneidad, 532, 540n.5; inestabilidad, 115, 128; material, propiedades mecánicas, 11–34, 88, 127; fábrica, 19–27, 30–34, 115, 532; tensiones, 27–30

Fallo: cimentación, 241; por cortante, 26, 432, 456; por deslizamiento, 30, 31, 32, 34, 38, 80, 81, 88, 115, 116–121; por dislocación, 126; paso del tiempo, 241; de resistencia, 30, 126, 197
Faros, 496, 560n.45. *Ver también* torres
Física, 319, 329, 331
Flecha gótica, 89, 166
Flexión. *Ver* vigas.
Florones, 442
Fluencia, 439
Fortificación: taludes, muros de contención, 321; tratados de, 201–203, 555n.28
Fragilidad, 432

Fraguado, 3; aceleración, 18; esfuerzos internos en función del, 540n.5; hormigón, 19; mortero, 72–73, 458
Fuller, método de, 47–50, 103; Fuller/Heyman, 50

Geometría, 321–322, 325, 385–522; aplicada, 288; arcos de sección variable, 339–340; bóvedas, 349–352; cimbras, 248; coeficiente geométrico de seguridad, 92–94, 339; condición principal en las fábricas, 362, 518, 519, 521; conocimientos, 554n.12; cúpulas, 199–201; esencia del proyecto de las fábricas, 331; griega, 136; imperfecciones, 78, 136; ley de semejanza geométrica, 134–135; Galileo y el principio de semejanza, 387–394; ley del cubo-cuadrado, 390–394; puentes, 188, 189, 193, 194–195, 196; resistencia en lugar de geometría, 329; románico, 136; tratados, 149, 265
Geometría gótica, 136–139; procedimientos geométricos, 137, 154; ad quadratum, 160–162, 163, 164, 166; bóvedas de crucería, 349–352; espesor de la nave, 156; nervios, 349; plantillas de los maineles, 160–165; plantillas de los nervios, 162–166; Gil de Hontañón, 217–220, 210; regla de Blondel, 142–148; regla de Hernán Ruiz, 148–151, 152, 153; trazas generales del templo, 208–209, 210, 212, 215; traza y montea, 162, 209–212, 215–217, 219, 543n.7, 544nn.17–18; trazado de arcos, 145; nervios, 162, 209–212, 215–216, 544n.18
Girola gótica, 376
Godos, origen de la bóveda de crucería, 349
Gótico, 133–179; aritméticos, 222; armaduras, 217–218; arquitectos, 222, 225; aspectos formales y compositivos, 137; construcción y estabilidad, 468–476, 542n.6, 543n.7; la estructura gótica, 502–508, 532; clásico, 138, 544n.22; comparación con la arquitectura del siglo XVIII, 352; constructores, 280, 289, 292, 361, 399; crítica, 265, 285, 357, 557n.14; estética, 348, decoración, 137, 153, 154; esoterismo, 137; España, 239; estética, 172–173, 348; estudios del s. XIX, 399, 531, 532; flechas, 89, 166; funcionalidad, 532; gabletes, 153; gótico tardío español, 474, 553n.4; hundimientos, 366; ideal de belleza, 137; influencia en Alberti, 184; ligereza, 357–358, 370; literatura sobre, el estudio de la estructura gótica, 466–468, 532; maineles, 154, 158, 160–165; medida base, 154–155; muros, 154–158, 208, 210, 215, 217–218; torres, 221–224; neogótico, 376, 377, 486, 512, 532; orden de ejecución de los trabajos, 202; proyecto, 137, 138, 139, 140, 154, 207, 208–209, 212, 215; revolución técnica, 176, 545n.28; rosetón, 89, 160; secretos de las logias, 141, 543nn.7, 12; teoría, 141, 175–176; torres, 166–168, 176, 208, 221–224; tracería, 168
Granito, 82, 356, 538n.8
Gravedad, centro de, 41, 42, 49, 50, 240, 281–284, 479, 480, 481; tambor, 552n.32; en las transformaciones afines, 408, 514; dovelas de las cúpulas, 446, 558n.24; teorema de Pappus/Guldin, 558n.24; torres, 495, 497, 560n.43
Gremios, 141–142
Grietas, 73–86, 91, 102, 122–123, 532, 538n.11; análisis por ordenador, 561n.54; arco adintelado, 84, 85; arcos y bóvedas de cañón, 75, 108, 109, 110, 124–125, 527; articulaciones, coincidencia, 540n.7; bóvedas de crucería, 479–480, 511, 543n.6; clave, simétricas, 333; cortante, 456; cúpulas, 446–448, 453, 458, 460, 529, 531, 558nn.26, 30; Danyzy, 332–334; deshojamiento de muros, 551n.21; desplazamientos, relación entre, 447–448, 527; AIAA, ensayos, 527–528; estribos, 106, 109, 113–115, 332–334, 533–535, 541nn.13–17, 542n.23; Heyman, 88–89; levantamiento, 559n.30; muros sobre arcadas, 421; muro-contrafuerte, 551n.22. *Ver también* estribos, fractura

Herramientas, 185, 520
Hierro forjado, 376, 538n.8; arco, 72, 527; elementos metálicos entre dovelas, 189;

Hierro forjado (*continuación*)
estructuras, 82, 523; tirantes, 183; zunchos, 267-272, 283, 530, 552n.33
Hierro fundido, 58, 376, 405–406, 556n.8
Hiladas en estribos, 65, 533, 539n.7; extremo superior, 104; inclinadas, 66, 121
Hiperestatismo, 71, 72, 77–79, 540n.5; arbotantes, 503–506; arcos, colapso, 86–87, 90, 91; arcos, equilibrio, 434–435; bóvedas de crucería, 473; cúpulas, 442; edificios góticos, 561n.53; regruesamiento de la estructura, 539n.1
Historia de las estructuras, 102–103, 539n.2; estribos, 104–105
Historia de la ingeniería de la construcción, 137, 181, 195, 240, 390, 521; puentes, 315; reglas, 521; tabicada, 244, 549n.5.; tratados del s. XIX, 377–378
Historia de la Técnica, 203, 545n.28
Hormigón, 6, 19–21; arcos, 38, 73, 527–528, 539n.3; bloques, 24; bóvedas, 6, 21, 27, 135; constantes elásticas, 27; cúpulas de, 3, 135, 184, 457, 530; muros, 20, 21; puentes, 406, 545n.5; resistencia, 25, 26, 28
Hormigón armado, 11, 73, 82, 376, 406–407, 518, 527–528, 530, 539n.3
Hormigón en masa, 393, 406–407, 527–528
Hornacinas, 277
Hundimientos: arcos, 122, 281, 283, 329–331, 394–395; bóvedas, 541n.12, 542n.23; bóvedas de crucería, 217–218, 532, 541n.17, 543n.6; por fallos en cimentación, 241, 395; por fallos de resistencia, 362; cubierta, 394; gótico, 366; desarrollo del cálculo, 3, 4, 6; estribos, 115; mal empleo de las reglas, 303–304, 311, 345; muro, 111; pórticos de acero, 79, 86–87; puentes, 319, 362, 366; San Nicolás, 241, 245; por guerras, 532; por paso del tiempo, 241; por falta de conocimientos teóricos, 371; torres, 111, 222, 224
Huracanes, 175, 192

Impostas góticas, 154, 156, 158, 214
Imprenta, 141
Incas, 6
Inestabilidad, 115, 128, 439, 458; local, 126
Informes periciales, 8, 168, 521; estribos, 431; puentes, 60, 177–179, 319; San Francisco el Grande, Madrid, 267, 274, 551n.24; Santa Genoveva de París, 267, 274, 276, 529, 552n.26; San Pedro de Roma, 529, 531, 551nn.19–23, 558nn.26, 28, 30; Wren, 278–279, 552n.30
Informes periciales, Fontana: San Pedro de Roma, 266–278, 551nn.19–23; Santa Margarita en Montefiascone, 266, 272, 273–274, 551nn.18, 20, 271; Santa María en Vallicella, 266, 271, 272, 551n.18
Informes periciales, góticos, 168–169, 544n.20, 546n.13: catedral de Gerona, 138, 168–176, 544nn.20, 24; Colonia, Francisco de, 202
Informes periciales, Palladio, 193, 420, 422, 545n.6, 546nn.7–10; pilastras y arcos, informe sobre la Logia Pública del Palacio de Brescia, 195–199, 465; perfil de las cúpulas: informe sobre el Duomo nuevo de Brescia, 199–201
Ingeniero, 3, 11, 23, 61; antigüedad, 135–136; actuales, 60, 82, 105; vs. arquitecto, 377; Bizancio, 136; Francia, 82, 86, 105, 106, 276, 500; ingleses, 55, 58, 106, 500; manuales, 380–383; militares, 201–203; reglas, empleo de, 517; Renacimiento, 5; Roma, 7
Intradós: arcos de sección variable por razones de equilibrio, 339–340; articulaciones, 84, 91, 92, 101; cálculo, 86, 95; bóvedas de crucería, nervios, 349; coincidencia con línea de empujes, 58, 59, 527; cúpulas, 200–201, 266–274, 275, 463, 464; estribos, curvo en, 422–426; de formas agradables, 342; formas de, 58, 59; juntas perpendiculares al, 121, 182; medio punto, 289; poligonal, en arcos, 292; radio de intradós, altura del muro igual, 286; semicircular en arcos de sección variable, 339–340; tangencia de la línea de empujes, 540n.8; trazados geométricos, 142–143, 234–236
Iometría, 257
Isostatismo: análisis de membrana de las cúpulas, 438; análisis de equilibrio de las

cúpulas, 447; bóvedas de crucería y grietas, 479; cálculo del estribo, 434, 524, 533

Jarjamento. *Ver* bóvedas de crucería; arranques

Juntas: arcos y bóvedas rebajadas, 396; arcos adintelados, 291–292; arcos mixtos, 289; bóvedas de crucería, 293, 349–350; cimborrio, 295; concurrencia, 264; convexas, 52; críticas; estribos, 67–69; cuñas de madera y relleno de mortero, precompresión con, 545n.16; cúpulas, 186, 248, 250, 293; degradación del material, 90; estribos, 104; fallo, 88; a hueso, 23, 329; inclinación, variación, 433, 557nn.12–13; inclinadas, 56–57; influencia del espesor en la resistencia de las fábricas, 22–24; no labradas, 349–350; modelo, 51, 57; perpendiculares al intradós, 121, 539n.7; no planas, 121, 122; con plomo, 23; quebradas, 121, 122; planos de corte, relación con, 436, 539n.9; radiales en los arcos, 182; replanteo gótico, 139, 140; resultantes de tensiones, 31–33, 35, 37–40, 43, 89, 102; rotura por cortante, 26; rozamiento, 80, 81, 116–121, 412–413; tercio central, 73, 102–103, 106, 109, 113, 533; tracción nula, 118, 533; transformaciones afines, 557nn.12–13

Juntas de rotura, 50, 95, 104, 537n.3; Danyzy, 332–334; La Hire, 276, 322, 524–526, 529; modelo de García Berruguilla, 304–305; Petit, tablas de, 397; puentes, 204

Labra: arcos y bóvedas rebajadas, 396; arcos y bóvedas catenarias, 398; gótica, 138; contra el deslizamiento, 121, 122; tamaño mínimo, 146; tradicional, 398

Ladrillo, 11, 12; adherencia con el mortero, 18; aparejo en espina de pez, 188; arcos de, 38, 184, 397, 527; arcos de descarga, 455; arcos torales de rosca, 310–311, 397; bóvedas, 27, 242–245, 307, 308, 309, 310–313, 380; cadenas y arcos de ladrillo embebidas en la fábrica, 184; constantes elásticas, 17, 27; cúpulas, 380, 460–461, 558n.29; estribos, 533; fábrica de, 19–21, 24–26; humedad, 17; machones, 184; modelos, 81, 114–115; muros de, 245; origen, 17; plementería, 349, 481, 487; propiedades mecánicas, 17; puentes de, 252; resistencia a compresión, 15, 16, 17, 24–26; resistencia a tracción, 17; tambor de, 273–274, 551n.21; tensión de trabajo, 17, 538n.8; torre, 560n.43

Lecho de cantera, 14

Lengüetas, 249–251, 441, 459, 549nn.7–8

Línea de empujes, 35–69; acomodación a movimientos de los arcos, 436; análisis por, 82, 128, 375, 406; arbotantes, 503–504, 506, 507, 510; arcos apuntados, 289, 290, 298–299, 398, 399, 400; definición, 36–38, 525, 526, 538nn.1, 2, 542n.20; arcos, 38–61, 62, 63, 394–395, 398, 399, 434–436; bóvedas de crucería, 468–476, 478, 559n.36; carga móvil, modificación debida a, 400; carga permanente, 527; calidad del muro, influencia en, 503, 504; cúpulas, superficie de empujes, 436, 443, 444, 446, 447–449, 451, 452, 454, 456, 458, 462; «curva de presiones», 538n.2; discordancia con la catenaria, 55; discordancia con la directriz, 398, 399, 400; edificios góticos, 501–515; ecuación, 97; elástica, 73, 527–528; estribos, 61–69, 104, 106–107, 417, 501–515; grandes deformaciones, 125, 541nn.11–12, 542n.23; hipérbola rectangular, 533; indeterminación, 58, 90, 91, 527, 540n.5; máximo, 76–77; mínimo, 75–77, 122, 418, 420–421, 456; por ordenador, 561n.54; parabólica, 483; perturbaciones, 72–86; peso propio, 507, 508; precompresión, influencia de la, 205; rellenos, 59–61; rozamiento, 118; tangencia, 46–47, 49; teorema de la seguridad, 89, 102–104, 128, 434–435; teoría matemática, 38, 54–56, 64; transformación afín, 408–409; de arcos, 407–413, 557nn.12–13; transformación afín, 432–433, 462–466; variaciones bruscas, 91; verdadera, 71, 72–74, 88, 90, 91, 527, 540n.5; viento, 505–508

Línea de inclinaciones, 38

Línea de presiones, 37
Línea de reacciones, 37
Linterna: Fontana, 270–272; Palladio, 200–201; San Nicolás, 250; García, Simón, 259, 260, 550n.12
Logias, 141–142, 543nn.7, 12
Lunetos, 144, 243, 244, 249–251, 342, 427
Luz: empuje, sinónimo de, 157; gran magnitud, 176; de Gerona, 138, 168–176, 544nn.20, 24, 545n.27; iglesias y catedrales góticas, 544n.22; incremento, 75; máxima en arcos, según resistencia, 363, 364, 556n.9; nave, 162; nave central, 165; nave lateral, 165; posición de la carga, 83–86, 93–94; puentes medievales, 176, 405; puentes de gran luz, 403–407, 545n.5; reducción, 76; relleno, 185–186; relación con la altura de estribos, 230–231, 233; relación con el espesor de los arcos, 235–236

Madera, 11; arco de, 72, 527; armadura, 127, 545n.2, 550n.17; cubiertas, 240; cuñas, 546n.16; dovelas de ensayo, 120; flechas, 166; modelo de un semiarco, 329–331; pies derechos, 212, 466; pilar como apeo gótico, 139, 140; puentes de, 406, 557n.9; rozamiento sobre piedra, 15; techumbre de, y arcilla, 546n.11; zunchos, 458
Maestros de obras, conocimientos sobre estática, equilibrio y geometría, 321–322, 324, 325, 334, 335, 337
estabilización de arcos y bóvedas, 398–399, 400
Maestros, antigüedad, 133–136
Maestros, góticos, 3, 4, 137, 141, 207; Congreso de Gerona, 138, 168–176, 544nn.20, 24; conocimientos, 370, 466, 512; estribos, 426; gótico tardío alemán, 151–168, 543n.11; torres, 254
Mampostería: bóvedas, 27; constantes elásticas, 27; estribos, 63, 492, 539n.7; muros de, 20, 21; plementería, 481; relleno de, 11, 539n.7; tambor de, 460, 551n.21, 558n.29; tensiones, 538n.8
Mano de obra, coste, 423
Mantenimiento, de estribos, 423
Manuales de ingeniería, 15, 16, 17, 23, 28, 72, 539n.8
franceses, 105
tercio central, 102, 103, 106, 109, 113, 533
Maquinaria: Galileo, 388; puentes, construcción de, 178
Matemáticas, 319, 322, 331, 377, 526; estudios sobre cúpulas, 528–529, 531, 558n.23; estudio de la catenaria, 342; línea de empujes, 539n.8; número Pi, 543n.16
Materiales: aparición de nuevos, en el s. XIX, 376, 405–407, 518, 538n.8; columna análoga, 315–317, 362–364, 365, 537–538nn.5, 6; condición de cedencia, 439, 561n.52; degradación, 90; dúctil, 128; ecuaciones, 79, 438–439, 467; elástico-lineal, 102, 532; ensayos, 5; fallo, 197; fluencia, 439; heterogéneo, 532; influencia en el espesor mínimo de arcos y bóvedas rebajados, 397; influencia en reglas, 242–246, 273–274, 300–301, 303, 305, 307, 311; espesor de los arcos, 317–319, 329; plástico, 528, 532
Mecánica: antigüedad, 136; arco ideal, 342; conocimientos, 554n.12; fundamento de la Arquitectura, 319; Galileo y el principio de semejanza, 387–394; tratado sobre la, de Aristóteles, 240, 266
Mecánica clásica de los medios continuos, 116–117, 528
Mecánica, leyes o principios de la, 2, 5, 264, 279, 287, 304–305, 321; deducción de reglas geométricas a partir de, 325, 326, 329, 374, 378, 379; empuje según, 551n.17
Mecánicos, 136
Mecanismos de colapso, 73–74, 79–92, 93, 95, 99; condición de, 91; cúpulas, 529–530, 531; de la cuña, 304, 524–526, 529, 531, 539n.1; por formación de bielas 304–305, 525, 526; pórticos, 87
Mediciones, 277–278; bóvedas, 302, 306, 556n.4
Medidas antiguas, 552n.27
Medios auxiliares; andamios en cúpulas, 187, 188
Membrana, análisis de, 558n.19; agujas, 441–442, 545n.4; bóvedas de crucería,

467; cúpulas, soluciones de membrana, 436–443, 450, 530, 558nn.19–22
MEF, 12, 467, 517, 532, 561n.54
Métodos de análisis, 375–376, 380, 434–435
Método científico, 4
Métodos fotoelásticos, 467, 532
Método de máximos y mínimos, 86, 95; fractura de estribos, 111
Modelos a escala, 254, 519, 521; antigüedad, 135; estereotomía, 255–256; Gil, Rodrigo, 254; gótico, 512; De Rojas, Cristóbal, 202–203; Rondelet, 378, 529; San Nicolás, fray Lorenzo, 302, 254–256; Tosca, sobre el empleo de modelos, 289, 302; Gautier, 320, 329–331; estudio de la estabilidad, 254; seguridad, 256
Modelos de bloques: fractura de estribos, 111, 541n.14; análisis de edificios: el método de los bloques, 501-, 561n.54; la estructura gótica, 502–508; la catedral de Palma de Mallorca, 508–514, 532, 561n.53; proyección afín de edificios, 514–515
Modelos de barro, 203
Modelo de cartulina, 77, 78, 108, 121
Modelo de cartulina y tiza, estribos, 114
Modelos colgantes: bloques, 57–58; bóvedas góticas, 470–472; cables, 55–57; cúpulas, 444–446, 529, 530, 531; edificios, 58; Gaudí, 398, 470–472, 530, 554n.16, 558n.22
Modelo de dovelas de madera, 119–120, 329–331
Modelo de dovelas de yeso o escayola, 80, 203, 231, 255–256
Modelo de ladrillos en miniatura, 114–115
Molduras, 163, 165, 550n.12
Momento: equilibrio de, 331; de estabilidad de Rankine, 415–416, 422–426, 557n.15; estribos compuestos, 426–432; flectores, 89, 439, 556n.2; plástico, 89
Montea, 209–212, 215–217, 219, 334, 337, 476, 543n.7, 544nn.17–18; arcos de sección variable, 339–340; Tosca, 288, 294, 553n.4; cimborrio, 294–299
Mortero, 11, 12, 21; de arcilla, 18; de cal, 18, 19, 23, 458, 538n.8; de cal y cemento, 25, 546n.16; de cemento, 18, 538n.8; de yeso, 18, 19; de yeso y cal, 18; constantes elásticas, 22; espesor en las juntas de los elementos, 349–350; fraguado, 3, 19, 72–73, 458; hidráulico, 18, 19; hormigón, 19, 20; influencia en la resistencia de las fábricas, 316, 364, 538n.8; juntas, 22–24, 533, 26; juntas sin, 329, 533; mampostería, 20; en las plementerías, 349–350; resistencia a compresión, 15, 16, 18, 19, 22–24; resistencia a cortante, 26; resistencia a tracción, 18; resistencia a tracción por adherencia, 18
Muros: acompañamiento, 59, 66; altura sobre el trasdós de un arco, 286, 420–422; aplomar, 115; arcadas, sobre, 284–286, 420–422; armaduras sobre, 341; calidad de la fábrica, 30, 154–157, 159, 503, 421, 504; carga estabilizante, como, 279–280; contención, 106, 108, 111, 321, 541n.14, 557n.16; con contrafuertes, 115, 426–432, 502, 548n.8; construcción, según Alberti, 185; contrarresto, 64, 242–246; deshojamiento, 551n.21; desplome de, y aplomado, 542n.18; estructura, 11, 13; grietas en muros sobre arcadas, 421; hornacinas y entrantes, 277; medievales, 13, 20, 21, 208, 210, 217–218; muros-estribo, 426, 430, 478, 548n.8; naves góticas, sobre pilares, 501–515, 543n.13; paramentos, 11, 12; rellenos de cascote, 419, 428, 551n.21; romanos, 13, 20, 21; rozas, 542n.18; superficie de fractura, 111, 432, 537n.3, 541nn.13–17, 542n.23; tapial, 26; templos redondos, 286; torres, 166–168, 191–193, 221–224, 495–501; trasdós quebrado, 48, 49

Nave: alturas relativas entre naves, 208–209, 212, 494, 503, 501–515; análisis, 501–515; central, 165, 202, 208–209; San Pablo, 283; de Gerona, 138, 168–176, 544nn.20, 24, 545n.27; iglesias salón de tres naves, 208–224, 236–237, 512–514, 543n.13, 549n.14; lateral, 165, 202, 208–209, 215, 544n.22; nave única, 544n.22; orden de la

Nave (*continuación*)
construcción, 279–280; peso, 317; número de naves, 208–209
Neogótico, 376, 377, 486, 512
Nervios, 30, 154, 160, 162–166; arcos cruceros, 162–166, 209, 209–212, 214, 216, 218, 219, 294–299, 468, 544n.18, 547n.4, 559n.36; arcos formeros, 209–212, 214, 216, 218, 219, 294–299, 544n.18, 559n.39; arcos perpiaños, 165–166, 209, 209–212, 214, 216, 218, 219, 544n.18, 547n.4, 548n.8; cola, 559n.40; bóvedas de crucería, 466, 468, 494, 501; bóvedas vaídas, 482–485, 491; combados, 478; cúpulas, 448, 451–453, 454; descuelgue, 559n.40; espesor real, 559n.40; origen romano-árabe, 545n.2; dimensiones, según Gil de Hontañón, 217–220, 476–477, 494, 509, 519; equilibrio de, durante la construcción, 473–476; esqueleto resistente, 185; estereotomía, 349; geometría, 349; como huesos, 357; juntas, 293; longitudes, 490; materiales, 293; modelos catenarios, 470; montea y traza, 162, 209–212, 215–217, 219, 294, 466, 543n.7, 544n.17–18, 553n.4; movimientos durante la construcción, 511–512; peso total, 478, 483, 492; rampantes, 478; relación con los maineles, 165; terceletes, 209–212, 214, 216, 218, 220, 478, 547n.4
Nichos, 455

Obeliscos, 551n.19
Obras Públicas, 320
Obreros, 334, 335, 337
Ogivas, 357. *Ver también* arcos cruceros
Órdenes clásicos, 149, 194, 284, 459
Ordenador, 127, 470, 514, 532, 561n.54; análisis funicular, 559n.37; grietas, 561n.54; líneas de empujes, 561n.54
Óvalo, 559nn.33–35

Palanca, ley de la, 331
Parábola cúbica, 558n.23
Paralelogramo de fuerzas, 6
Paramentos, 11, 12, 21, 539n.7, 20; puentes, 66; tambor, 551n.21
Patentes, 141
Pechinas, 276, 451, 453, 268, 452
Peralte: cimborrio, 294–299; cúpulas, 444; tamaño de estribos, 299
Peritajes. *Ver* informes periciales
Perpiaños, 209–212, 214, 218, 508–515, 544n.18, 547n.4, 548n.8, 20, 216, 219
Perturbaciones, 72–86; estado de membrana, 439
Peso: altura límite, 537–538n.6; arbotante, 507; bóvedas, 249; de crucería, 293, 350–352, 485, 487; bóvedas (influencia en el tamaño de los estribos), 242–244, 300–301; cimborrio, 294; sobre claves y arcos perpiaños, 508–515; excesivo y daños, 242; tambor, 551n.21; torres, 496, 497
Peso específico: estribos, dimensionado en función de, 303, 335–336, 492–493, 533–535; muro en arcadas, 420; piedra, 15, 362, 14; puentes, 556n.7
Peso propio, 15, 92, 93, 100, 16; arcos, 235–236; bóvedas y edificios de iglesias, 341, 433, 508, 507; en relación con las cargas móviles, 400; arcos en edificios: peso propio, 394–397; estabilidad proporcional, 434; línea de empujes para, 527; proyección afín de edificios, 514–515; tamaño máximo de estructuras sometidas a, 407
Piedra, 11, 12–17; adherencia con el mortero, 18; calidad, 172; constantes elásticas, 14, 27; durabilidad, 12; dureza, 363; elección, 12; energía de fractura, 537n.3; ensayos, 12–17, 362–364, 368; humedad, 14; labra, 12; mármol, 560n.43; muros, 245; peso específico, 14, 15, 356, 477; propiedades mecánicas, 12–17; resistencia, 12–24, 319, 356, 537nn.3,4; rozamiento, 15–17, 526; Saillancourt, piedra de, 368; transporte, 350
Pies derechos, 211, 212, 466, 473–476
Pilares, 23, 24, 29; calidad de la fábrica, 30; carga sobre, 202, 209, 279–280, 317, 362–363, 508–515; cúpulas, 276, 277–278, 453, 457, 552n.26; columna análoga, 315–317, 362–364, 365, 537–538nn.5, 6; como estribos, 279–280; comparación

entre la altura y la resistencia, 317, 537–538nn.5, 6; esbeltez, 508, 512, 513; estribos con medio, 491; Gaudí, 557n.14; inclinados, 557n.14; informe sobre la Logia Pública del Palacio de Brescia, 195–199; Santa Genoveva, 13, 29, 552n.26; proporciones, según Patte, 276; puentes, circulares en las pilas de los, 368; reglas para el dimensionado, 277–278; seguridad, 506; tensiones, cúpulas, 457; San Pedro de Roma, 277–278, 457
Pilas, 176–179; Blondel, arcadas, 284–286; Gautier, 314; Palladio, 194–195, 196; regla del tercio, Alberti, 190–191
Pilastras: regla de la mitad, 197, 198; regla del tercio, Palladio, 193–194, 195–199
Pináculos, 67, 121, 557n.14; manuscritos góticos sobre, 152
Planos de corte, 36–38, 43, 435, 539n.9; cúpulas, 436; estribos, 64–6; verticales, 53–58, 65, 68, 69
Planta octogonal, 559n.33
Plantillas, columnas, 194
Platabandas. *Ver* Arcos adintelados
Plementería, 30, 162, 185, 211, 212, 466; como parte activa o pasiva, 502; cargas del tejado sobre, 217–218; cupuliforme, 472, 473; de doble curvatura, 468; empuje, transmisión de, 559n.39; espesor, 349–350, 480, 481, 487, 488, 492; estereotomía, 349–350; geometría, 349–350; como «carne», 357; juntas, 293; de ladrillo, 349; materiales, 293, 480, 481, 294; modelos catenarios, 470–472; orden de construcción, 473–476; «pandans», 349–350; peso de la, 478
Polígono: antifunicular, 41, 43, 44, 45, 48, 49, 53, 97, 98; funicular, 43, 45, 47, 49, 526; arcos, 524; bóvedas de crucería, 468–476; cúpulas, 442, 445, 446, 462, 558nn.19–23
Pórticos, 376, 420–422
Pórticos de acero, 77–79, 86–87, 89, 126–127, 528, 539n.3, 540n.5
Presas de fábrica, 540n.5
Presión, centro de, 557n.12
Principio de la Mínima Reacción, 527
Principio de la solicitación mínima, 527
Principio de los trabajos virtuales, 90, 118, 529
Probetas; forma, tamaño y asiento, 13–14
Procedimientos constructivos: bóvedas, 240; bóveda de crucería, elementos y construcción, 209–212, 216; cubiertas de madera, 240; puentes, 178
Proceso constructivo, 73
Proporción: aguja gótica, 138, 545n.4; arcadas, 284–286; arcos, renacentistas, 145–146; Bizancio, 136; colapso, 378, 379; cúpulas reales, 259, 260, 266–278, 559n.31; espiral de Arquímedes, 136; estribos, 141, 160; estudios geométricos del Romanticismo, 136; «gran medida», 134; Galileo y el principio de semejanza, 387–394; modelos para comprobación de, 255; nervios góticos, 218, 219; número de oro, 136; Órdenes, en función del tipo de, 284; tamaño, independientes del, 407; templos redondos, 258–259, 260; tratados, 149; torres, 191–193, 208, 221–224, 305, 496–501
Proyecto de arcos, 339–344, 394–413; arcos en edificios: peso propio, 394–397; arco ideal, 397–399; arcos de puentes, carga variable, 399–403; por estabilidad, 394–395; Gaudí, 376, 554n.16; límites de tamaño, 403–407; por resistencia, 394–395; transformación de arcos: el teorema de la «proyección paralela», 407–413
Proyecto de estructuras, 12, 30, 375–376, 29; cúpulas, 552n.29; Gaudí, 376, 530, 554n.16, 557n.14, 558n.22; puentes, 315, 404; a partir de reglas, s. XX, 532; a partir de la teoría científica, 381–383; por transformación de estructuras, 407–413, 432–433, 462–466, 514–515
Puentes colgantes, 408
Puentes, modelos de: bloques, 57–58; cables, 55–57
Puentes de hierro fundido, 58, 405–406, 556n.8
Puentes de fábrica: agua, paso del, 189, 359, 364–366, 367; aligeramiento, 556n.7; análisis, 55–56, 72, 406–407, 556n.7; aparejo,

Puentes de fábrica (*continuación*)
316, 317, 319; arcos de puentes: carga variable, 399–403; arcos apuntados, 319, 520; arco carpanel, 368, 462, 556n.5, 526; arcos de descarga, 204, 559n.39; arranques, 195, 363, 366, 368, 405; bóvedas elípticas, 372; calzada, 176, 178, 261; cargas que soportan, 321, 359, 363; carga máxima, 56, 83–84, 92, 93–94, 318–319; cimbras, 359, 404; cimentación, 545n.29; coeficiente de seguridad, 93–94, 107, 400, 407; carretera, 400; catálogo, 194–195, 196; cimentación, 176–178, 364; colapso, 109–111, 319; columna análoga, 362–364, 365, 537–538nn.5, 6; construcción, 187–191, 203–205, 252; contratos de construcción, 178; crecidas, 368; decoración, 176; descimbramiento, 366–368; deslizamiento entre hiladas, 66, 121; con edificios construidos encima, 363, 365; empujes, 319, 364, 366, 367, 520; ensayos de rotura, 82; esbeltez, 401–402; espesor límite, 93–94; estereotomía, 319; grietas, 75–78; historia de los puentes, 315; hundimiento, 319, 362, 364, 366; luces máximas, 363, 364, 403–407; de madera, en arco, 556n.9; maquinaria, 178; material de, 252, 317, 359; medievales, 138, 176–179, 196, 355, 402–403, 405, 406; modelos colgantes, 55–56; muros de acompañamiento, 59, 66, 315, 370; peritajes, 60, 177–179, 319; peso propio, relación con la carga móvil, 400, 421–422; precompresión previa, 205, 546n.16; reglas góticas, 176–179; relleno, 59–61, 176, 252, 313, 314, 363, 365; resistencia, 329, 356, 362–364, 366–368; riñones, 191, 204, 313, 314; romanos, 176, 195, 196, 204, 315, 317; seguridad, 103, 252, 253, 319, 434, 366, 540n.7; siglo XIX y XX, 28, 72, 358, 362, 405–407; sistemas de desagüe, 176; tablas, 326–329, 555nn.25, 27; tajamar, 260; tensiones, 28, 29, 404, 407, 556n.7; teoría científica, origen, 319–332; tímpanos, 176; torres: papel estabilizante, 252; tratados sobre, 177, 194–195, 204; trazas, 177, 178, 205–206, 253, 404, 556n.6

Puentes en arco de medio punto, 252, 319, 326–329, 353–354, 355–356, 359–360, 351, 382, 520, 556n.5

Puentes en arco rebajado, 66, 109, 121, 187, 319, 354–355, 356, 359–361, 368, 539n.10; arcos escarzanos, 368, 382, 393, 405, 556n.5; arranques verticales, 462; esfuerzos de compresión, 406; estribos, 191; incremento del grado de rebajamiento, 357, 366–368; Cuerno de Oro, 404; punto de rotura, 368; tensiones, 407

Puentes, espesor en la clave, 317–319, 321, 326–329, 341, 352, 355, 356, 360, 361; Alberti, 329, 341, 403, 422; Bélidor, 352, 355–356, 358; Blondel, 329; Boffrand, 360, 361, 555n.25; Croizette-Desnoyers, 402, 403; Dupuit, 402, 403; Frézier, 340–341; Gauthey, 380, 382; Heyman, tablas de, 401, 403; influencia en el estribo, 323; Leonardo, 404; Lesguiller, 381, 382; Leveillé, 381, 382; límite, 402; Martínez de Aranda, 403; Palladio, 329; Perronet, 358–360, 355, 368, 379, 380–381, 554n.23, 382, 403; Pontones, 372; Rankine, 381, 402; Reinhold, 380; Serlio, 329; influencia del material y la construcción, 329, 356; en relación con el tamaño del puente, 329, 355, 359–360, 393, 400–401, 403–407, 434; en función del tipo de arco, 355–356, 359–360; en función de la carga de colapso, 401; mejora de las reglas del s. XVIII, 380; reglas no proporcionales, 318–319, 326, 327, 329, 400–403, 433–434; siglo XIX, 380–383, 402, 403; tablas, 326, 327, 329, 356, 359–362, 372, 380, 400–402; teoría de bóvedas, 380–383; Trautwine, 402, 403

Puentes, estribos o cepas, 66, 109–111, 176–177, 539n.10; altura, 323, 420–422; como arcadas, 420–422; regla de Blondel, 144; Gautier, crítica, 322–323, 325; Alberti, arcos rebajados, 191; cargas, 359; Chezy, 368; esbeltez, 359, 434; espesor del arco, influencia, 323; espesor a partir de las pilas, 326; excesivos, 320; forma de construcción, 315; fractura de, 541n.13; Gau-

they, 541nn.13–14; Gautier, 314, 315, 317, 321, 352; La Hire, método de (Perronet), 368, 524–526, 539n.1; línea de empujes, 539n.8; mayor esbeltez, 359; Plo y Camín, 308, 309, 313–314; Bélidor, 352, 355, 372, 524–526; Perronet, 358, 366, 368, 434, 524–526; pilas como, 553n.7; Pontones, 372; reglas no proporcionales cepas y pilas (en función tamaño), 326–329, 433–434; siglo XIX, 381, 434, 539n.8; tablas, 372, 434, 526; teoría de bóvedas, 381; validez del cálculo tradicional, 433–434; Walter, 373, 374

Puentes, pilas, 176–179; altura, reglas en función de, 352, 354, 420–422; arcos rebajados, 191, 354–355, 366–368; Alberti, 187–191, 422, 326; del tercio, 190–191; influencia de, en otros autores, 205; Blondel, 326; cargas, 359, 368; cimentación, 545n.29; esbeltez, 357, 359, 364–368; espesor mínimo, 353, 366; estribos, como, 553n.7; reducción de espesor, 364–366, 367, 368; función de la carga permanente, 315–317, 537–538nn.5, 6; función de la carga móvil, 327; García, Simón, 259–263; Gautier, 314, 315–317, 321, 326–328, 352, 353; mayor esbeltez, 357, 359; hundimiento, 553n.7; Palladio, 194–195, 196, 326; Turriano, Juanelo, 203, 205–206; Bélidor, 352–355; Perronet, 357, 358, 364–368; pilares circulares, formadas por, 368; Pontones, P., 372; reglas no proporcionales pilas, 326–329; relaciones de áreas, 259–263; Roma, 315; San Nicolás, 252, 253; Serlio, 326; tablas, 372; tablas de Gautier, 326–329, 555nn.25–27; en función del tamaño del puente, 315, 327–328, 353–355; en función del tipo de piedra y fábrica, 327; en función del tipo de arcos, 352–355; tamaño excesivo, 364; tensiones de trabajo, 368;

Puentes de hormigón armado, 406–407, 545n.5

Puentes de hormigón en masa, 406–407, 545n.5

Puentes de madera, 406

Puentes, proyecto, elaboración de reglas, 317–318, 323, 326, 329, 341, 352, 354, 355, 358–362, 366, 380–381, 402–403, 550n.13, 556n.5; inventario, 405, 556n.5

Puentes, proyecto, reglas renacentistas, 177; Alberti, 187–191; Palladio, 193, 194–195, 196, 323; Turriano, 203, 205–206

Puentes, proyecto, siglo XVII, 545nn.29–30; San Nicolás, fray Lorenzo, 241, 246–247, 251–253

Puentes, proyecto, siglo XVIII, 146; Plo y Camín, 305–314; Gauthey, 380, 541nn.13–14; Gautier, 314–332, 517, 520, 521, 555nn.25–27; Bélidor, 287, 352–356, 524–526; Perronet, 358–368, 379, 380, 401–402, 524–526; Pontones, 371–372

Puentes, tamaño, 146, 190, 317–319, 326–329, 376, 380–381, 515, 518–519, 556n.9; espesor del arco, 359–360, 401–403; espesor de las pilas, 353–355; estribos, 433–434; grandes luces, 380, 403–407, 540n.9, 545n.5, 556nn.6–9; ley del cuadrado-cubo inversa, 392–393; tablas de Pontones, 372

Puntales. *Ver* pies derechos; arbotante

Puzolana, 18, 19, 552n.33

Raíz cuadrada, 213–215, 221–222, 236, 335, 336, 381, 402, 434, 477, 490, 493, 494, 496, 501, 547n.3

Rascacielos, 6

Reacciones, 43; cálculo, 72; Principio de Mínima Reacción, 72

Reconstrucción, de edificios, 532

Refuerzo, estribos, 170, 172

Relojes solares, 149

Rellenos: acción geostática, 60, 61; acción hidrostática, 60; acción vertical, 59, 61; agua en el, 93; ángulo de rozamiento entre piedra y relleno, 59; arcos, sobre, 57, 236, 289–290; bóvedas, 184–186, 249–250, 309–310, 311, 395–397, 411–412, 418, 474, 477; cúpulas, 249–250, 441, 458–459; empujes, paso de los, 395–397; ensayo sobre el papel de, en los arcos, 329–331; estribos, 539n.7; forjados tabicados, 84–86; horizontal, 102, 411–412, 418, 420–422;

Rellenos (*continuación*)
influencia en línea de empujes, 60, 329–331, 398–399; macizado, 395–397; en los manuales de construcción, 395–397; muretes transversales, 395; muros, 11, 20, 21, 419, 428, 551n.21; peso, 93, 100–102; profundidad, 60; puentes, 55–56, 176, 204, 313, 314; tierra, 59, 186
Renacimiento, 3, 4, 5, 6, 239; analogías antropomórficas, 218, 219; arcos, proporciones, 146, 223–237; arquitectos, 195, 225; bóvedas de cañón, 141, 144, 208, 223–237, 239; cinquecento italiano, 201; constructores, 361; edificios, proporciones de, 194, 208–209, 210, 212–213, 257; estribos, 286; fuentes, 138, 141–151, 521; puentes, 177, 187–191, 194–195, 203, 205–206
Reparaciones, 279–280; bóvedas de crucería, 349
Replanteo: bóvedas, 185, 466; Edad Media, 136–138, 542n.6; errores, 542n.6; estribos, 423; templo, 133–134; tradicional de arcos y bóvedas, 398
Requisitos estructurales, 11
Resistencia, 11, 12; acero, 537n.3; arbotantes, 503; arco, Gautier, 331–332; arco de medio punto, 203–204; arco más resistente, 331–332; coeficiente de seguridad, 366–368, 457; columna análoga, 315–317, 362–364, 365, 407, 537–538nn.5, 6; comparación entre altura de pilares de edificios, 317; a cortadura, 26, 428, 432, 456; enfoque de, 517; espesor de los arcos en función de la, 289, 318, 329, 341; de las fábricas, 3, 27–34, 35, 115, 117–118, 126–129, 362, 467, 504, 537n.4, 537–538nn.6, 8; hierro fundido, 406; influencia de la humedad, 14; influencia de las inclemencias del tiempo, 363; límite de una ménsula, 389; luz máxima en un arco, 363, 364; madera, 406; mortero, 15, 16, 18, 19, 23–24, 25; piedra, 12–17, 356; pórticos, 79, 89; proyecto de las fábricas en función de, 317, 376, 518
Retallos, 159, 215, 413–414, 422–426, 485–490, 492–493
torres, 499
Revolución científica, 5, 176
Rigidez, 11, 427, 446
Riñones, 74; aligeramiento en los puentes, 204; arcos apuntados, 289–290, 298–299; bóvedas de crucería, 212; carga, 151, 289, 290; cúpulas, 450; espesor en los, de arcos y bóvedas, 340–342; grietas, 100, 333; levantamiento, 398–399, 400; macizado, 309, 310, 311, 313, 314, 395–397, 450 313; tercio, hasta el, 307
Riñones, relleno, 101, 102, 418; Alberti, 185–186, 191; influencia en la estabilidad, 185–186, 191, 204, 329–331, 395–397; muretes transversales, 395–396, 549nn.7–8; puentes, 191
Románico, 30, 101, 108, 501; catedral de Gerona, 169; bóvedas de cañón, 124; bóvedas de crucería, 466; cúpulas ovales, 462, 559n.33; geometría, 136
Romanticismo, 136; tratados sobre el gótico, 137–138
Rosca, 56
Rosetón, 89, 543n.15
Rótulas plásticas, 527–528. *Ver también* articulaciones
Rozas, 542n.18
Rozamiento: ángulo de, 26, 88; condición de, 120, 412–413; cono de, 65, 118, 120; criterio de rozamiento seco de Coulomb, 26; cúpulas, 528, 529, 531; equilibrio de bóvedas, hipótesis sin rozamiento, 322, 524, 552n.36; equilibrio sin, en arcos catenarios, 342, 524; estabilidad de, 412–413; piedra, 15–17, 30, 31, 526; teorema de la seguridad para rozamiento disipativo, 119; teoría de arcos con, 339, 525, 526; teoría de arcos sin, 339–340, 524–526, 552n.36

Sección reducida, 73
Seguridad, 3, 7, 28, 30, 34, 127, 289, 290, 521; análisis de membrana, 439; cálculos a favor de, 60; cantidad de material, 357–358; catedral de Gerona, 138, 168–176; coeficiente geométrico de, 92–94, 102–104, 339, 483; estribos, 63–64, 66, 67, 69, 100, 104–115, 244, 413–418, 506; grandes de-

formaciones, 542n.23; matemáticas en relación con la, 377; modelos, 256; pilares góticos, 506; puentes, 252, 253, 313, 319, 366, 434, 540n.7; regla del décimo, 23–24; teorema de la, 89–91, 102, 103, 118, 434–435; torres, 497; inseguridad, teorema de la, 90–91
Sentar en seco, 319, 329, 331, 332, 546n.16
Selección natural, 6
Semejanza, principio de (análisis dimensional), 401
Sillarejo, 478, 487, 492
Sillería, 11, 21, 22, 23; espesor mínimo de arcos y bóvedas, 397; bóvedas de crucería, 293; contrafuertes, 427–428; encadenados, 21; estribos, 63, 492; grapas y espigas, 121; mejora de la estabilidad, 204; muros de, 21, 503, 508–515; paramentos de, 20, 21, 539n.7, 551n.21; tensiones, 538n.8
Sismo, 77, 121, 122, 175, 283, 560n.51; arcos adintelados, 292
Superficie de las bóvedas, 351–352, 556n.4
Superficie de vanos y macizos en planta, 277–278, 552n.28

Tabicada, construcción, 18, 26, 549nn.5, 7, 8, 552n.28, 554n.16; bóvedas, 248, 249–251, 301, 372; bóvedas, 242, 244, 308, 310–311, 429; bóvedas rebajadas, 97, 397; como forjado, 84–86, 395; cúpulas, 440, 441, 558n.22, 559n.34; teoría cohesiva, 549n.5
Tabiques transversales, 84–86, 441
Tambor: cimborrio, octogonal, 294–299; cúpulas dobles, 273–274; esbeltez, 551nn.21–22; espesor del, 3, 135, 200–201, 292; materiales, influencia de, 551n.21; paramentos de sillería y relleno de cascote, 551n.21; tensiones en la base, 28, 29
Ver también cúpulas
Tapial, 19, 21, 24–26
Techumbre: peso, 317; templo, 133
Tejados: cúpulas, 270; gótico, 217–218
Temperatura, 435, 439
Templos: dimensiones, 133–135; redondos, 286; replanteo, 133–134; romanos, 200–201, 277–278, 559n.31; Salomón, 551n.19
Tenacidad, 458
Tensión, 12, 77–79, 126; admisible en fábricas, 23–24, 33–34, 538n8; arcos, 394, 395, 403; concepto de, 317, 362, 365, 537–538n.6; estribos, 423, 533; estructuras góticas, 467, 494; media, 457, 538n.12; pilares de las cúpulas, 457; pilares góticos, 494; presas, 540n.5; puentes, 556n.7; resultantes de, en las cúpulas, 436–442; rotura, 362, 403, 537–538n.6; puentes, 407; en relación con el tamaño, 403, 407, 494; transformaciones afines, 410; variaciones impredecibles, 439
Tensión de trabajo: arcos triarticulados, 527; estribos, 533; fábricas, 27–34, 403, 527, 537n.5, 538n.12; ladrillo, 17; piedras, 14; puentes, 28, 404, 407; la estabilidad del tambor de contrarresto: el caso de San Pedro de Roma, 453-, 456; sobre las tensiones, 456–457
Teoremas Fundamentales del Análisis Límite, 86–91, 115; arco de dovelas, 88; teorema del límite inferior, de la seguridad o estático, 7, 53, 87–92, 119; teorema del límite superior, de la inseguridad o cinemático, 87, 88, 90, 91, 92; teorema de la unicidad, 87, 88, 91
Teoría de arcos, 7, 8, 30, 53, 54, 71, 397, 523–532, 545n.1, 550n.15; teoría con rozamiento, 339, 525, 526; teoría sin rozamiento, 339–340, 525, 526
Teoría de estructuras, 2, 5, 7, 21, 35, 89, 539n.2; científica, 2–8, 9–130, 394-, 523–532; coexistencia entre reglas empíricas y enfoque científico (debate), 240, 276, 279, 519; cúpulas, 551n.18; dependencia del cálculo tradicional, 377; enseñanza y difusión, 375; España, 555n.28; influencia de Leonardo da Vinci, 550n.15; La Hire, 286, 319, 524–526, 529, 531, 539n.1, 552n.36; nacimiento, 239–240, 319–332; primeros teoremas sobre arcos, 240, 263–266, 545n.1, 550n.15; puentes, 319–332, 380–381; trazado de arcos, 339;

Teoría de estructuras (*continuación*)
elástica, 73–74, 527–528, 532; plástica de pórticos, 79, 86–87, 89, 126–129, 539n.3; tradicional, 2–8, 73–74; antigüedad, 133–136; Bizancio, 136; gótico, 175–176; Patte, 276; siglo XVIII, 287-; Wren, 279
Terceletes, 209–212, 214, 216, 218, 219, 220, 547n.4
como huesos, 357
Tercio central, 73, 106, 109, 497, 113, 533
Terreno: ángulo de rozamiento, 59; arcada de contención, 530; asentamientos, 439; condiciones, 77; empuje, 111; activo, 59–62; húmedo/seco, reglas para estribos en, 313–314; muros de contención, 321, 541n.14, 557n.16; pórticos de contención, 61, 62; presión hidrostática, 59, 60; resistencia, 313; tensiones, 538n.8
Tierra, inadecuada en rellenos, 186
Tipos estructurales, aparición de nuevos, en el siglo XIX, 376
entramados triangulados, 376
estructuras porticadas, 376
Tirantes: Alberti, 183; arcos rebajados, 183; tejados góticos, 217–218
Tiranteces. *Ver* juntas.
Toba, tambor de, 273–274, 551n.21
Torres: aguja, 138, 221, 547n.5; altura, 496, 498, 501, 547nn.5, 7, 560nn.45, 48; altura límite, 15, 407, 537–538nn.5, 6, 16; analogías antropomórficas, 223; arcadas en la base, 548n.8; arcadas en la coronación de, 420–422; arcos apuntados en la base, 184; campanile, 499; cimentación, 223, 254, 547n.5, 560n.48; Comares, torre de, 305; construidas sobre ruinas, 222, 224; contrafuertes, 497; cuadrada, 254, 255, 263, 497–499, 560n.43; cúpulas sobre, 221–224; esbeltez, 192, 193, 221, 253–254, 255, 263, 496–501, 547n.7; espesor variable, 499, 560nn.46, 48; estabilidad, 253, 496–501, 560n.43; estribos, 221–224, 254, 255; góticas, 166–168, 176, 208, 221–224, 254; hundimiento, 560n.43; inclinadas, 497, 499, 560n.43; levantamiento en el gótico, 138; machón central, 253–254, 255, 305; ochavada, 254; papel estabilizante en los cruceros, 279; pared delgada, 497, 498, 500, 501; peso, 496, 497; proporción: Alberti, 191–192, 253, 305; puentes, defensivas en, 179; redonda, 254, 263, 497, 499, 500, 501, 560nn.43, 45; renacentistas, 191–193; retallos, 499; seguridad, 254, 497; tamaño, 496–501, 515, 518; traba, 560n.43; viento, 192, 221, 496–501, 515
Torres, reglas, espesor del muro, 560n.45; Alberti, 191–193, 263, 305, 496–501; García, Simón, 263; García Berruguilla, 305; Rodrigo Gil de Hontañón, 221–224, 420, 496–501, 519, 547n.7; San Nicolás, fray Lorenzo, 254, 255, 305; tercio central, 497, 533
Traba, 551n.21, 560n.43
Tracciones, en: agujas, 442, 545n.4; arco, 283; bóvedas de crucería, 467; estribos, 533, 557n.18; cúpulas, 551n.21, 558nn.20, 22; torres, 497
Tracería: arbotantes, 503, 504; torres, 168; ventanales, 543n.15
Transformación afín, 44, 45; deslizamiento, fallo por, 412–413, 433; estribos, 425; Fuller, método de, 47–50; Fuller/Heyman, 50; grado de estabilidad, 433; transformación de arcos, 407–413, 557n.12; transformación de bóvedas sobre estribos, 432–433; transformación de cúpulas, cúpulas ovales, 462–466; transformación de muros de contención, 557n.16; proyección afín de edificios, 514–515
Transformaciones geométricas, 60
Transporte: de materiales sobre los arcos, 394; piedra, 350
Trasdós: altura del muro sobre, en arcos, 286, 420–422; apuntado, 289; arcos, 57, 96, 102; arcos de sección variable por razones de equilibrio, 339–340; articulaciones, 84, 91, 92, 95, 101; bóveda en equilibrio sin rozamiento, 322; bóvedas de crucería, 209, 212; cúpulas, 199–201, 266–274, 275, 463; descarga en un modelo de arco, 329–331; determinación del espesor del estribo, construcción geométrica, 149, 150; inclinación, 59, 60; puentes, 55–56; que-

brado, 48, 49; trazado, en arcos de sección variable, 339–340
Tratados, 8, 521; antigüedad, 133–136; barrocos, 141–151; bóvedas, 135–136, 395–396, 549n.6; cantería, 553n.3; carpintería, 144; comparación entre, 274, 275; eclecticismo, 373, 374; fortificación, 201–203, 555n.28; sobre el gótico, 380; medievales, 8, 138, 177, 208, 476, 485–490, 496–501; primer análisis de bóvedas en un tratado español, 304–305
Traza de: cimborrio, 294–299; cúpulas, 267–270, 550n.8; juntas de arcos adintelados y poligonales, 291, 292; puentes, 138, 177, 178, 205–206, 253, 404, 556n.6
Trazas góticas, 137, 494, 553n.4; bóvedas, 138, 209–212, 349–352, 476, 544nn.17–18; cúpulas, 451; empuje, 142–144; estribos del coro, 152; iglesias, 153, 154, 155, 157, 158, 159, 161; Gil de Hontañón, 207, 208–209, 210, 212; métodos, 137; «por analogía», 208; «por ieometría», 208; nervios, 162, 210; Palma de Mallorca, catedral, 511; pináculos, 152; torres, 168, 208, 221–224
Trazado geométrico, 142–148; arcos de sección variable, 339; arcos catenarios, 342–343, 398; Barroco; cúpulas, 201, 267–274, 459–461; elipses, 462; formas ovales, 462–466, 559nn.33–35; modelos de Gaudí, 398, 530, 554n.16, 558n.22; reglas de, para arcos de sección variable, 339–340; Renacimiento, 3, 4, 199–201, 339; resistencia, regla del décimo, 23–24
Tufa, hormigones ligeros de, 457
Túneles, 59–61

Vaticano, 551n.19. *Ver* Roma, San Pedro
Ventana: en muros, 419; uso del arco adintelado, 265
Ventanal gótico, 89, 295, 297, 466, 543n.15
Viaducto, 23–24; Du Bernand, 393, 406; Salcano, 28, 29, 406
Viento, 175, 221, 496–501, 505–508, 515, 560nn.50, 51
Vigas, 528; Alberti, 182, 184; Galileo, 239–240, 556n.2

Yeso: bóvedas tabicadas, 250; dovelas, 80; modelos, 203, 231, 255–256, 302; mortero, 18, 19
Young, módulo de, 377

Zunchos, 552n.33; cálculo de, 530; consolidación estructural, 458; localización, 267-272; de madera, 458; papel durante el fraguado, 3, 458; Santa María del Fiore, 451, 454; Wren, 283

TEXTOS SOBRE TEORÍA E HISTORIA DE LAS CONSTRUCCIONES
Colección dirigida por Santiago Huerta

F. Bores, J. Fernández Salas, S. Huerta, E. Rabasa (eds.). ***Actas del Segundo Congreso Nacional de Historia de la Construcción***

A. Casas, S. Huerta, E. Rabasa (eds.). ***Actas del Primer Congreso Nacional de Historia de la Construcción***

A. Choisy. ***El arte de construir en Roma***

A. Choisy. ***El arte de construir en Bizancio***

A. Choisy. ***El arte de construir en Egipto*** **(en preparación)**

A. Choisy. ***Historia de la arquitectura*** **(en preparación)**

A. Graciani, S. Huerta, E. Rabasa, M. A. Tabales (eds.). ***Actas del Tercer Congreso Nacional de Historia de la Construcción***

R. Guastavino. ***Ensayo sobre la construcción cohesiva*** **(en preparación)**

J. Heyman. ***Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica***

J. Heyman. ***El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica***

J. Heyman. ***La ciencia de las estructuras***

J. Heyman. ***Vigas y pórticos***

J. Heyman. ***Análisis de estructuras: un estudio histórico***

S. Huerta. ***Arcos, bóvedas y cúpulas***

S. Huerta (ed.). ***Las bóvedas de Guastavino en América***

S. Huerta (ed.). ***Proceedings of the First International Congress on Construction History***

J. R. Perronet. ***La construcción de puentes en el siglo XVIII*** **(en preparación)**

H. Straub. ***Historia de la ingeniería de la construcción*** **(en preparación)**

A. Truñó. ***Construcción de bóvedas tabicadas***

E. Viollet-le-Duc. ***La construcción medieval***


9 788497 281294